

Statyka Budowli

Laboratorium nr 7

Opracowała: dr inż. Olga Szyłko-Bigus

olga.szylko-bigus@pwr.edu.pl



HR EXCELLENCE IN RESEARCH



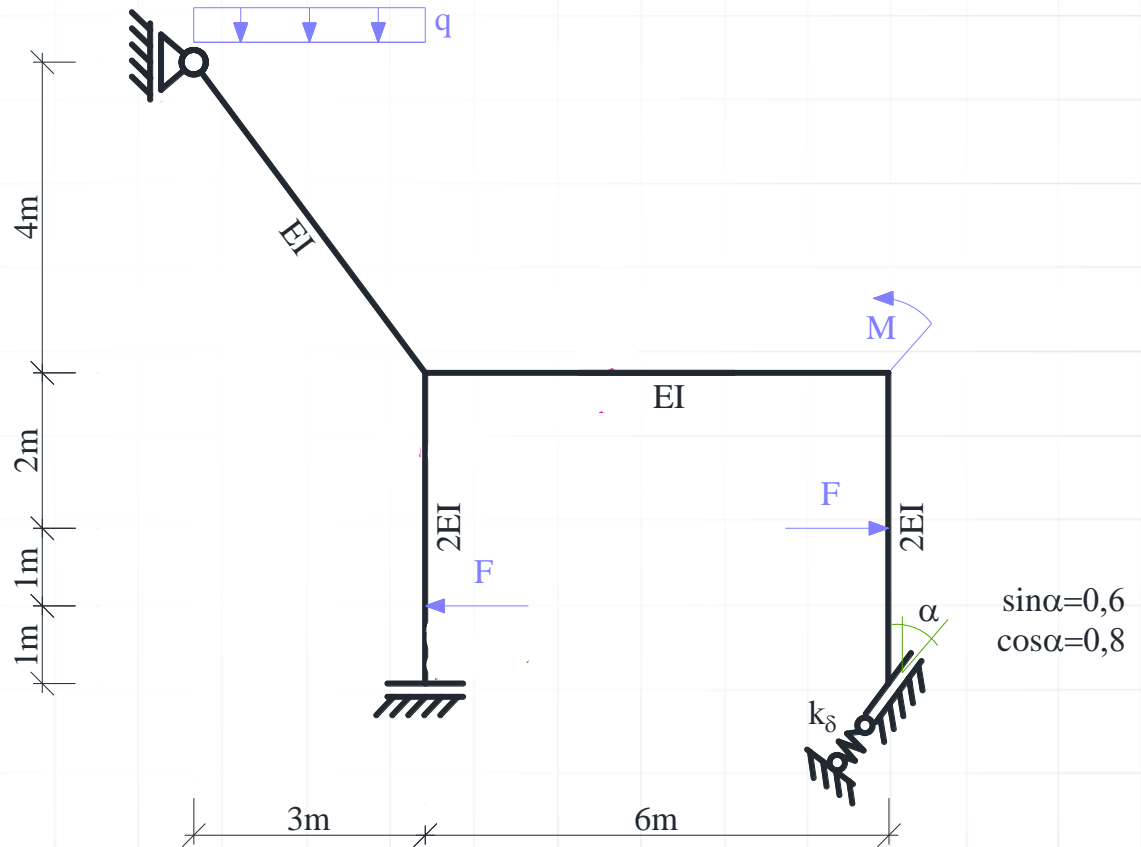
Politechnika Wrocławska

METODA PRZEMIESZCZEŃ - RAMA PŁASKA

Dana jest rama płaska o schemacie i obciążeniu mechanicznym jak na rysunku. Należy:

- Sprawdzić warunek ilościowy i jakościowy geometrycznej niezmienności układu.
- Stosując metodę przemieszczeń rozwiązać ramę od podanego obciążenia mechanicznego (obliczyć siły) przekrojowe i sporządzić ich wykresy.
- Przeprowadzić stosowne kontrole rozwiązania.

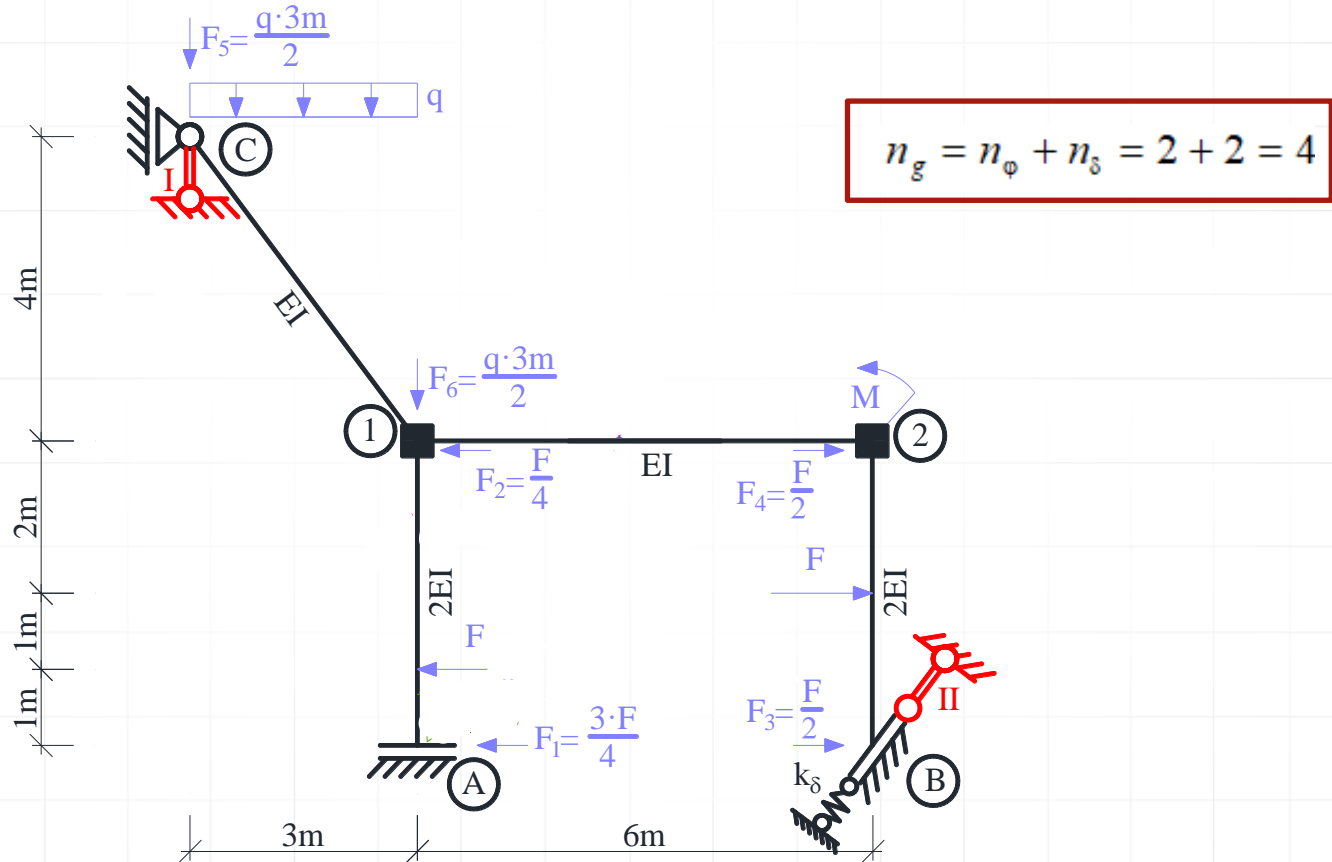
Dane do obliczeń: $F = 8 \text{ kN}$;
 $q = 4 \text{ kN/m}$; $M = 20 \text{ kN m}$;
 $k_{\delta} = 8 \text{ EI/m}^3$



Rys. 1. Schemat statyczny

UKŁAD PODSTAWOWY METODY PRZEMIESZCZEŃ

Układ podstawowy tworzymy z układu danego przez dodanie n_ϕ więzi rotacyjnych i n_δ więzi translacyjnych (w tym przykładzie 2 więzi rotacyjne i 2 więzi translacyjne). Układ podstawowy metody przemieszczeń, pokazany na rysunku jest geometrycznie wyznaczalny.



Rys. 6. Układ podstawowy metody przemieszczeń

SZCZEGÓŁOWA POSTAĆ UKŁADU RÓWNAŃ METODY PRZEMIESZCZEŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

$$1,7667 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_1 + 0,3333 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_2 - 0,2 \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_I + \frac{2}{15} \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_{II} - 10,5 kN \cdot m = 0$$

$$0,3333 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_1 + 2,6667 \frac{EI}{m} \cdot \varphi_2 + 1 \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_I + 0,5833 \frac{EI}{m^2} \cdot \delta_{II} + 24 kN \cdot m = 0$$

$$-0,2 \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_1 + 1 \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_2 + 0,7333 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_I + 0,3 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_{II} - 0,8333 kN = 0$$

$$\frac{2}{15} \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_1 + 0,5833 \frac{EI}{m^2} \cdot \varphi_2 + 0,3 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_I + 8,1705 \frac{EI}{m^3} \cdot \delta_{II} - 2,4 kN = 0$$

$$\varphi_1 = 15,6360 \frac{kN \cdot m^2}{EI},$$

$$\varphi_2 = -26,6186 \frac{kN \cdot m^2}{EI},$$

$$\delta_I = 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI},$$

$$\delta_{II} = 0,4142 \frac{kN \cdot m^3}{EI}.$$

OBLICZENIE WARTOŚCI SIŁ PRZEKROJOWYCH

Momenty brzegowe określamy korzystając z zasady superpozycji na podstawie wzoru:

$$M_{ij} = M_{ij}^1 \cdot \varphi_1 + M_{ij}^2 \cdot \varphi_2 + M_{ij}^I \cdot \delta_I + M_{ij}^{II} \cdot \delta_{II} + M_{ij}^o,$$

Momenty brzegowe

$$M_{12} = M_{12}^1 \cdot \varphi_1 + M_{12}^2 \cdot \varphi_2 + M_{12}^I \cdot \delta_I + M_{12}^{II} \cdot \delta_{II} + M_{12}^o = 0,6667 \frac{EI}{m} \cdot 15,6360 \frac{kN \cdot m^2}{EI} +$$

$$+ 0,3333 \frac{EI}{m} \cdot (-26,6186) \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 0,1333 \frac{EI}{m^2} \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 0 = 1,6034 kN \cdot m$$

$$M_{21} = M_{21}^1 \cdot \varphi_1 + M_{21}^2 \cdot \varphi_2 + M_{21}^I \cdot \delta_I + M_{21}^{II} \cdot \delta_{II} + M_{21}^o = 0,3333 \frac{EI}{m} \cdot 15,6360 \frac{kN \cdot m^2}{EI} +$$

$$+ 0,6667 \frac{EI}{m} \cdot (-26,6186) \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 0,1333 \frac{EI}{m^2} \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 0 = -12,4785 kN \cdot m$$

$$M_{1A} = M_{1A}^1 \cdot \varphi_1 + M_{1A}^2 \cdot \varphi_2 + M_{1A}^I \cdot \delta_I + M_{1A}^{II} \cdot \delta_{II} + M_{1A}^o = 0,5 \frac{EI}{m} \cdot 15,6360 \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 0 \cdot (-26,6186) \frac{kN \cdot m^2}{EI} +$$

$$+ 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + (-15) kN \cdot m = -7,1820 kN \cdot m$$

$$M_{A1} = M_{A1}^1 \cdot \varphi_1 + M_{A1}^2 \cdot \varphi_2 + M_{A1}^I \cdot \delta_I + M_{A1}^{II} \cdot \delta_{II} + M_{A1}^o = -0,5 \frac{EI}{m} \cdot 15,6360 \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 0 \cdot (-26,6186) \frac{kN \cdot m^2}{EI} +$$

$$+ 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + (-9) kN \cdot m = -16,8180 kN \cdot m$$

