



Politechnika Wroclawska

MECHANIKA BUDOWLI I

ćwiczenia audytoryjne nr 1

Prowadząca: dr inż. Olga Szyłko-Bigus

E-mail: olga.szylko-bigus@pwr.edu.pl



Zakres zajęć audytoryjnych

- **Metoda sił i obliczanie przemieszczeń** - układy przestrzenne, układy załamane w planie, ruszty belkowe - (zajęcia nr 1 i 2);
- **Metoda przemieszczeń** - układy przesuwne - (zajęcia nr 2 i 3);



Zajęcia audytoryjne - warunki zaliczenia

1. Obecność na zajęciach;
2. Czynna aktywność na zajęciach;
3. Zaliczenie - kolokwium zaliczeniowe (4-5 zajęcia);
4. Na każde zajęcia trzeba być przygotowanym;

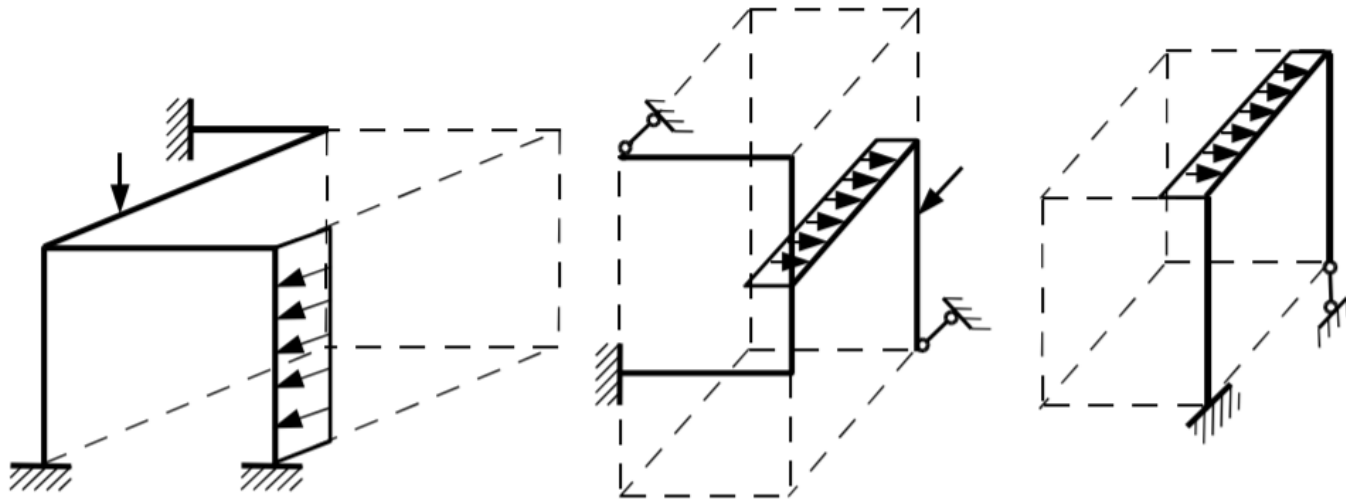


Pomoce dydaktyczne

1. Wykład dr inż. Olga Szyłko-Bigus;
2. Strona Katedry Mechaniki Budowli i Inżynierii Miejskiej <http://k3-wbliw.pwr.edu.pl/dydaktyka/studia-stacjonarne-ii-stopnia>
3. E-portla - kurs Mechanika Budowli
4. Strona Prowadzącej przedmiot: [Pracownicy / Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego / dr inż. Olga Szyłko-Bigus \(pwr.edu.pl\)](http://pwr.edu.pl)
5. <https://wbliw.pwr.edu.pl/pracownicy/katarzyna-misiurek/mechanika-budowli-studia-stacjonarne-ii-stopnia.html>
6. W.Nowacki, Mechanika budowli t.1;
7. Mechanika budowli. Ujęcie komputerowe
8. A.Chudziński, Statyka Budowli cz.2;
9. A.Cybuslki, Z.Grodecki, Statyka ustrojów prętowych t.IV;

Układy Przestrzenne - obliczanie Przemieszczeń

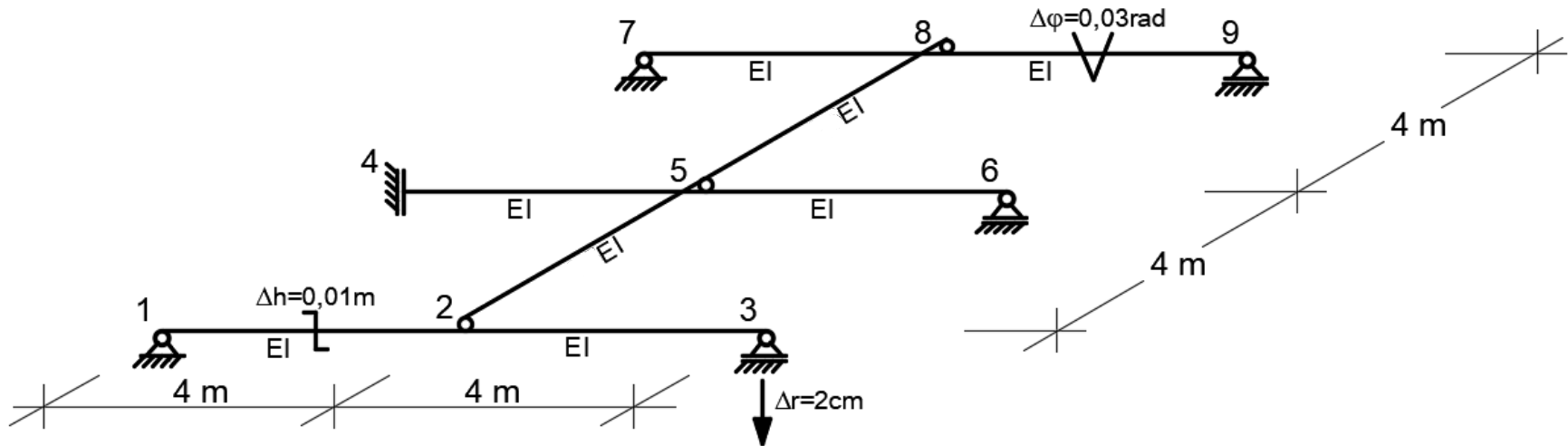
Układ przestrzenny – to konstrukcja, której elementy ułożone są w trzech wymiarach (x, y, z). Układem przestrzennym jest także konstrukcja płaska wpisana w płaszczyznę, na którą działają siły prostopadłe do tej płaszczyzny (kierunek ich działania pokrywa się z trzecim wymiarem).



Ramy przestrzenne statycznie niewyznaczalne rozwiązujemy analogicznie jak układy płaskie.