OBLICZENIE WARTOŚCI SIŁ PRZEKROJOWYCH

Momenty brzegowe określamy korzystając z zasady superpozycji na podstawie wzoru:

$$M_{ij} = M_{ij}^1 \cdot \varphi_1 + M_{ij}^2 \cdot \varphi_2 + M_{ij}^I \cdot \delta_I + M_{ij}^{II} \cdot \delta_{II} + M_{ij}^o,$$

Momenty brzegowe:

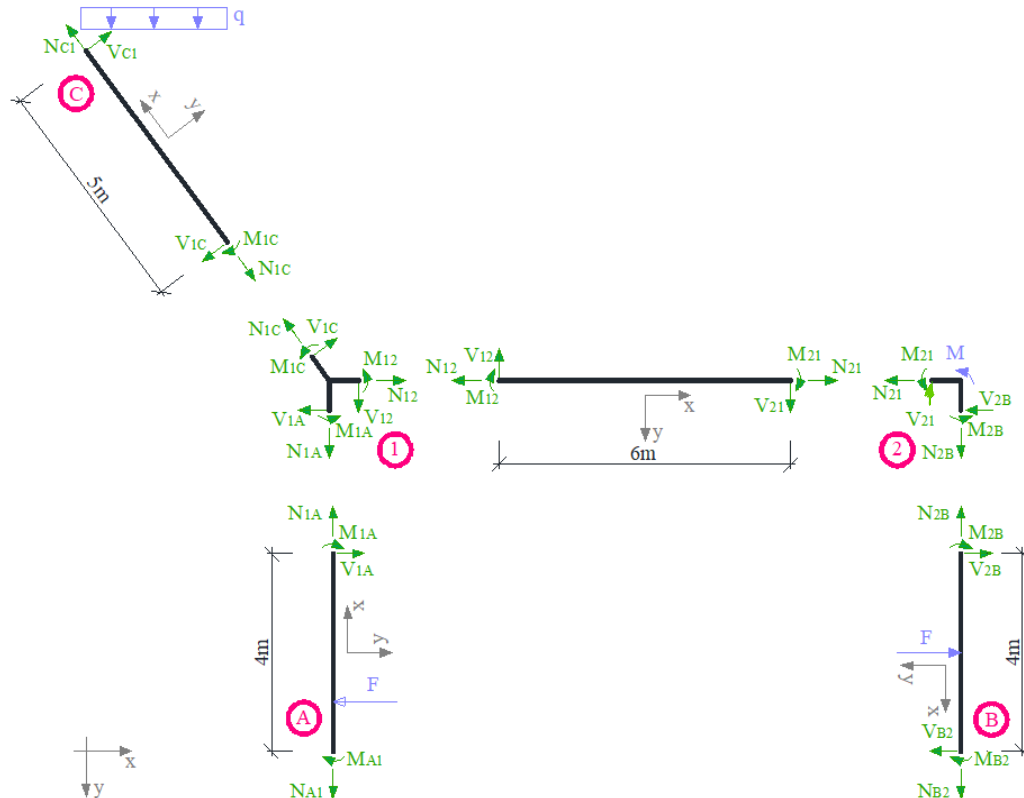
$$\begin{aligned} M_{1C} = M_{1C}^1 \cdot \varphi_1 + M_{1C}^2 \cdot \varphi_2 + M_{1C}^I \cdot \delta_I + M_{1C}^{II} \cdot \delta_{II} + M_{1C}^o = & 0,6 \frac{EI}{m} \cdot 15,6360 \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 0 \cdot (-26,6186) \frac{kN \cdot m^2}{EI} + \\ & + (-0,2) \frac{EI}{m^2} \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 4,5 kN \cdot m = 5,5757 kN \cdot m. \end{aligned}$$

Moment w więzi sprężystej:

$$S_\delta = S_1^{\delta_I} \cdot \delta_I + S_1^{\delta_{II}} \cdot \delta_{II} = 0 \cdot 41,5294 \frac{kN \cdot m^3}{EI} + 8 \frac{EI}{m^3} \cdot 0,4142 \frac{kN \cdot m^3}{EI} = 3,3136 \frac{EI}{m^3}$$

OBLICZENIE SIŁ OSIOWYCH I TNĄCYCH

Siły tnące określamy korzystając ze statycznych równań równowagi elementów (prętów) przy wyznaczonych już momentach brzegowych z uwzględnieniem obciążenia zewnętrznego na elementach. Siły osiowe wyznaczamy ze statycznych równań równowagi wyciętych węzłów z uwzględnieniem już wyznaczonych brzegowych sił tnących oraz obciążeń działających w węzłach. W tym celu układ dzielimy na pręty i węzły, obciążając wydzielone elementy obciążeniem danym i na brzegach siłami brzegowymi.



Rys. 8. Podział na pręty i węzły, dla których sprawdzono po 3 warunki równowagi

OBLICZENIE SIŁ OSIOWYCH I TNĄCYCH

Pręt 1-2

$$\sum M_1 = M_{12} + M_{21}^F + V_{21} \cdot 6m = [1,6037 + (-12,4785) + V_{21} \cdot 6] kN \cdot m = 0 \Rightarrow V_{21} = 1,8120 kN,$$

$$\sum V = V_{12} - V_{21} = [V_{12} - 1,8120] kN = 0 \Rightarrow V_{12} = 1,8120,$$

$$\sum N = N_{12} - N_{21} = 0 \Rightarrow N_{12} = N_{21}.$$

Pręt 1-A

$$\sum V = -V_{1A} + F = [-V_{1A} + 8] kN = 0 \Rightarrow V_{1A} = 8 kN,$$

$$\sum M_A = M_{A1} + M_{1A} + V_{1A} \cdot 4m - F \cdot 1m = [(-16,8180) + (-7,1820) + 8 \cdot 4 - 8 \cdot 1] kN \cdot m = 0,$$

$$\sum N = N_{A1} - N_{1A} = 0 \Rightarrow N_{A1} = N_{1A}.$$

Pręt 1-C

$$\sum M_C = M_{1C} + V_{1C} \cdot 5m + q \cdot 3m \cdot 1,5m = [5,5757 + V_{1C} \cdot 5 + 4 \cdot 3 \cdot 1,5] kN \cdot m = 0 \Rightarrow V_{1C} = -4,7151 kN,$$

$$\sum M_1 = M_{1C} + V_{C1} \cdot 5m - q \cdot 3m \cdot \cos \alpha = [5,1908 + V_{C1} \cdot 5 - 4 \cdot 3 \cdot 1,5] kN \cdot m = 0 \Rightarrow V_{C1} = 2,4849 kN,$$

$$\sum N = N_{1C} - N_{C1} + q \cdot 3m \cdot \cos \alpha = [N_{1C} - N_{C1} + 4 \cdot 3 \cdot 0,8] kN = 0 \Rightarrow N_{C1} = N_{1C} + 9,6 kN.$$

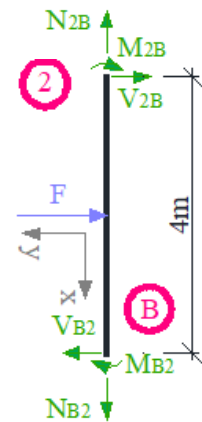
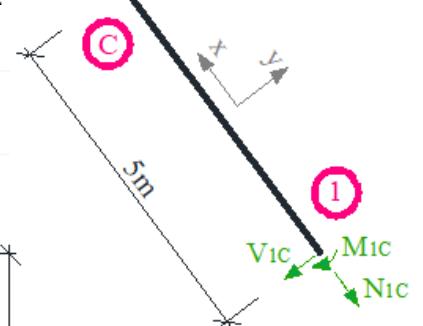
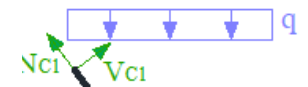
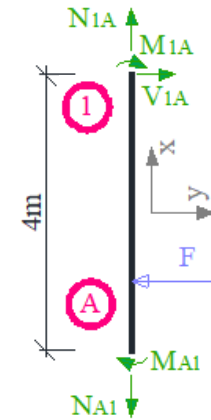
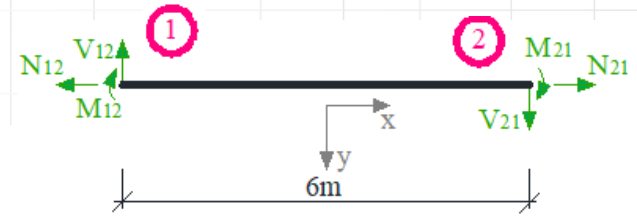
Pręt 2-B

$$\sum M_B = M_{B2} + M_{2B} + V_{2B} \cdot 4m + F \cdot 2m = [11,0972 + (-7,5214) + V_{2B} \cdot 4 + 8 \cdot 2] kN \cdot m = 0$$

$$\Rightarrow V_{2B} = -4,8940 kN,$$

$$\sum V = V_{2B} - V_{B2} + F = [-4,8940 - V_{B2} + 8] kN = 0 \Rightarrow V_{B2} = 3,1060 kN,$$

$$\sum N = N_{2B} - N_{B2} = 0 \Rightarrow N_{2B} = N_{B2}.$$



OBLICZENIE SIŁ OSIOWYCH I TNĄCYCH

Węzeł 2

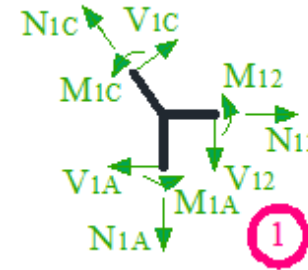
$$\sum M_2 = M_{21} + M_{2B} + M = [-12,4785 + (-7,5214) + 20] kN \cdot m = 0,0001,$$

$$\sum X = V_{2B} + N_{21} = [-4,8940 + N_{21}] kN = 0 \Rightarrow N_{21} = 4,8940 kN,$$

$$\sum Y = V_{21} - N_{2B} = [1,8120 - N_{2B}] kN = 0 \Rightarrow N_{2B} = 1,8120 kN.$$

Z trzeciego równania dla pręta 2-B $N_{B2} = N_{2B} = 1,8120 kN$.

Z trzeciego równania dla pręta 1-2 $N_{12} = N_{21} = 4,8940 kN$.



Węzeł 1

$$\sum M_1 = M_{12} + M_{1A} + M_{1C} = [1,6034 + (-7,1820) + 5,5757] kN \cdot m = 0,0001 kN \cdot m,$$

$$\sum X = N_{12} - V_{1A} + V_{1C} \sin \alpha - N_{1C} \cdot \cos \alpha = [4,8940 - 8 + (-4,7151) \cdot 0,8 - N_{1C} \cdot 0,6] kN = 0$$

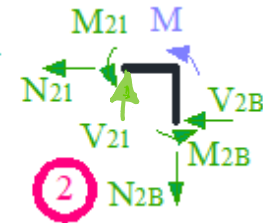
$$\Rightarrow N_{1C} = -11,4634 kN.$$

$$\sum Y = V_{12} + N_{1A} - V_{1C} \cdot \cos \alpha - N_{1C} \cdot \sin \alpha = [1,8120 + N_{1A} - (-4,7151) \cdot 0,6 - (-11,3609) \cdot 0,8] kN = 0 kN$$

$$\Rightarrow N_{1A} = -13,7299 kN$$

Z trzeciego równania dla pręta 1-A $N_{A1} = N_{1A} \Rightarrow N_{A1} = -13,7299 kN$.