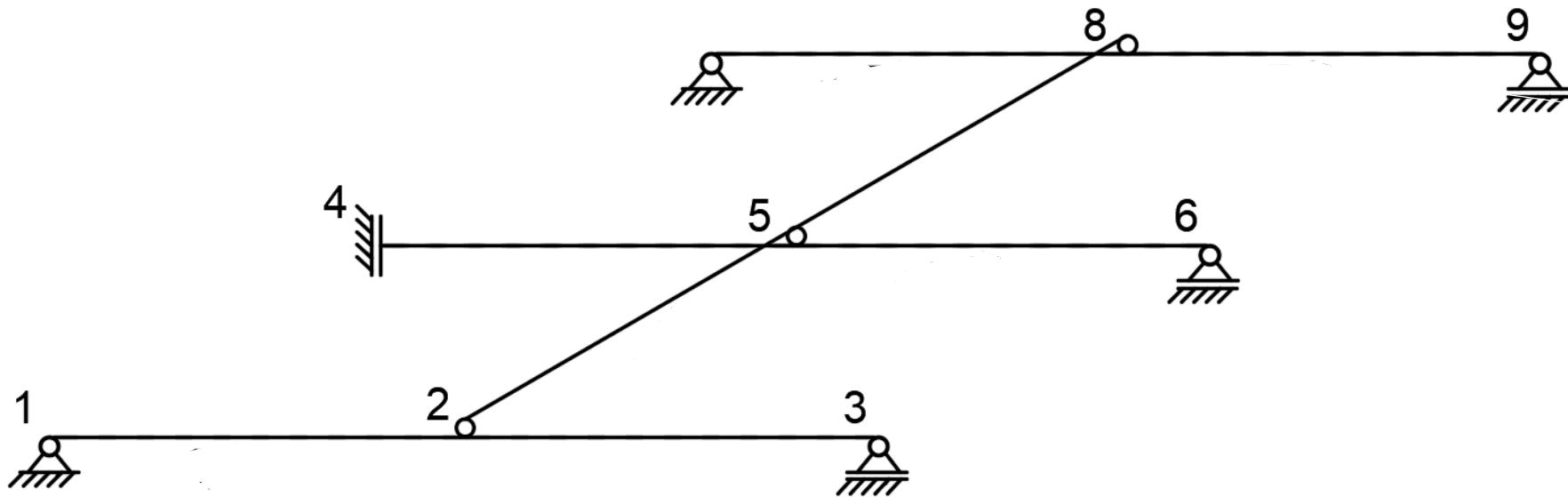
Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

Stosując metodę sił rozwiązać ruszt belkowy od obciążenia jak na rysunku



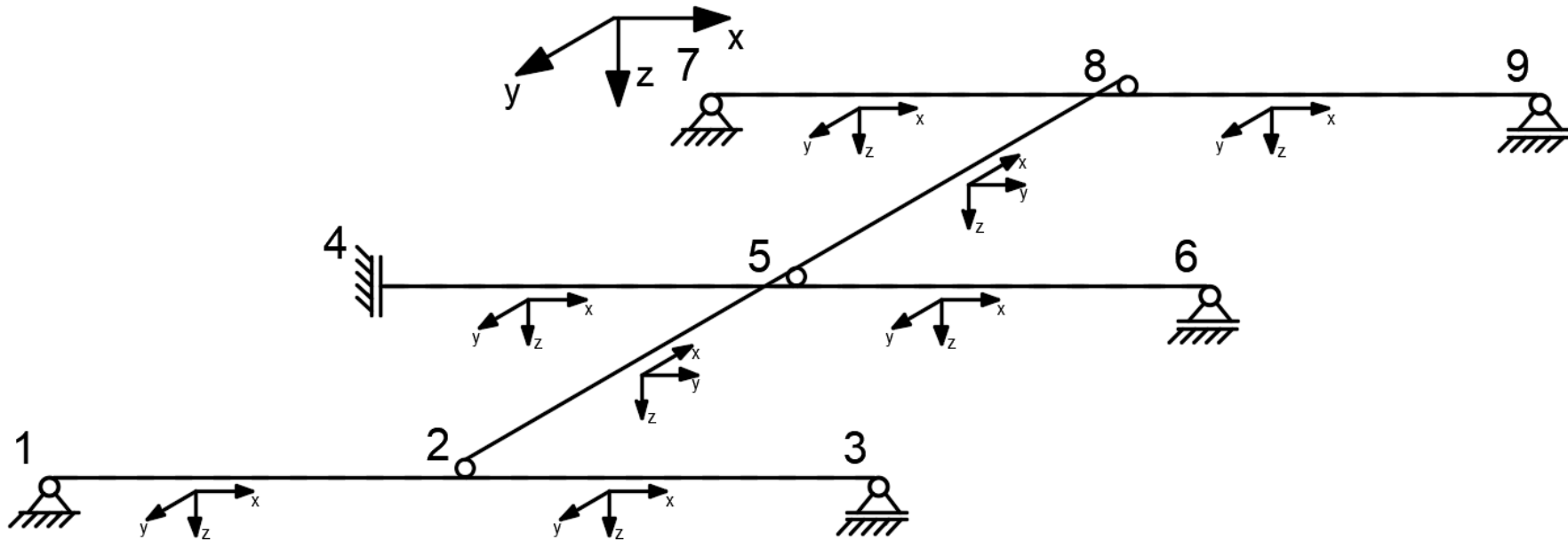
Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

1. Przyjęcie układu współrzędnych



Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

1. Przyjęcie układu współrzędnych



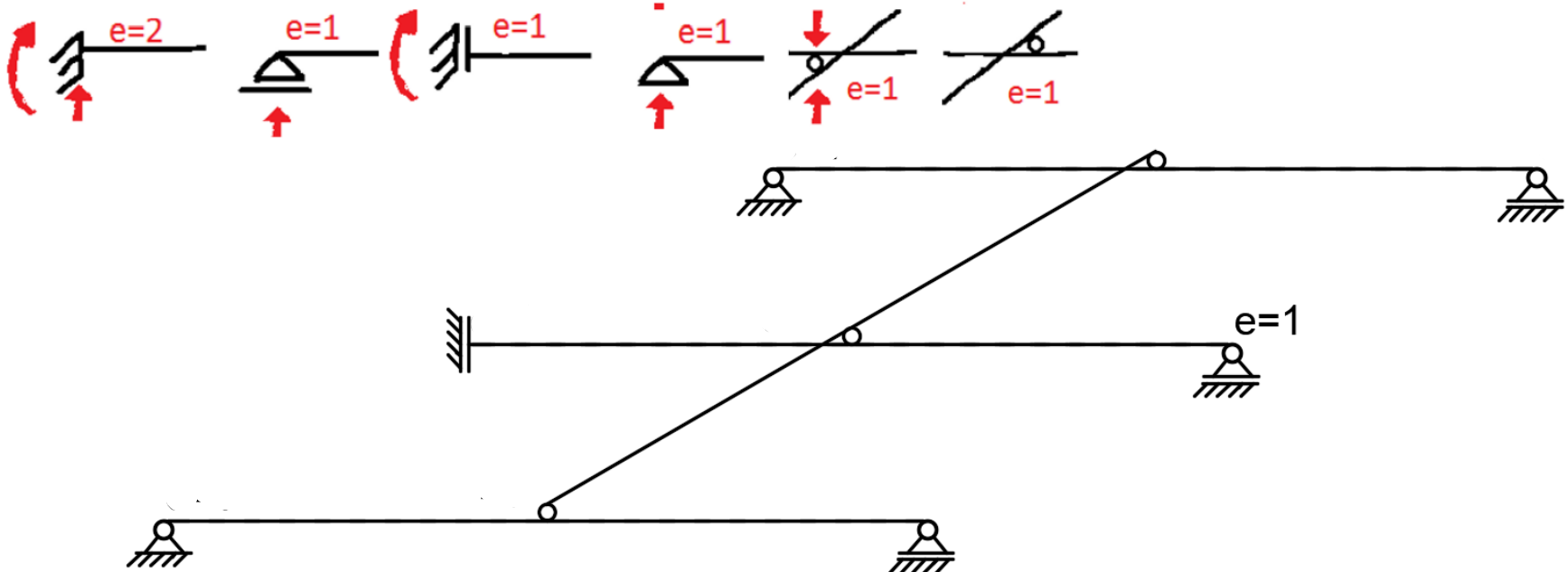
Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

2. Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności i dobranie układu podstawowego metody sił

W rusztach belkowych do liczby e zalicza się tylko więzi translacyjne prostopadłe do płaszczyzny dźwigara i więzi rotacyjne, których reakcje powodują zginanie belek w płaszczyznach prostopadłych do płaszczyzny dźwigara.

$$n_h = e - 2 \cdot l_b$$

Liczba stopni swobody dla poszczególnych podparć:

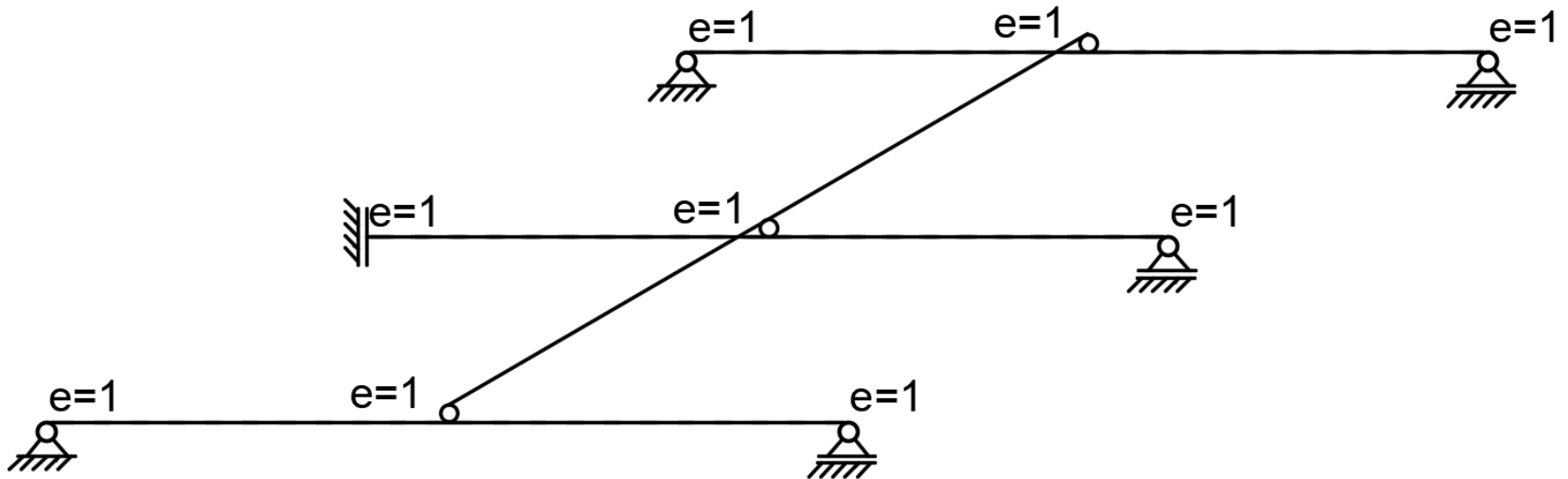




Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

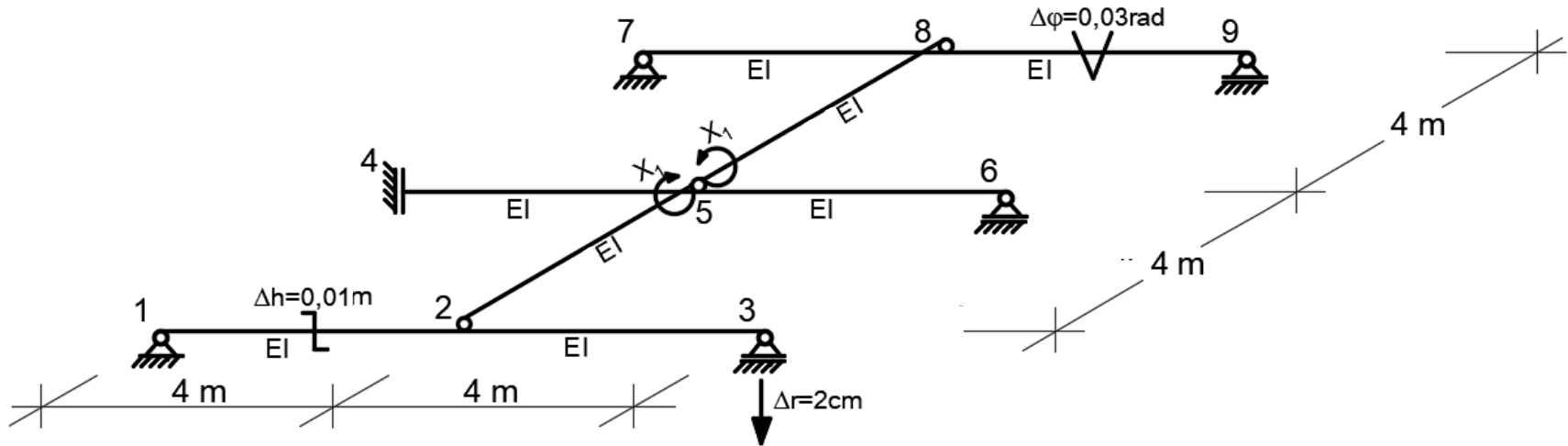
2. Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności i dobranie układu podstawowego metody sił

$$n_h = e - 2 \cdot l_b = 9 - 2 \cdot 4 = 1$$



Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

2. Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności i dobranie układu podstawowego metody sił



Postać ogólna układu równań metody sił:

$$\delta_{ij} = \int \frac{\bar{M}^i \cdot \bar{M}^j}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \cdot \bar{S}_n^j}{k_n}$$

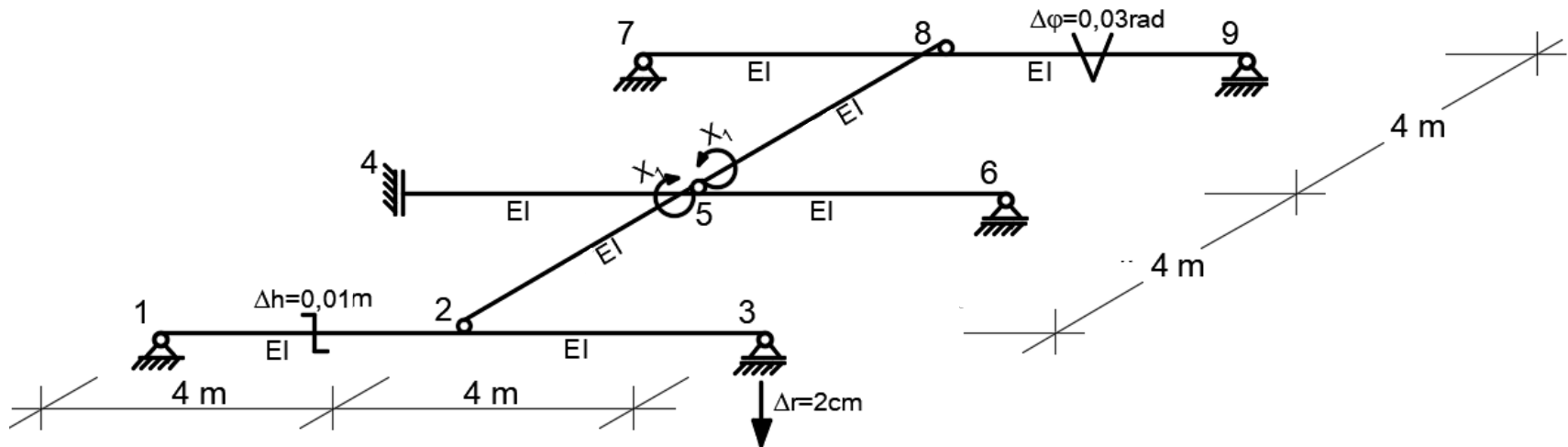
przemieszczenie na kierunku i-tej więzi

nadliczbowej od jednostkowej j-tej niewiadomej w układzie podstawowym,

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1\Delta} = \Delta_{1rz} = 0$$

Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

2. Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności i dobranie układu podstawowego metody sił



Postać ogólna układu równań metody sił:

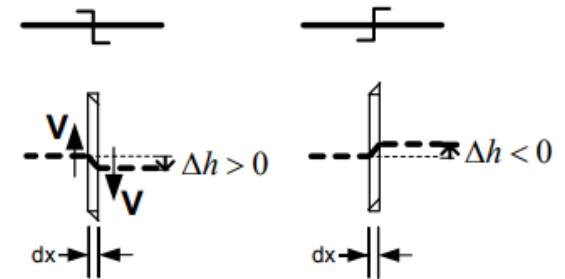
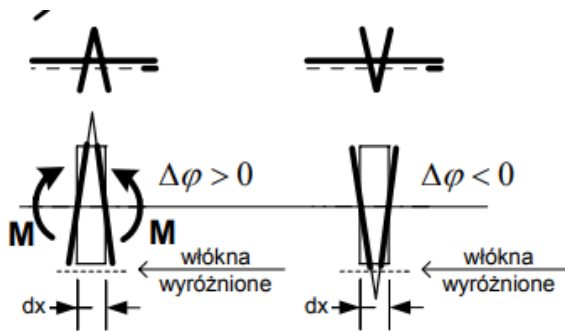
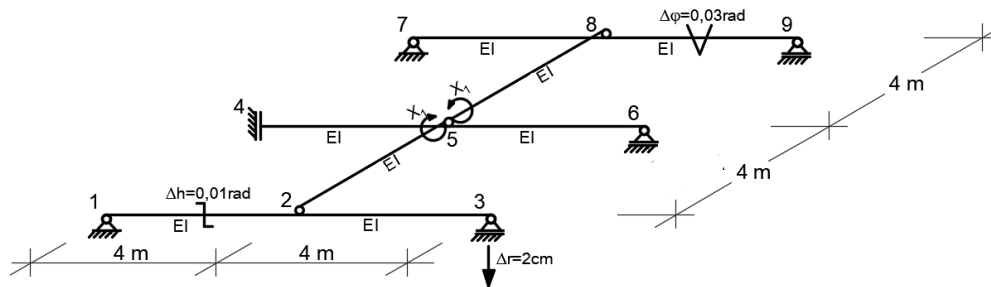
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1\Delta} = \Delta_{1rz}$$

Przemieszczenie na kierunku i-tej więzi nadliczbowej od błędów montażu oraz wpływu osiadania podpór w układzie podstawowym

$$\delta_{i\Delta} = \sum_m \bar{M}_m^i \cdot \Delta\varphi_m^\Delta + \sum_n \bar{N}_n^i \cdot \Delta L_n^\Delta + \sum_v \bar{V}_v^i \cdot \Delta h_v^\Delta - \sum_r \bar{R}_r^i \cdot \Delta_r$$

Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

2. Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności i dobranie układu podstawowego metody sił



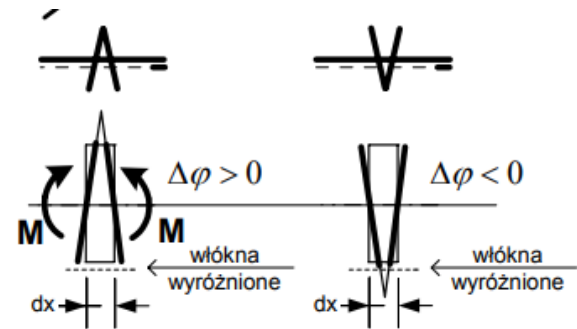
$$\delta_{i\Delta} = \sum_m \bar{M}_m^i \cdot \Delta\varphi_m^\Delta + \sum_n \bar{N}_n^i \cdot \Delta L_n^\Delta + \sum_v \bar{V}_v^i \cdot \Delta h_v^\Delta - \sum_r \bar{R}_r^i \cdot \Delta_r$$

Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

2. Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności i dobranie układu podstawowego metody sił

Symbole odkształceń kątowych ilustrują zmiany kąta między przekrojami równoległymi, co symbolicznie na osi pręta i dla elementu odkształconego przedstawiono na rysunku obok.

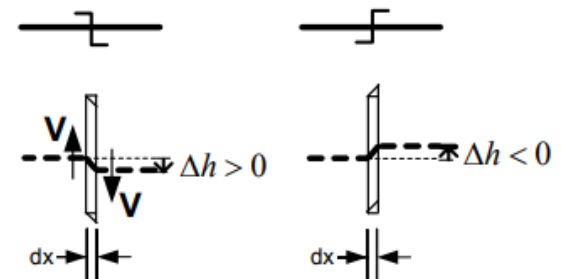
Jeśli tej zmianie towarzyszy wydłużenie włókien wyróżnionych (symbol lewy) to takiej zmianie kąta przypisujemy znak „+” w przeciwnym przypadku (symbol prawy) znak „-”.



Symbole odkształceń postaciowych ilustrują poprzeczne przesunięcie osi pręta, co symbolicznie na osi pręta i dla elementu odkształconego przedstawiono na rysunku obok.

Symbol lewy oznacza deformację Δh o zwrocie zgodnym z dodatnimi zwrotami siły poprzecznej (znak „+”) a symbol prawy oznacza deformację Δh o zwrocie przeciwnym z dodatnimi zwrotami siły poprzecznej (znak „-”).