Z trzeciego równania dla pręta 1-C $N_{C1} = N_{1C} + 9,6 kN = -13,7299 kN + 9,6 kN = -4,1298 kN$



OBLICZENIE MOMENTÓW ZGINAJĄCYCH

$$M_{zgin,12} = M_{12} = 1,6034 kN \cdot m$$

$$M_{zgin,21} = -M_{21} = 12,4875 kN \cdot m$$

$$M_{zgin,1A} = -M_{1A} = 7,1820 kN \cdot m$$

$$M_{zgin,A1} = M_{A1} = -16,8180 kN \cdot m$$

$$M_{zgin,1C} = M_{1C} = 5,5757 kN \cdot m$$

$$M_{zgin,C1} = -M_{C1} = 0$$

$$M_{zgin,4} = -V_{C1} \cdot 2,5m + q \cdot 1,5m \cdot \frac{1,5m}{2} =$$

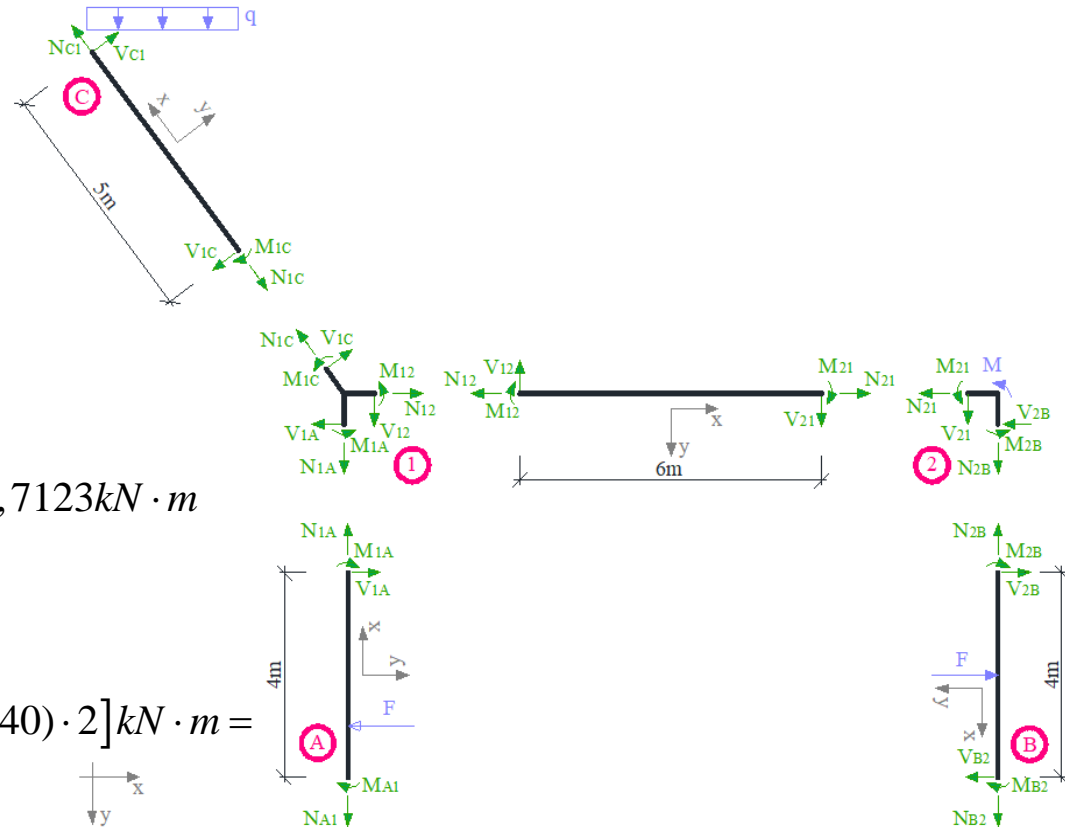
$$= [-2,4849 \cdot 2,5m + 4 \cdot 1,5m \cdot 0,75m] kN \cdot m = -1,7123 kN \cdot m$$

$$M_{zgin,2B} = M_{2B} = -7,5214 kN \cdot m$$

$$M_{zgin,B2} = -M_{B2} = -11,0972 kN \cdot m$$

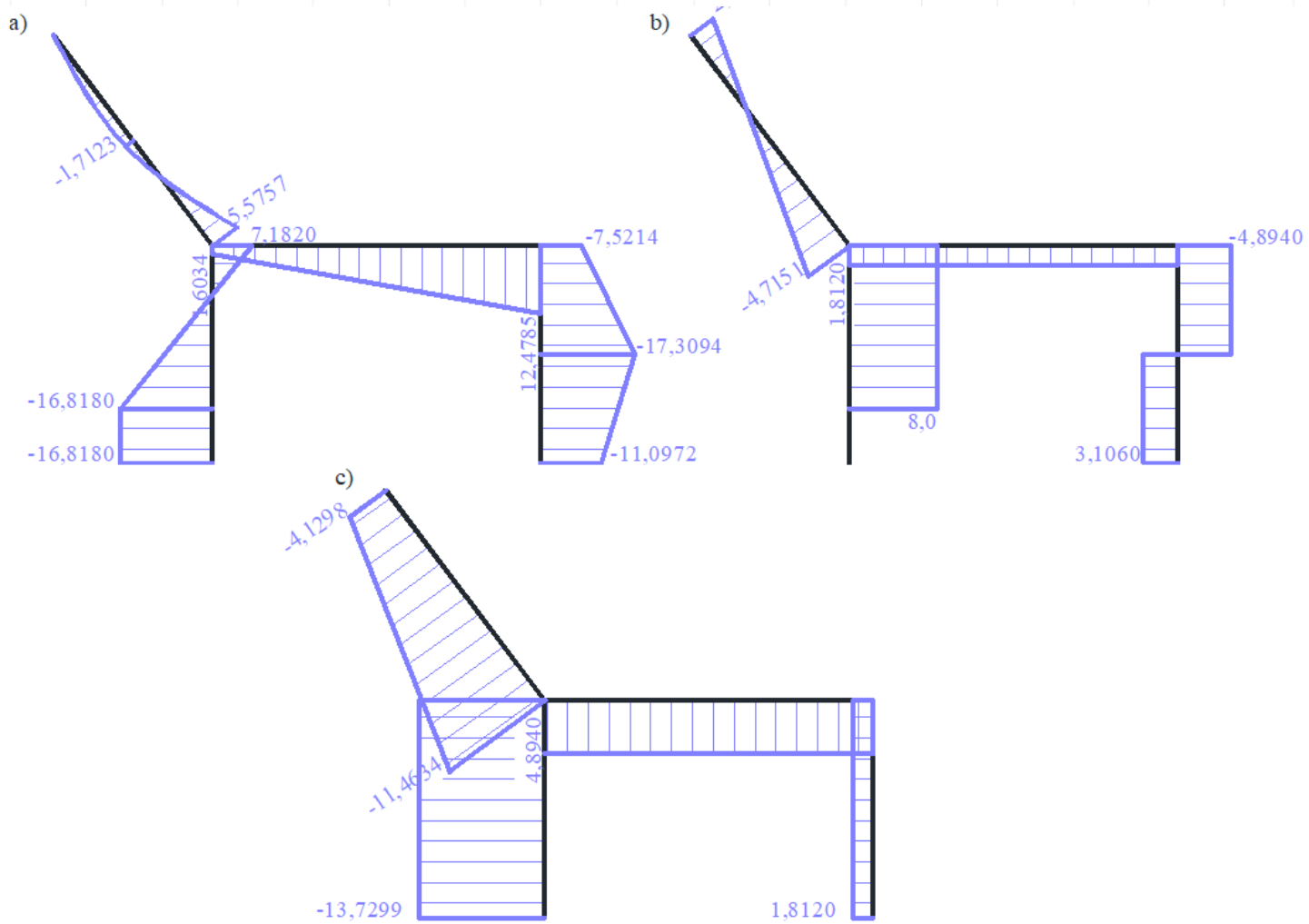
$$M_{zgin,5} = M_{2B,zgin} + V_{2B} \cdot 2m = [-7,5214 + (-4,8940) \cdot 2] kN \cdot m =$$

$$= -17,3094 kN \cdot m$$



Rys. 8. Podział na pręty i węzły, dla których sprawdzono po 3 warunki równowagi

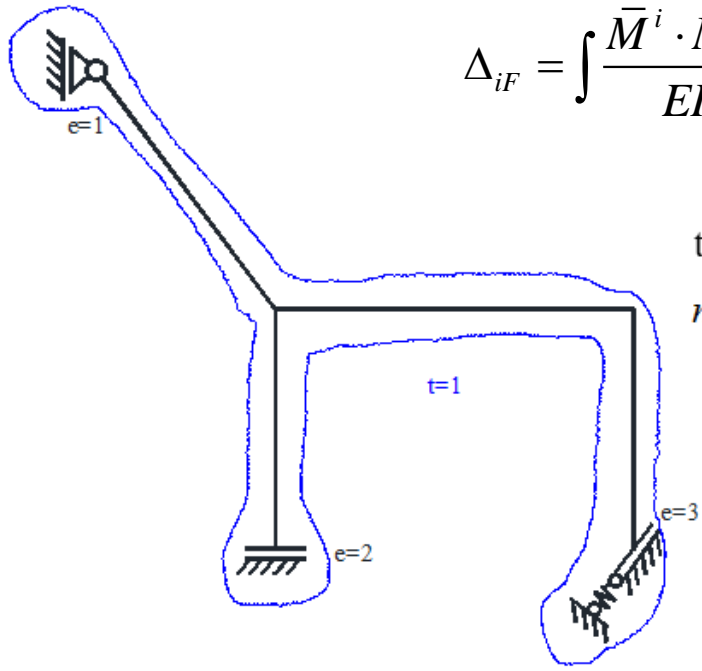
WYKRESY SIŁ WEWNĘTRZNYCH



Rys. 9. Wykres a) momentów zginających w $kN \cdot m$, b) sił tnących w kN , c) sił osiowych w kN

KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA

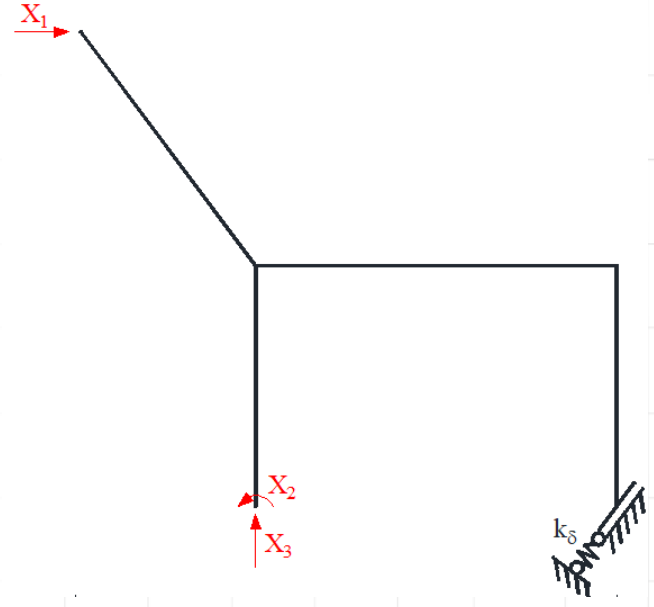
Kontrola kinematycznej dopuszczalności rozwiązania polega na sprawdzeniu zgodności przemieszczeń układu rozwiązanego z przemieszczeniami rzeczywistymi w miejscach i na kierunkach przeciętych więzi. W tym celu dobierany jest układ podstawowy metody sił. Wartości obliczonych przemieszczeń muszą być takie, jakie wynikają ze sposobu podparcia układu. Ponieważ dany układ jest pięciokrotnie statycznie niewyznaczalny dobrano układ podstawowy przecinając pięć więzi podporowych.



$$\Delta_{iF} = \int \frac{\bar{M}^i \cdot M^F}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \cdot S_n^F}{k_n}$$

$$t = 1, e = 2 + 3 + 1 = 6,$$

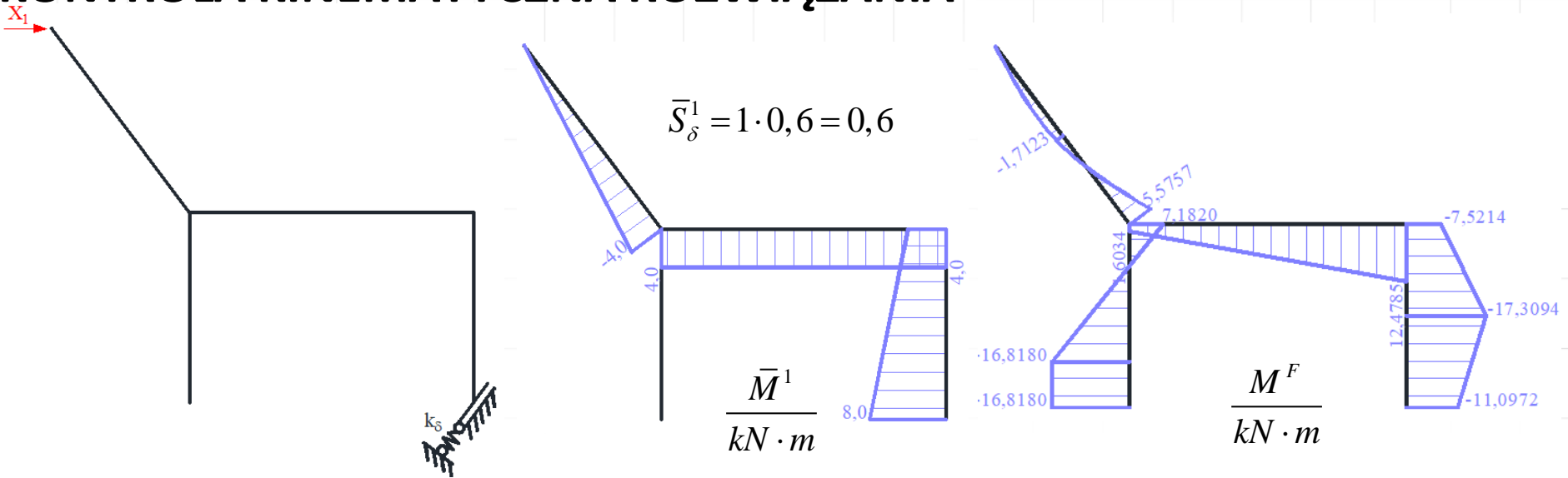
$$n_h = e - 3 \cdot t = 6 - 3 \cdot 1 = 3$$



Rys. 10. Tarcze i więzi

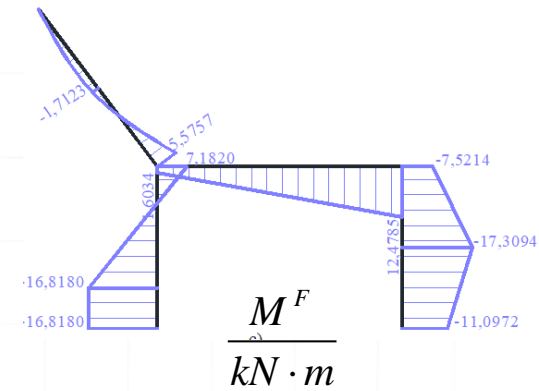
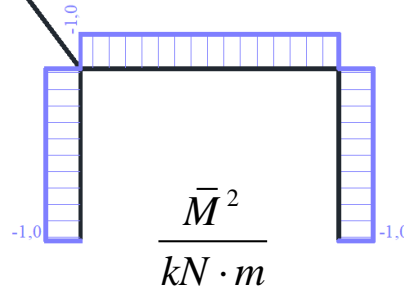
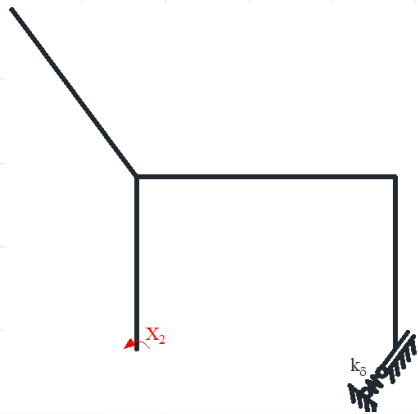
Rys.11. Układ podstawowy metody sił

KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA



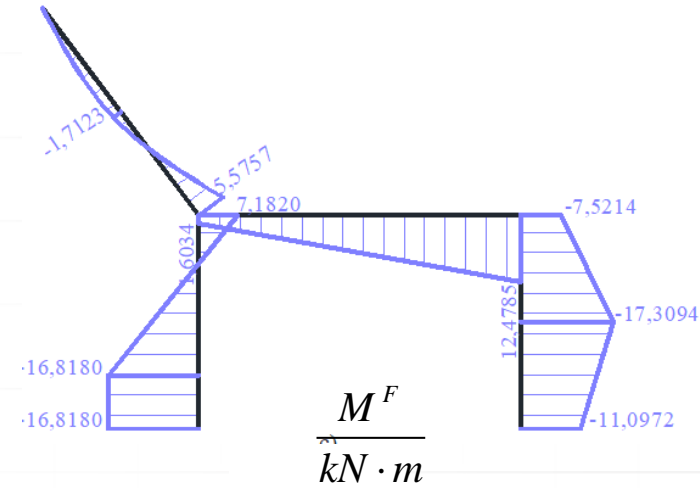
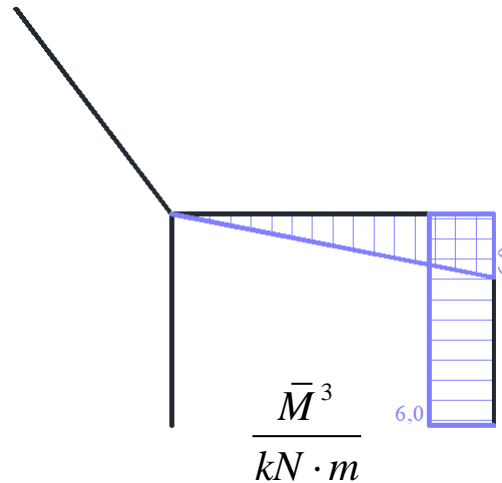
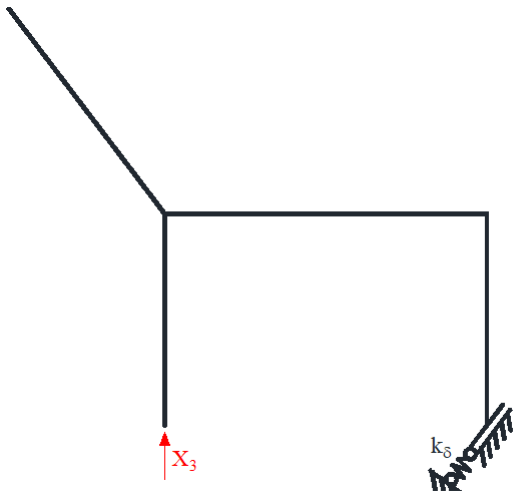
$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= \int \frac{\bar{M}^1 \cdot M^F}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^1 \cdot S_n^F}{k_n} = + \frac{6m}{6 \cdot EI} [4m \cdot 1,6034 \text{ kN} \cdot \text{m} + 4m \cdot 3m \cdot 7,0424 \text{ kN} \cdot \text{m} + 4m \cdot 12,4785 \text{ kN} \cdot \text{m}] + \\ &+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} [4m \cdot (-7,5214) \text{ kN} \cdot \text{m} + 5 \cdot 6m \cdot (-12,4154) \text{ kN} \cdot \text{m} + 6m \cdot (-17,3094) \text{ kN} \cdot \text{m}] + \\ &+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} [6m \cdot (-17,3094) \text{ kN} \cdot \text{m} + 4 \cdot 7m \cdot (-14,2033) \text{ kN} \cdot \text{m} + 8m \cdot (-11,0972) \text{ kN} \cdot \text{m}] + \\ &+ \frac{5m}{6 \cdot EI} [0 \cdot 0 + 4 \cdot 2m \cdot (-1,7123) \text{ kN} \cdot \text{m} + 4m \cdot 5,5757 \text{ kN} \cdot \text{m}] + \frac{0,6 \cdot 3,3136 \text{ kN}}{8 \frac{EI}{m^3}} = \\ &= 169,0184 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^2}{EI} - 63,7084 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^2}{EI} - 98,3877 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^2}{EI} - 7,1715 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^2}{EI} + 0,2485 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^2}{EI} = \\ &= -0,00006 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^2}{EI} \end{aligned}$$

KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA



$$\begin{aligned} \Delta_{2F} &= \int \frac{\bar{M}^2 \cdot M^F}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^2 \cdot S_n^F}{k_n} = \\ &= \frac{1m}{6 \cdot 2EI} [(-1) \cdot (-16,8180)kN \cdot m + 4 \cdot (-1) \cdot (-16,8180)kN \cdot m + (-1) \cdot (-16,8180)kN \cdot m] + \\ &+ \frac{3m}{6 \cdot 2EI} [(-1) \cdot (-16,8180)kN \cdot m + 4 \cdot (-1) \cdot (-4,818)kN \cdot m + (-1) \cdot 7,182kN \cdot m] + \\ &+ \frac{6m}{6 \cdot EI} [(-1) \cdot 1,6034kN \cdot m + 4 \cdot (-1) \cdot 7,0424kN \cdot m + (-1) \cdot 12,4785kN \cdot m] + \\ &+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} [(-1) \cdot (-7,5214)kN \cdot m + 4 \cdot (-1) \cdot (-12,4154)kN \cdot m + (-1) \cdot (-17,3094)kN \cdot m] + \\ &+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} [(-1) \cdot (-17,3094)kN \cdot m + 4 \cdot (-1) \cdot (-14,2033)kN \cdot m + (-1) \cdot (-11,0972)kN \cdot m] = \\ &= 8,4090 \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 7,2270 \frac{kN \cdot m^2}{EI} - 42,2457 \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 12,4154 \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 14,2035 \frac{kN \cdot m^2}{EI} = \\ &= 0,00915 \frac{kN \cdot m^2}{EI} \end{aligned}$$

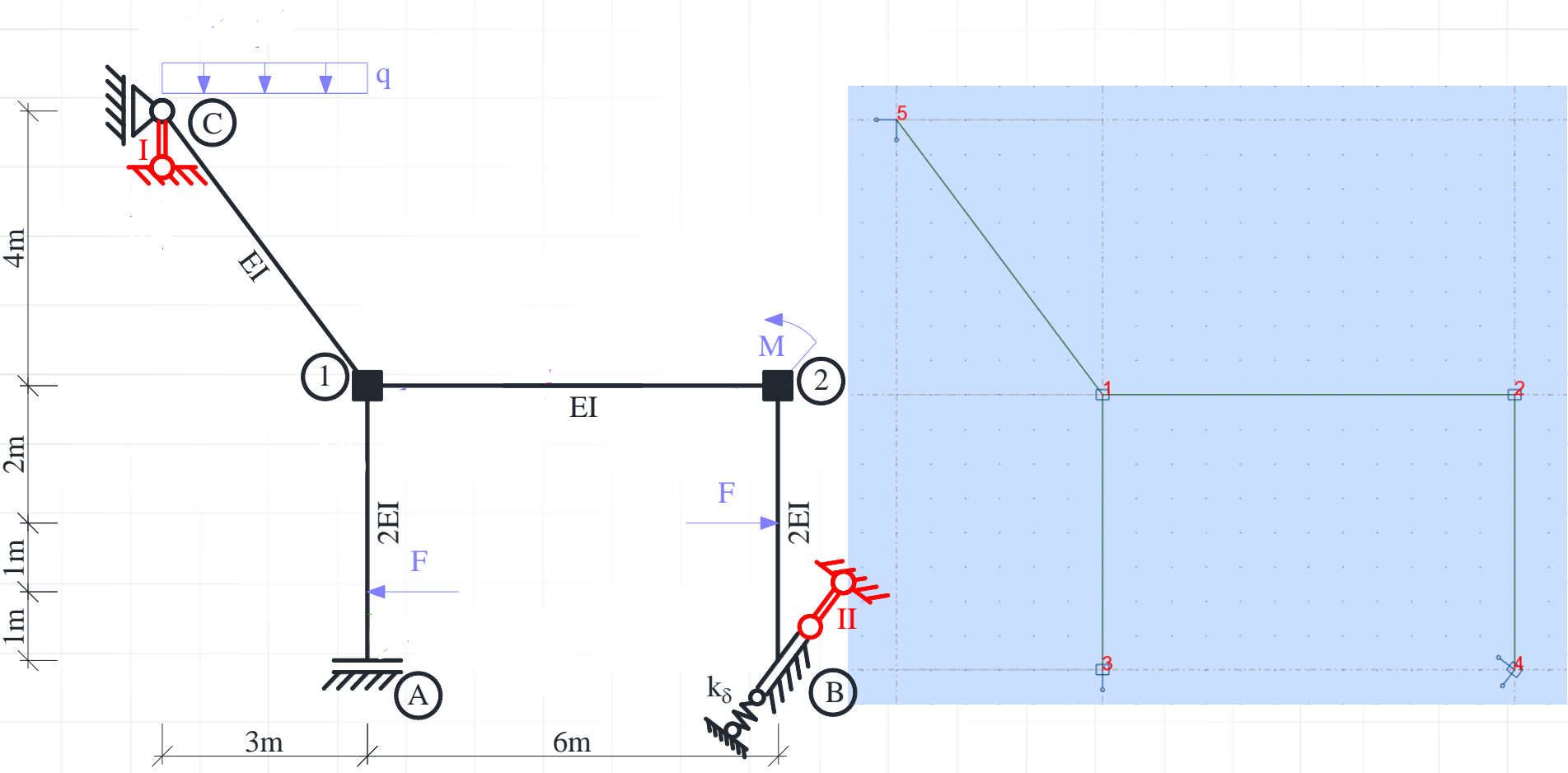
KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA



$$\begin{aligned} \Delta_{3F} &= \int \frac{\bar{M}^3 \cdot M^F}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^3 \cdot S_n^F}{k_n} = + \frac{6m}{6 \cdot EI} [0 \cdot 1,6034 kN \cdot m + 4 \cdot 3m \cdot 7,0455 kN \cdot m + 6m \cdot 12,4785 kN \cdot m] + \\ &+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} [6m \cdot (-7,5214) kN \cdot m + 4 \cdot 6m \cdot (-12,4154) kN \cdot m + 6m \cdot (-17,3094) kN \cdot m] + \\ &+ \frac{2m}{6 \cdot 2EI} [6m \cdot (-17,3094) kN \cdot m + 4 \cdot 6m \cdot (-14,2033) kN \cdot m + 6m \cdot (-11,0972) kN \cdot m] + \frac{0,8 \cdot 3,3136 kN}{8 \frac{EI}{m^3}} = \\ &= 159,3802 \frac{kN \cdot m^2}{EI} - 74,4924 \frac{kN \cdot m^2}{EI} - 85,2198 \frac{kN \cdot m^2}{EI} + 0,3314 \frac{kN \cdot m^2}{EI} = 0,0006 \frac{kN \cdot m^2}{EI} \end{aligned}$$

UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD PODSTAWOWY

Do programu ROBOT wprowadzamy układ podstawowy metody przemieszczeń.



1. USTAWIENIE PREFERENCJI ZADANIA

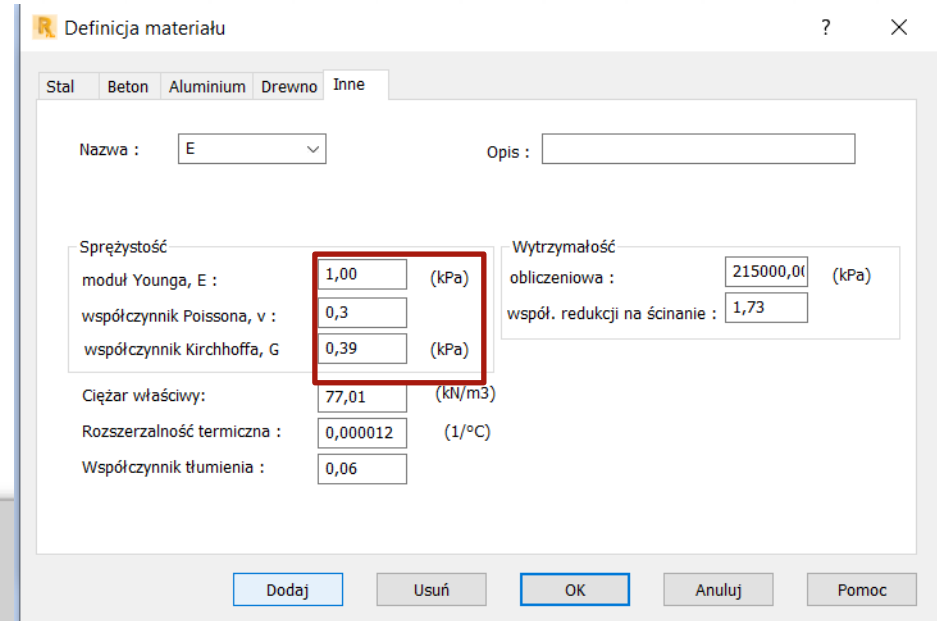
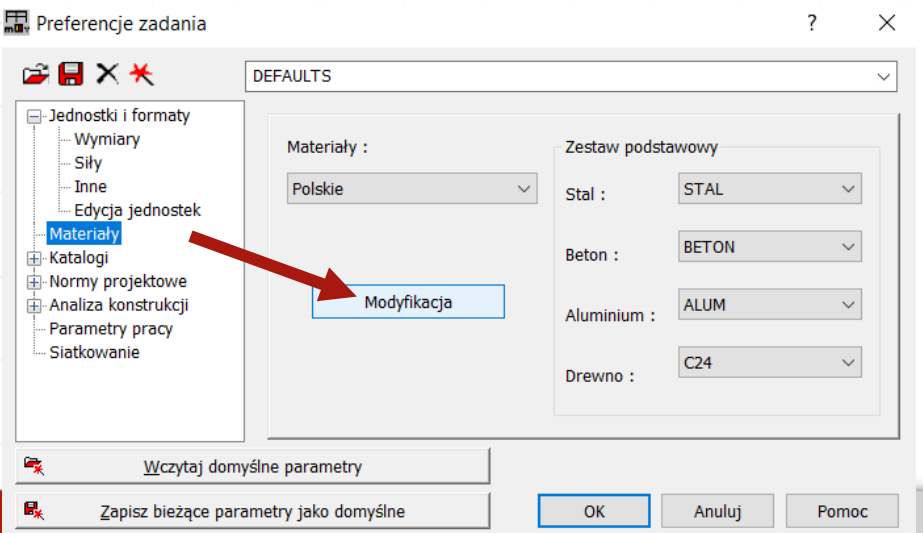
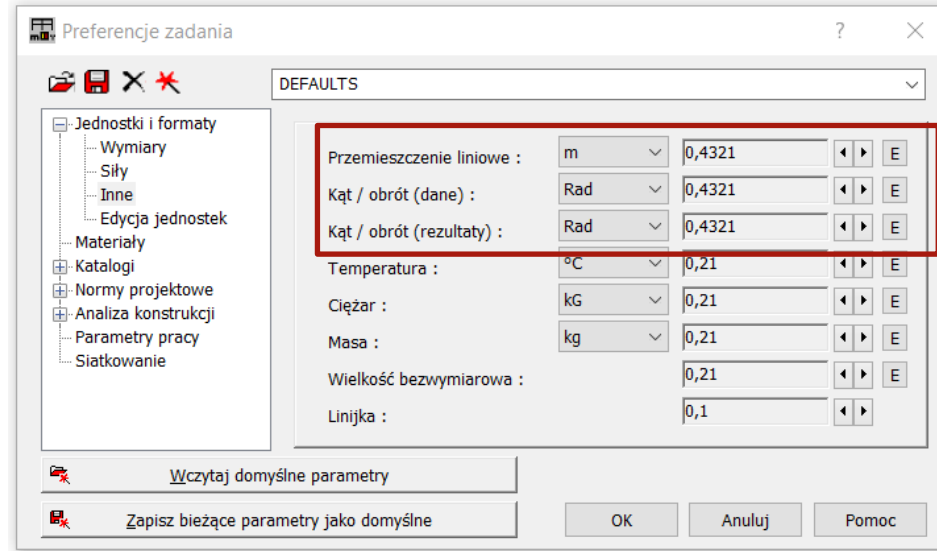
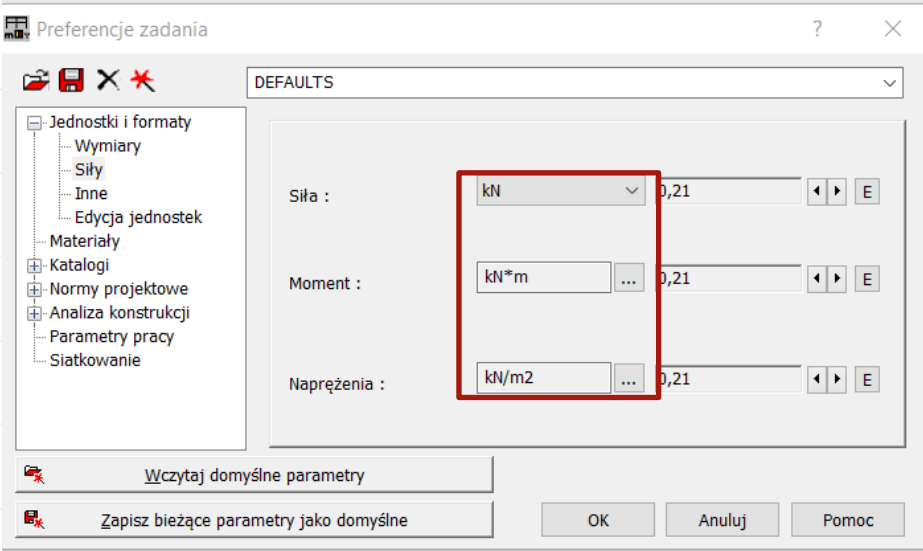
1. Wybieramy Narzędzia->Preferencje zadania