Wynika stąd, że odkształceniu postaciowemu w przekroju „1” należy przypisać znak „-”, a odkształceniu postaciowemu w przekroju „2” znak „+”.

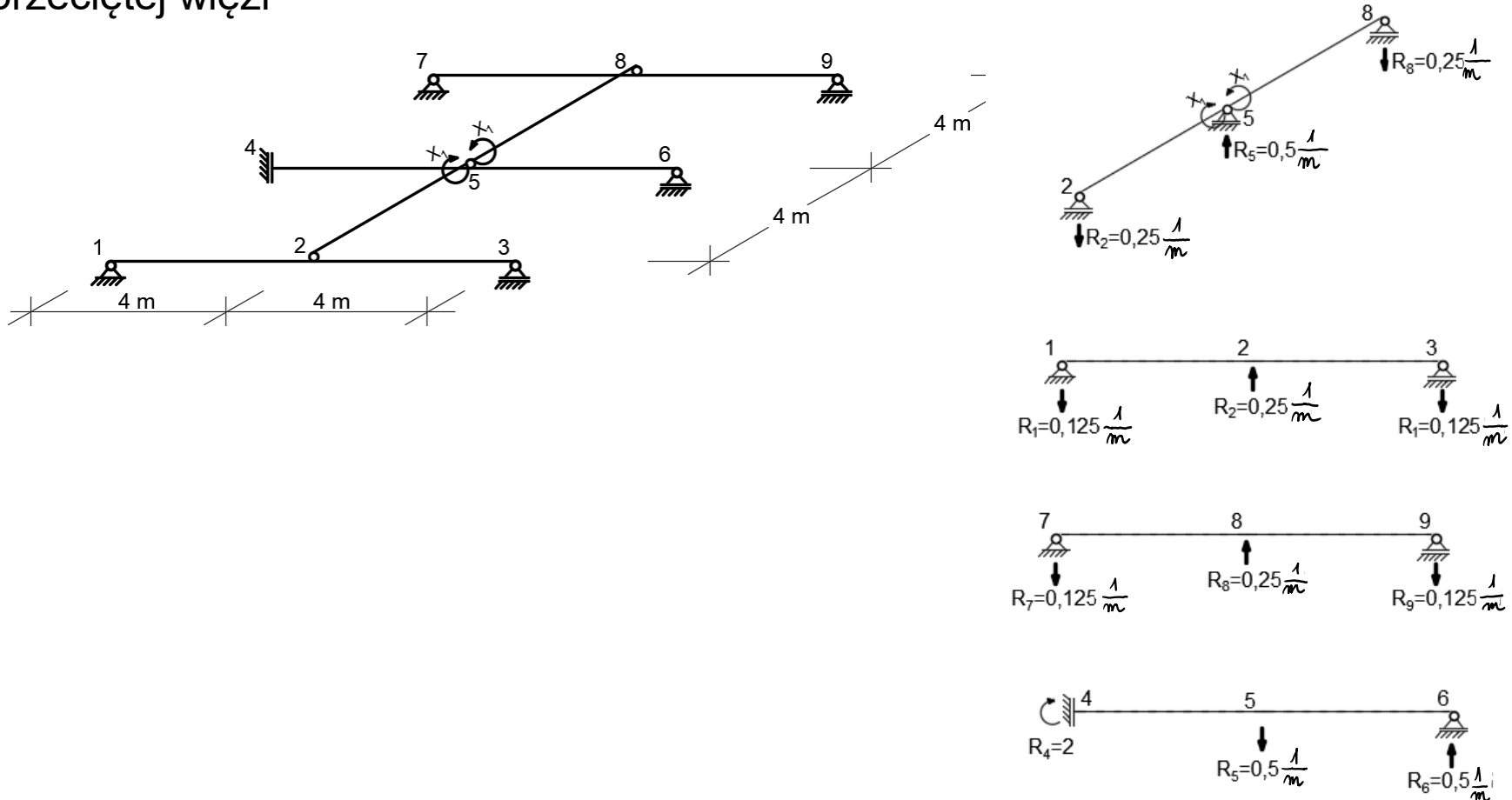


$$\delta_{i\Delta} = \sum_m \bar{M}_m^i \cdot \Delta\varphi_m^\Delta + \sum_n \bar{N}_n^i \cdot \Delta L_n^\Delta + \sum_v \bar{V}_v^i \cdot \Delta h_v^\Delta - \sum_r \bar{R}_r^i \cdot \Delta_r.$$



Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

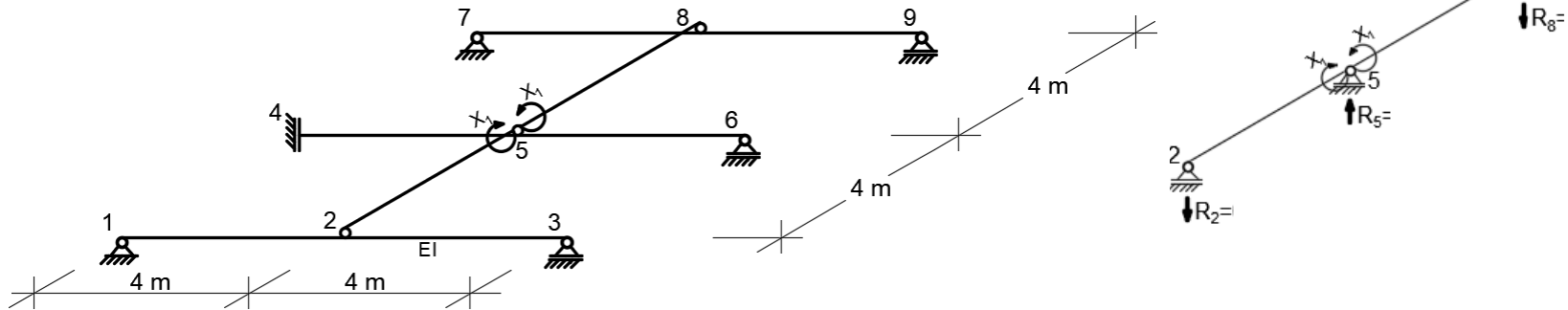
3. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego na kierunku przeciętej więzi



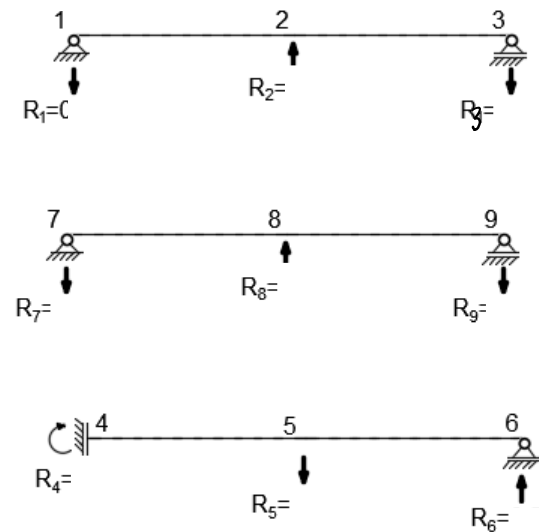


Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

3. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego na kierunku przeciętej więzi