The image shows a software interface for structural design. The main window displays a 3D model of a structure with a coordinate system (X, Y, Z) and a grid. The 'Narzędzia' (Tools) menu is open, and 'Preferencje zadania' (Task Preferences) is selected. The 'Preferencje zadania' dialog box is open, showing various settings. A red box highlights the following fields:

Parametr	Jednostka	Wartość
Wymiary konstrukcji :	m	0,54321
Wymiary przekroju :	m	0,54321
Charakterystyki przekroju :	m	0,54321
Połączenia stalowe (wymiary) :	mm	0,
Średnice prętów zbrojenia :	mm	0,1
Powierzchnie zbrojenia:	cm2	0,21
Rozwarcie rys :	mm	0,1

Buttons at the bottom of the dialog include: 'Wczytaj domyślne parametry', 'Zapisz bieżące parametry jako domyślne', 'OK', 'Anuluj', and 'Pomoc'.

1. USTAWIENIE PREFERENCJI ZADANIA



UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD PODSTAWOWY

Zdefiniowanie przekroju:

$$A_x = 1\ 000\ 000\ \text{m}^2$$

$$I_y = 1\ \text{m}^4 \text{ (dla 1EI)}$$

$$2\ \text{m}^4 \text{ (dla 2EI)}$$

$$I_x = 0$$

$$I_z = 0$$

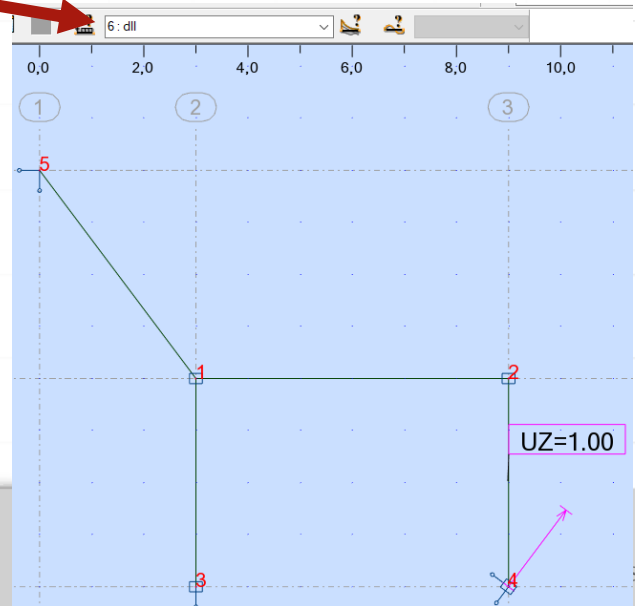
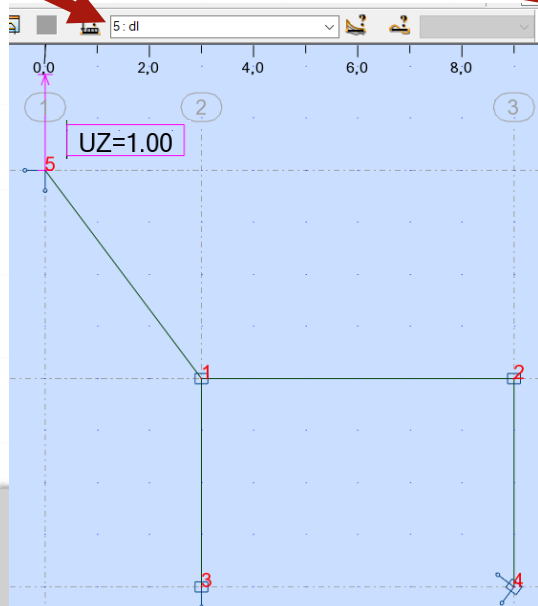
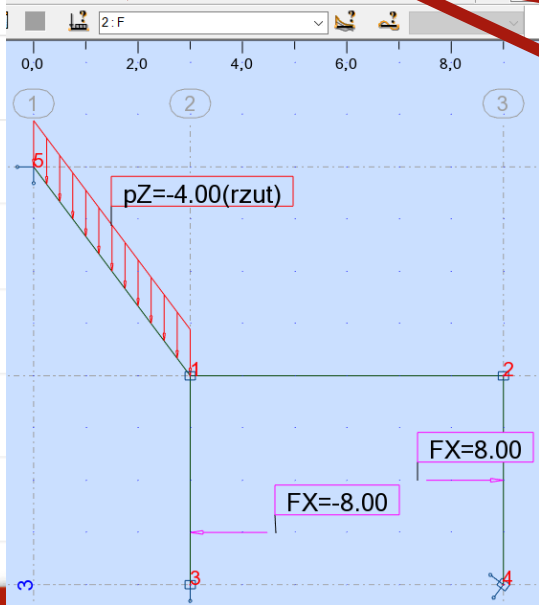
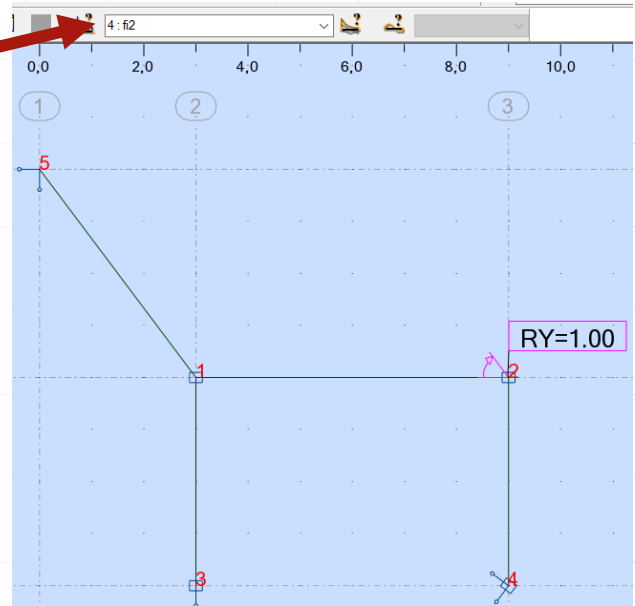
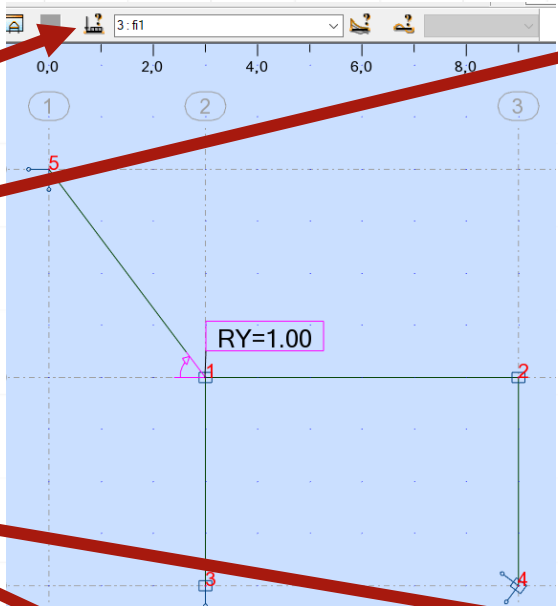
3. W tym oknie tworzymy przekroje

4. Zmieniamy Iy jeśli mamy różne sztywności (np. 2EI, wówczas Iy=2)

UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD PODSTAWOWY

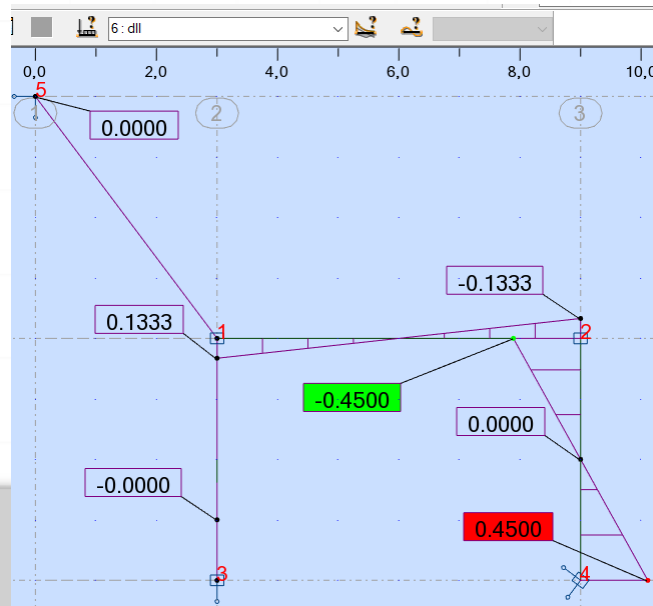
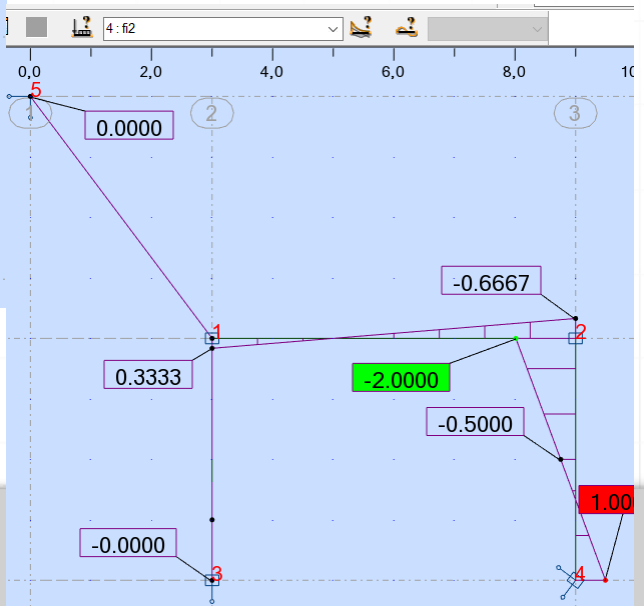
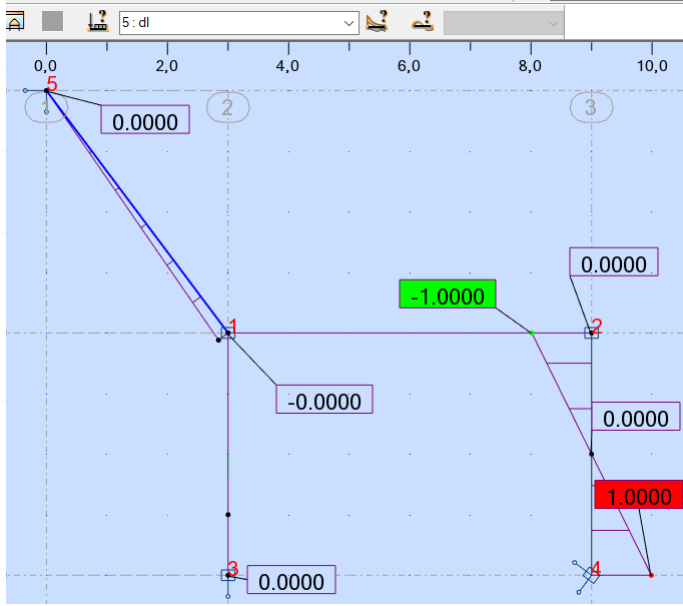
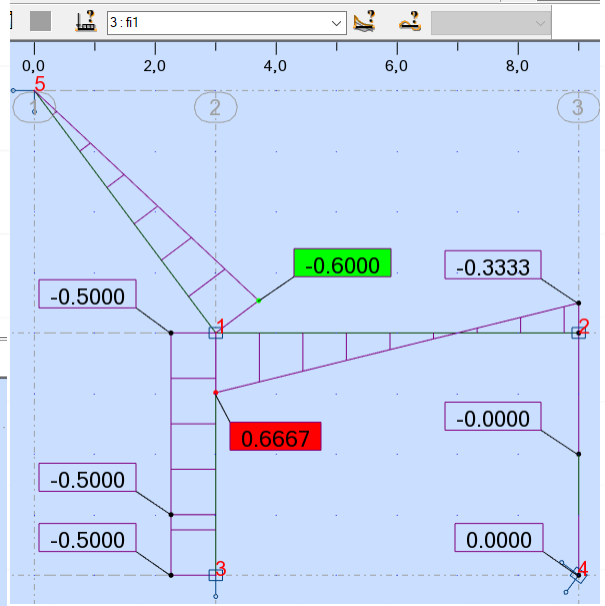
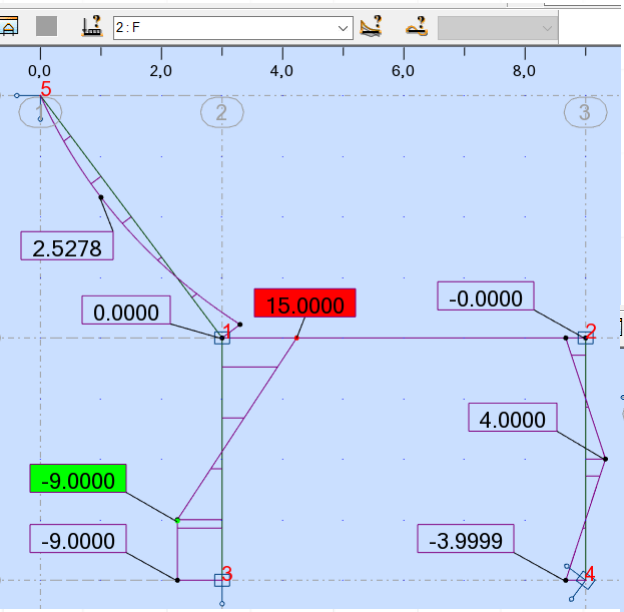
Przypadki obciążenia:

- 1. Ciężar własny
- 2. Obciążenie dane
- 3. φ_1
- 4. φ_2
- 5. δ_1
- 6. δ_{II}



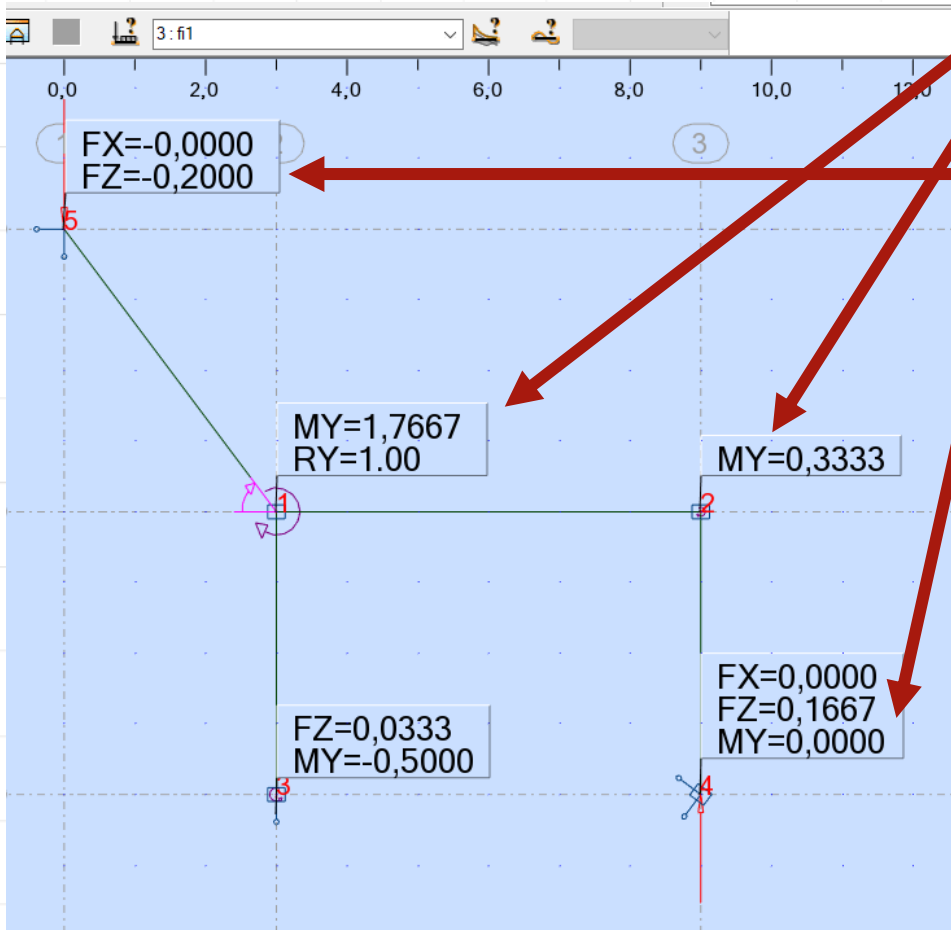
UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD PODSTAWOWY

Wykresy momentów
Zginających w układzie
podstawowym metody
przemieszczeń



UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD PODSTAWOWY

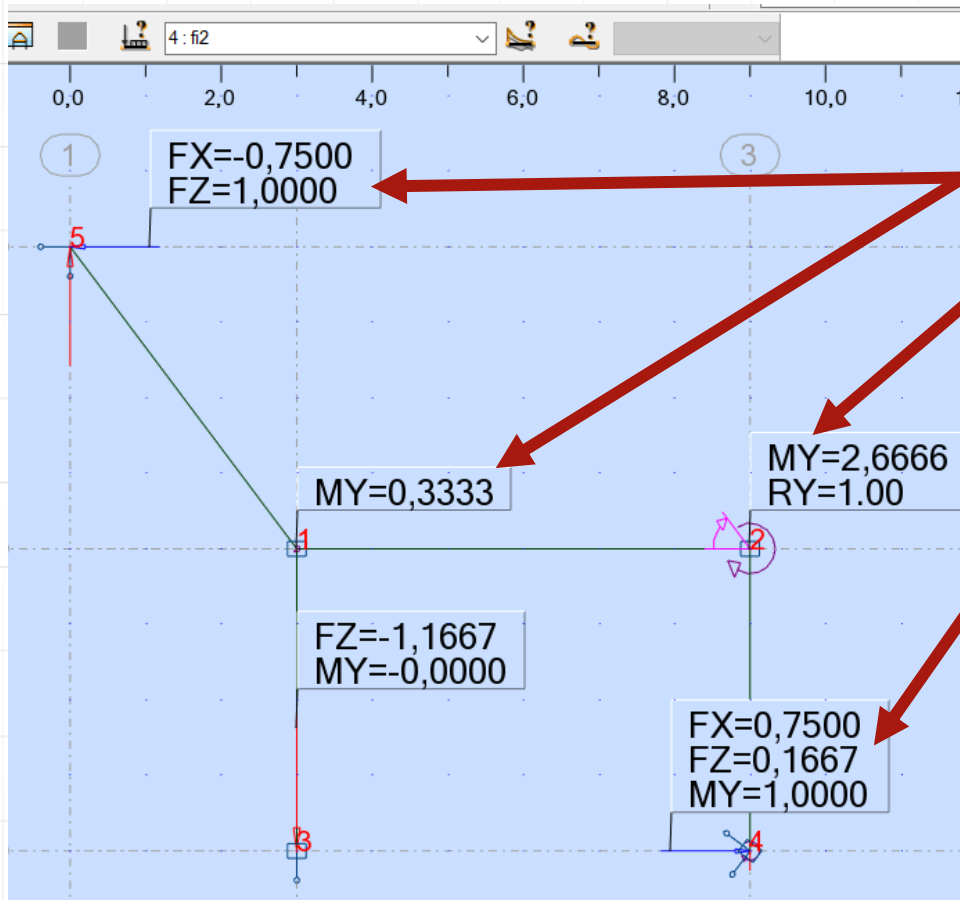
Odczytywanie współczynników: reakcje w dodanych więziach.



$$\begin{aligned}
 k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{1I} \cdot \delta_I + k_{1II} \cdot \delta_{II} + k_{1o} &= 0 \\
 k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{2I} \cdot \delta_I + k_{2II} \cdot \delta_{II} + k_{2o} &= 0 \\
 k_{I1} \cdot \varphi_1 + k_{I2} \cdot \varphi_2 + k_{II} \cdot \delta_I + k_{II} \cdot \delta_{II} + k_{Io} &= 0 \\
 k_{II1} \cdot \varphi_1 + k_{II2} \cdot \varphi_2 + k_{II} \cdot \delta_I + k_{II} \cdot \delta_{II} + k_{IIo} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{I1} &= FX \cdot \sin \alpha + FZ \cdot \cos \alpha = \\
 &= 0 \cdot 0,6 + 0,1667m \cdot 0,8 = 0,1334m
 \end{aligned}$$