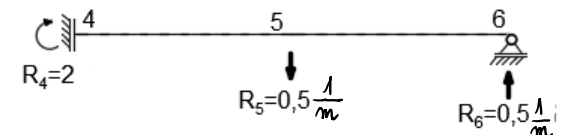
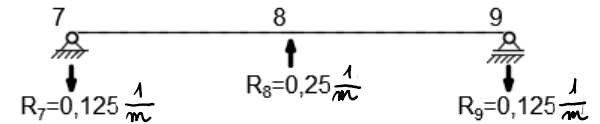
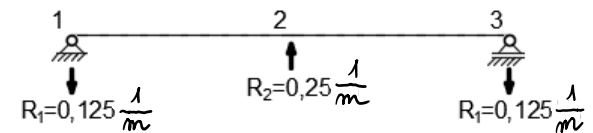
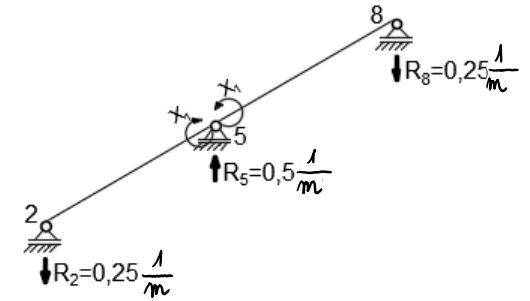
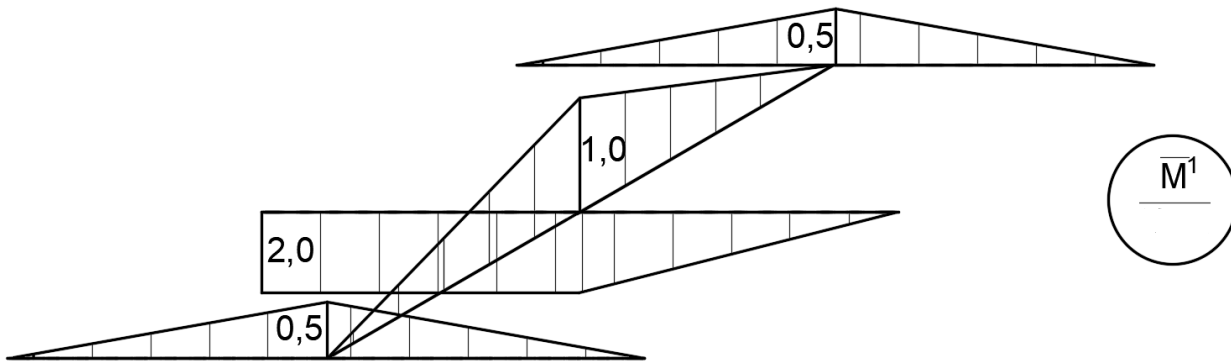
$$\begin{aligned} \sum M_5^P &= 0 \Rightarrow R_8 \cdot 4m - X_1 = 0 \Rightarrow R_8 = \frac{1}{4m} \\ \sum M_5^L &= 0 \Rightarrow R_2 \cdot 4m - X_1 = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{1}{4m} \\ \sum Z &= 0 \Rightarrow R_2 + R_8 - R_5 = 0 \Rightarrow R_5 = \frac{1}{2m} \\ \sum M_1 &= 0 \Rightarrow R_2 \cdot 4m - R_3 \cdot 8m = 0 \Rightarrow R_3 = \frac{1}{8m} \\ \sum Z &= 0 \Rightarrow R_1 + R_3 - R_2 = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{1}{8m} \\ \sum Z &= 0 \Rightarrow R_5 - R_6 = 0 \Rightarrow R_6 = \frac{1}{2m} \\ \sum M_4 &= 0 \Rightarrow R_4 + R_5 \cdot 4m - R_6 = 0 \Rightarrow R_4 = 2 \end{aligned}$$



Belka 1-3 i 7-9
Belka 2-8
Belka 4-6

Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

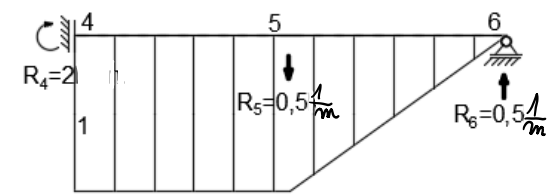
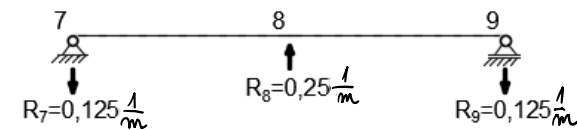
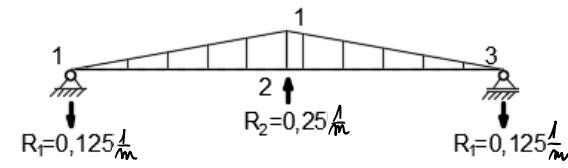
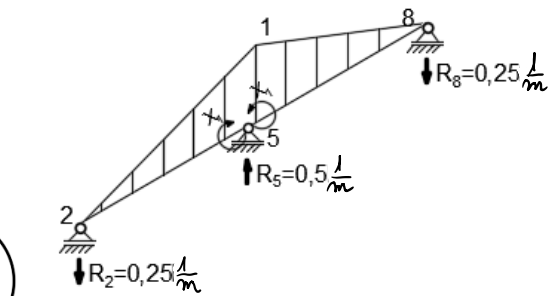
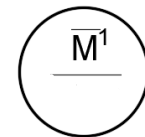
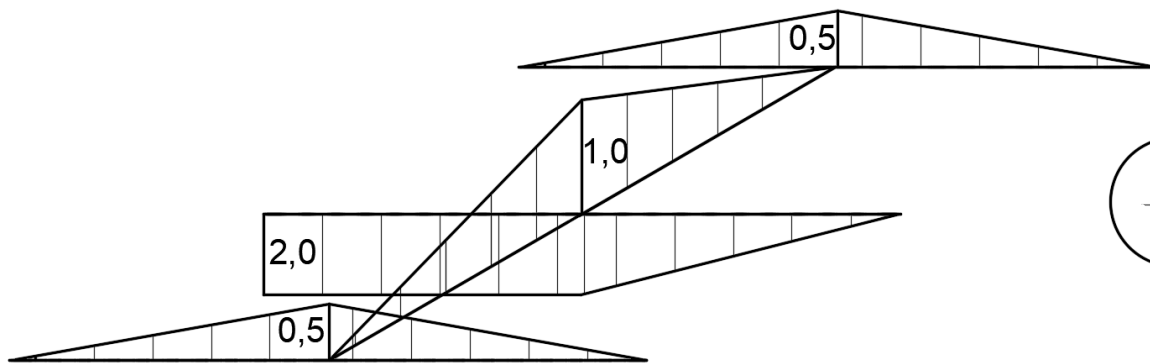
3. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego na kierunku przeciętej więzi





Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

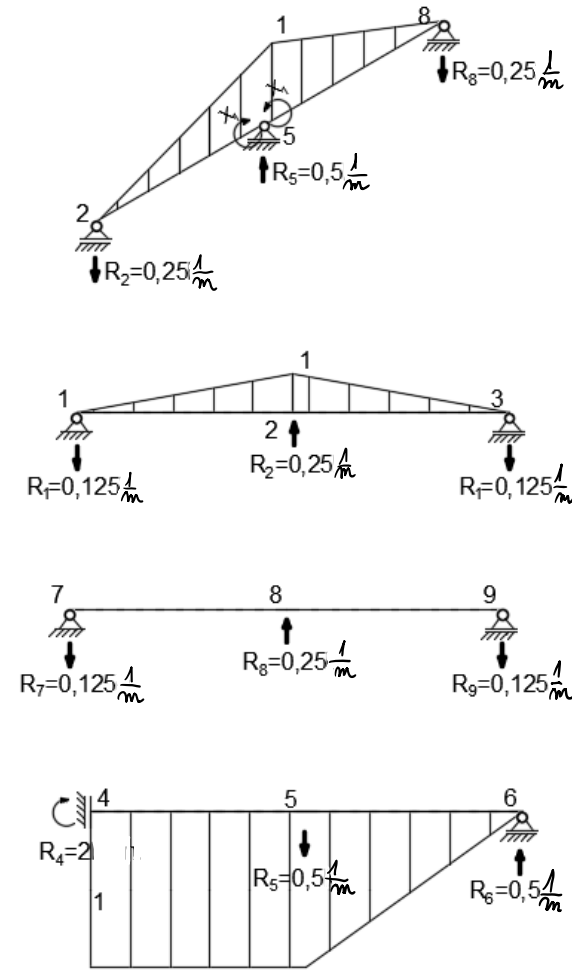
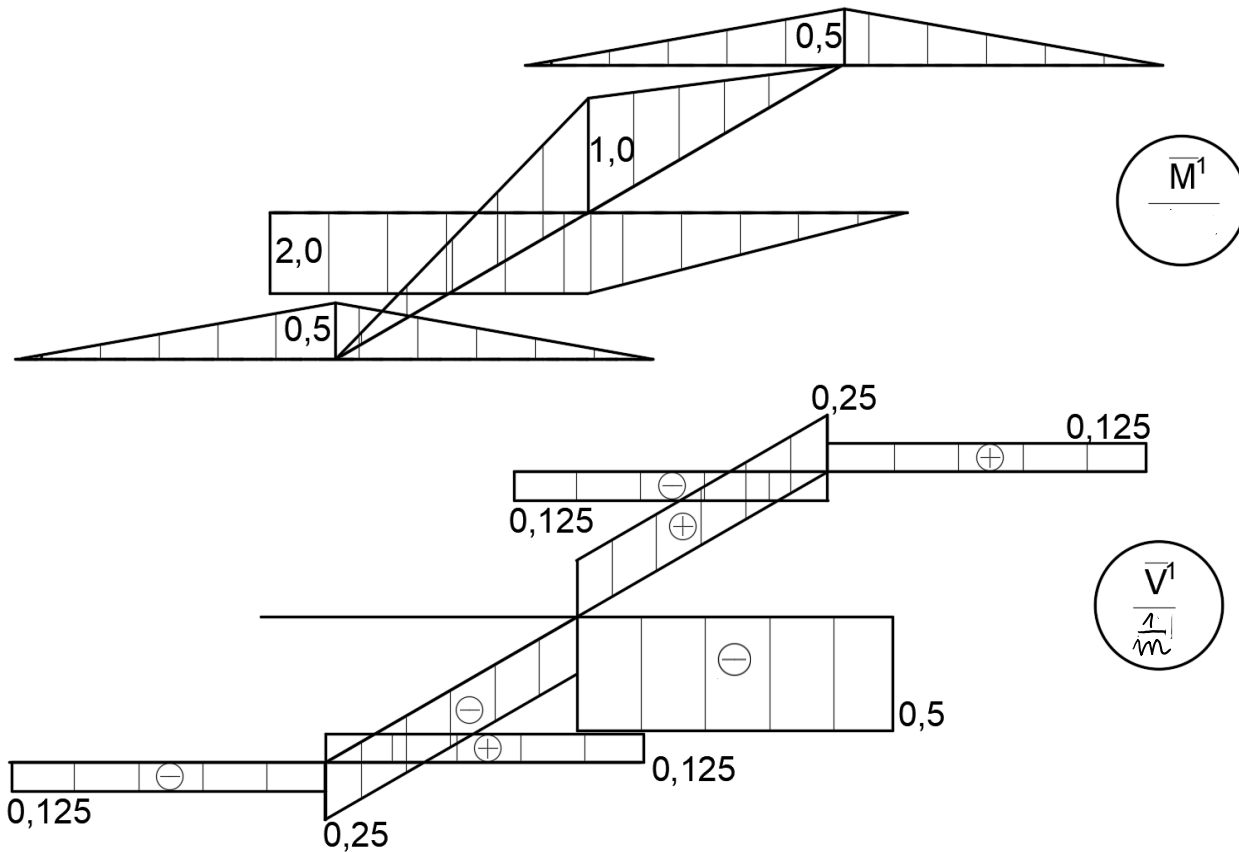
3. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego na kierunku przeciętej więzi





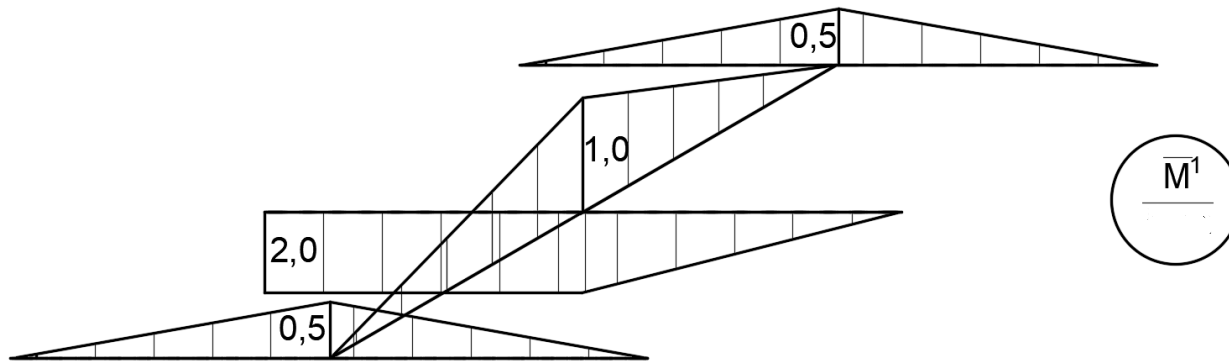
Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

3. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego na kierunku przeciętej więzi



Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

4. Obliczenie współczynników i wyrazów wolnych układu równań metody sił

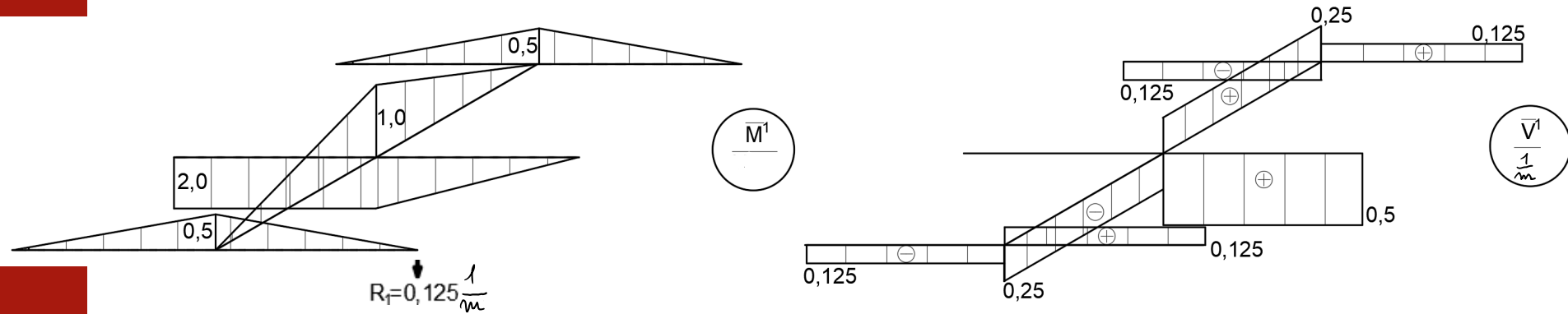


$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}^1 \bar{M}^1}{EJ} dx = \left[\frac{1}{2} \cdot 4m \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 4m \cdot 2 \cdot 2 \right] \cdot \frac{1}{EJ} = 25,3(3) \frac{m}{EJ}$$



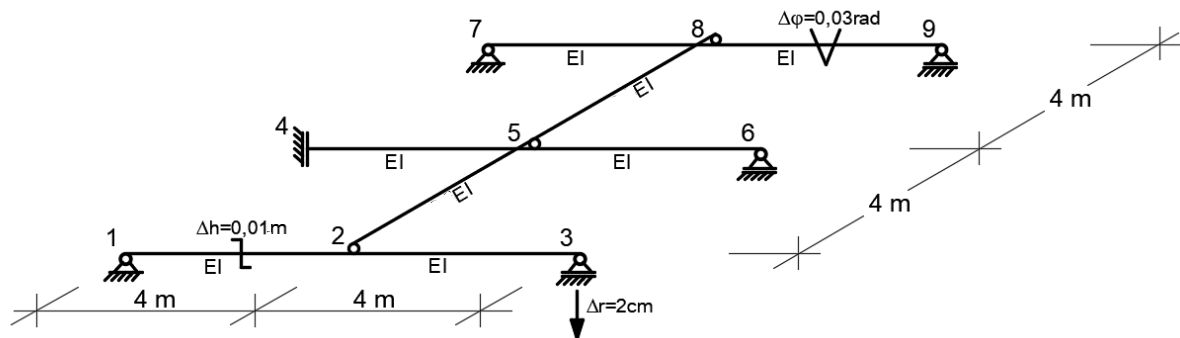
Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

4. Obliczenie współczynników i wyrazów wolnych układu równań metody sił



$$\delta_{1\Delta} = \sum_m \bar{M}_m^1 \cdot \Delta\varphi_m^\Delta + \sum_n \bar{N}_n^1 \cdot \Delta L_n^\Delta + \sum_v \bar{V}_v^1 \cdot \Delta h_v^\Delta - \sum_r \bar{R}_r^1 \cdot \Delta_r =$$

$$(-0,25) \cdot (-0,03) + (-0,125) \frac{1}{m} \cdot 0,01m - 0,125 \frac{1}{m} \cdot 0,02m = 0,00375$$





Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

5. Postać szczegółowa układu równań metody sił i jej rozwiązanie

$$25,3(3) \frac{\text{m}}{\text{EJ}} X_1 + 0,00375 = 0$$

$$X_1 = -1,43 \cdot 10^{-4} \frac{\text{EJ}}{\text{m}}$$



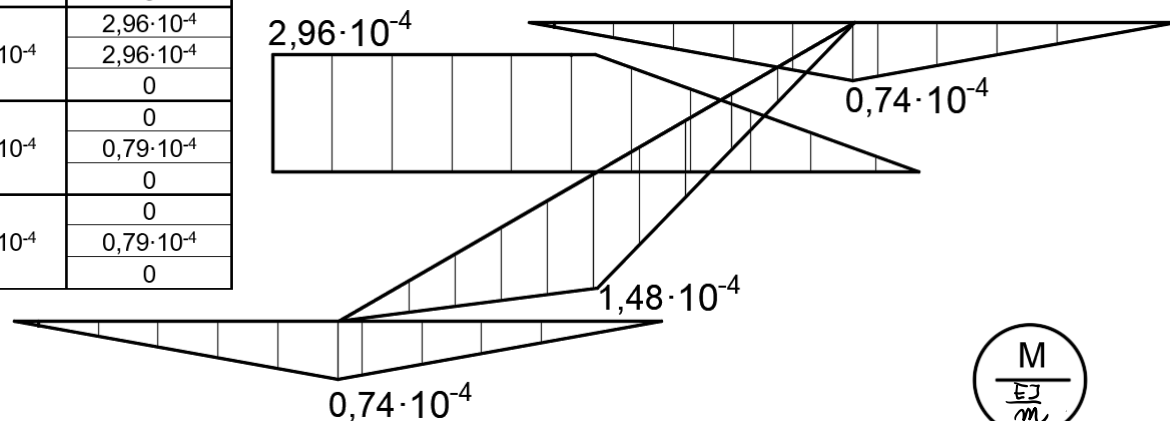
Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

6. Wykresy sił przekrojowych

$$M_{ij} = \overline{M}_{ij}^1 \cdot X_1$$

Momenty zginające

Pręt	Punkt	\overline{M}_{ij}	$\frac{X_1}{EJ}$	$\frac{M_{ij}}{EJ}$
13	1	0	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	0
	2	-0,5		$0,79 \cdot 10^{-4}$
	3	0		0
46	4	2	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$2,96 \cdot 10^{-4}$
	5	2		$2,96 \cdot 10^{-4}$
	6	0		0
79	7	0	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	0
	8	-0,5		$0,79 \cdot 10^{-4}$
	9	0		0
28	2	0	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	0
	5	-1		$0,79 \cdot 10^{-4}$
	8	0		0





Zad. 1 Ruszt belkowy - przemieszczenie od wpływów niemechanicznych

6. Wykresy sił przekrojowych

$$V_{ij} = \overline{V}_{ij}^1 \cdot X_1$$

Siły tnące

Pręt	$\frac{\overline{V}_{ij}^1}{\frac{1}{m}}$	$\frac{X_1}{\frac{EJ}{m}}$	$\frac{V_{ij}}{\frac{EJ}{m^2}}$
12	0,125	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$-0,19 \cdot 10^{-4}$
23	-0,125	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$
45	0	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	0
56	-0,5	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$0,74 \cdot 10^{-4}$
78	0,125	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$-0,19 \cdot 10^{-4}$
89	-0,125	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$
25	-0,25	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$0,37 \cdot 10^{-4}$
58	0,25	$-1,48 \cdot 10^{-4}$	$-0,37 \cdot 10^{-4}$