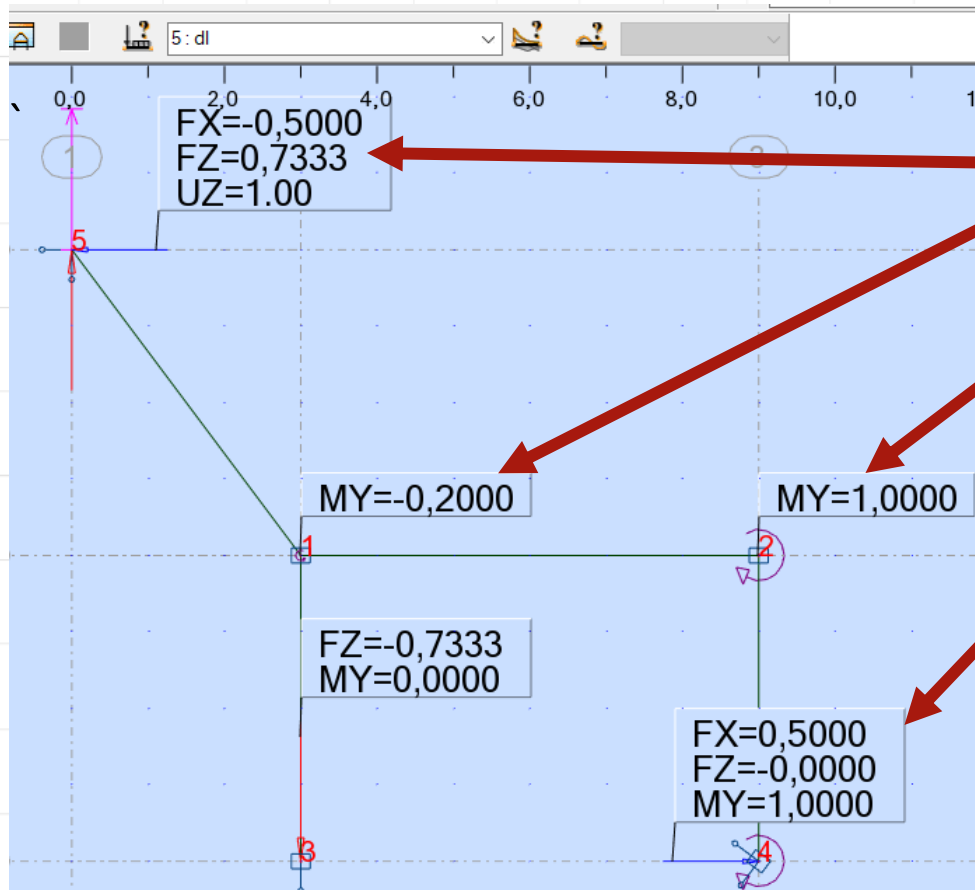
KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA



$$\begin{aligned}
 k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{1I} \cdot \delta_I + k_{1II} \cdot \delta_{II} + k_{1o} &= 0 \\
 k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{2I} \cdot \delta_I + k_{2II} \cdot \delta_{II} + k_{2o} &= 0 \\
 k_{I1} \cdot \varphi_1 + k_{I2} \cdot \varphi_2 + k_{II} \cdot \delta_I + k_{II} \cdot \delta_{II} + k_{Io} &= 0 \\
 k_{II1} \cdot \varphi_1 + k_{II2} \cdot \varphi_2 + k_{II} \cdot \delta_I + k_{II} \cdot \delta_{II} + k_{IIo} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \kappa_{II2} &= FX \cdot \sin \alpha + FZ \cdot \cos \alpha = \\
 &= 0,75m \cdot 0,6 + 0,1667m \cdot 0,8 = 0,5834m
 \end{aligned}$$

KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA



$$k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{1I} \cdot \delta_I + k_{1II} \cdot \delta_{II} + k_{1o} = 0$$

$$k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{2I} \cdot \delta_I + k_{2II} \cdot \delta_{II} + k_{2o} = 0$$

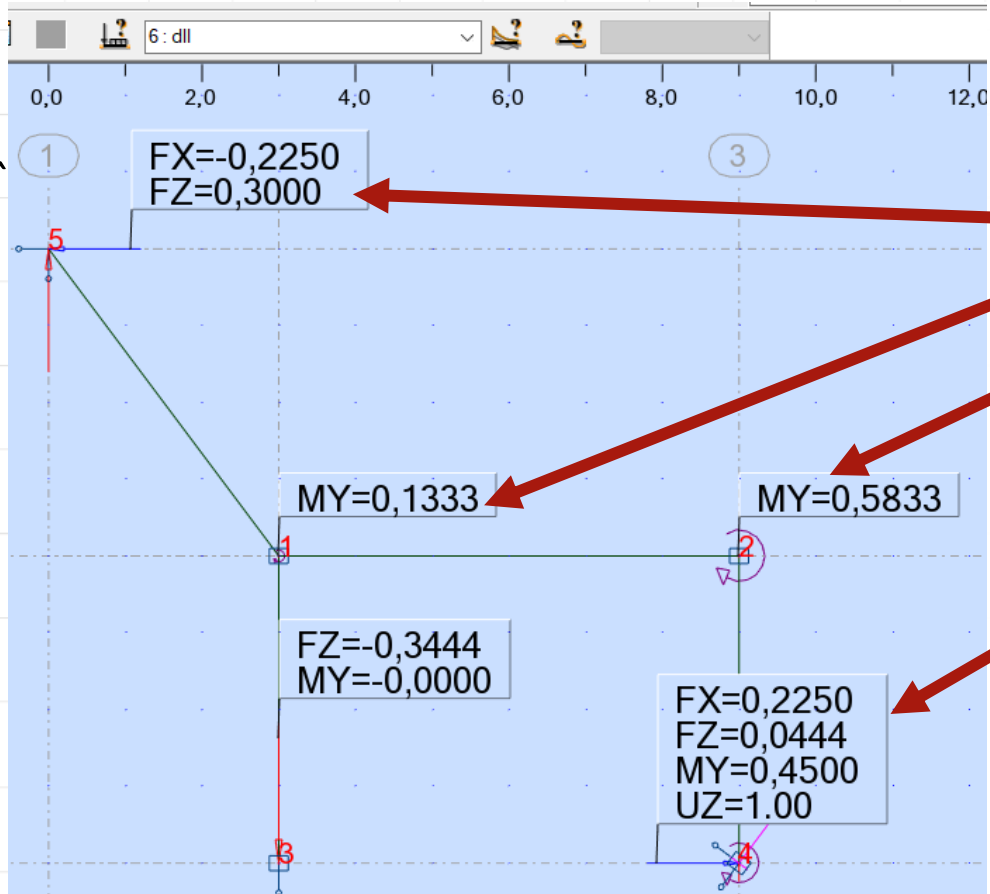
$$k_{31} \cdot \varphi_1 + k_{32} \cdot \varphi_2 + k_{3I} \cdot \delta_I + k_{3II} \cdot \delta_{II} + k_{3o} = 0$$

$$k_{41} \cdot \varphi_1 + k_{42} \cdot \varphi_2 + k_{4I} \cdot \delta_I + k_{4II} \cdot \delta_{II} + k_{4o} = 0$$

$$k_{II I} = FX \cdot \sin \alpha + FZ \cdot \cos \alpha =$$

$$0,5m \cdot 0,6 + 0 \cdot 0,8 = 0,3m$$

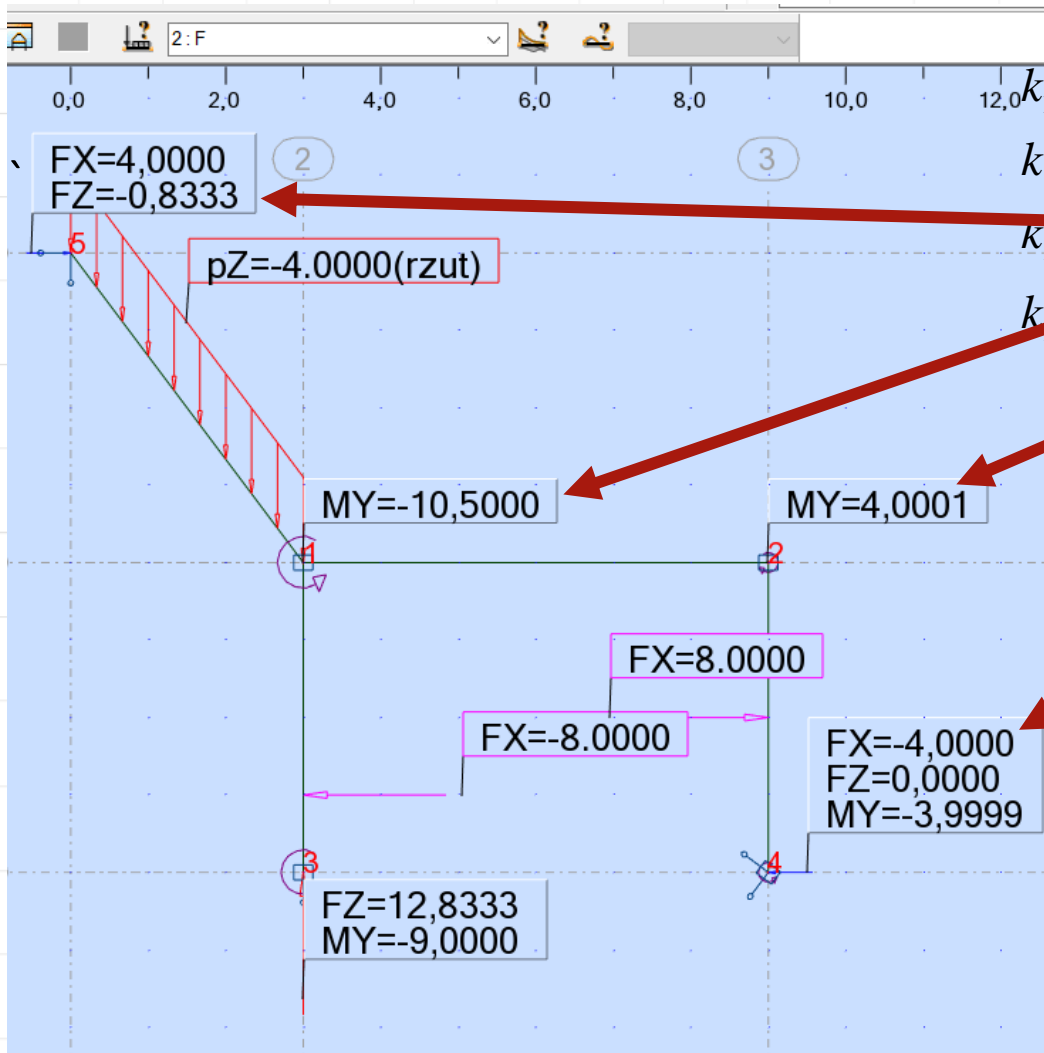
KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA



$$\begin{aligned}
 k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{1I} \cdot \delta_I + k_{1II} \cdot \delta_{II} + k_{1o} &= 0 \\
 k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{2I} \cdot \delta_I + k_{2II} \cdot \delta_{II} + k_{2o} &= 0 \\
 k_{I1} \cdot \varphi_1 + k_{I2} \cdot \varphi_2 + k_{II} \cdot \delta_I + k_{II} \cdot \delta_{II} + k_{Io} &= 0 \\
 k_{II1} \cdot \varphi_1 + k_{II2} \cdot \varphi_2 + k_{II I} \cdot \delta_I + k_{II II} \cdot \delta_{II} + k_{IIo} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{II II} &= FX \cdot \sin \alpha + FZ \cdot \cos \alpha = \\
 &0,225m \cdot 0,6 + 0,0444m \cdot 0,8 = 0,1705m
 \end{aligned}$$

KONTROLA KINEMATYCZNA ROZWIĄZANIA



$$\begin{aligned}
 k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{1I} \cdot \delta_I + k_{1II} \cdot \delta_{II} + k_{1o} &= 0 \\
 k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{2I} \cdot \delta_I + k_{2II} \cdot \delta_{II} + k_{2o} &= 0 \\
 k_{I1} \cdot \varphi_1 + k_{I2} \cdot \varphi_2 + k_{II} \cdot \delta_I + k_{II} \cdot \delta_{II} + k_{Io} &= 0 \\
 k_{II1} \cdot \varphi_1 + k_{II2} \cdot \varphi_2 + k_{II1} \cdot \delta_I + k_{II2} \cdot \delta_{II} + k_{IIo} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{II II} &= FX \cdot \sin \alpha + FZ \cdot \cos \alpha = \\
 &= -4m \cdot 0,6 + 0 \cdot 0,8 = -2,4m
 \end{aligned}$$