



Politechnika
Wroclawska

MECHANIKA BUDOWLI

ĆWICZENIA AUDYTORYJNE NR 1

Prowadząca: dr inż. Katarzyna Misiurek





ZAKRES ZAJĘĆ AUDYTORYJNYCH

1. **Metoda sił i obliczanie przemieszczeń** - układy przestrzenne i układy załamane w planie - (1,5 zajęcia);
2. **Metoda przemieszczeń** - układy przesuwne -(1,5 zajęcia);



ZAJĘCIA AUDYTORYJNE - WARUNKI ZALICZENIA

1. Obecność na zajęciach;
2. Czynna aktywność na zajęciach;
3. Zaliczenie - test + rozmowa po zaliczonym teście (4-5 zajęcia);
4. Na każde zajęcia trzeba być przygotowanym;

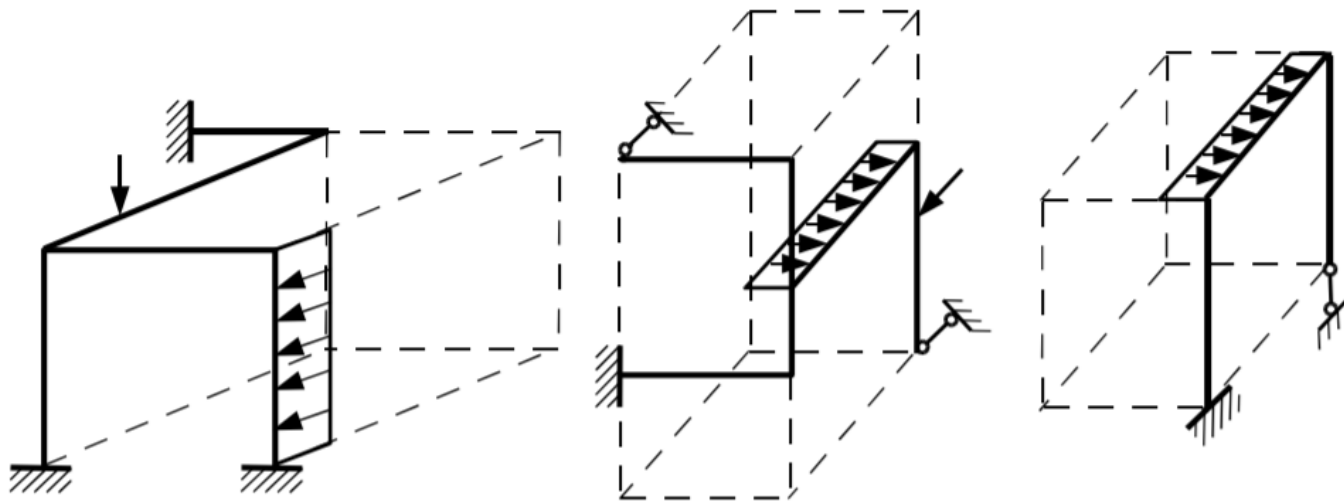


POMOCE DYDAKTYCZNE

1. Wykład dr inż. Małgorzata Gładysz - Bień;
2. Strona Katedry Mechaniki Budowli i Inżynierii Miejskiej
<http://k3-wbliw.pwr.edu.pl/dydaktyka/studia-stacjonarne-ii-stopnia>
3. E-portal - kurs Mechanika Budowli
4. Strona Prowadzącej przedmiot:
<https://wbliw.pwr.edu.pl/pracownicy/katarzyna-misiurek/mechanika-budowli-studia-stacjonarne-ii-stopnia.html>
5. W.Nowacki, Mechanika budowli t.1;
6. Mechanika budowli. Ujęcie komputerowe
7. A.Chudziński, Statyka Budowli cz.2;
8. A.Cybuslki, Z.Grodecki, Statyka ustrojów prętowych t.IV;

UKŁADY PRZESTRZENNE - OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ

Układ przestrzenny – to konstrukcja, której elementy ułożone są w trzech wymiarach (x , y , z). Układem przestrzennym jest także konstrukcja płaska wpisana w płaszczyznę, na którą działają siły prostopadłe do tej płaszczyzny (kierunek ich działania pokrywa się z trzecim wymiarem).



Ramy przestrzenne statycznie niewyznaczalne rozwiązujemy analogicznie jak układy płaskie.

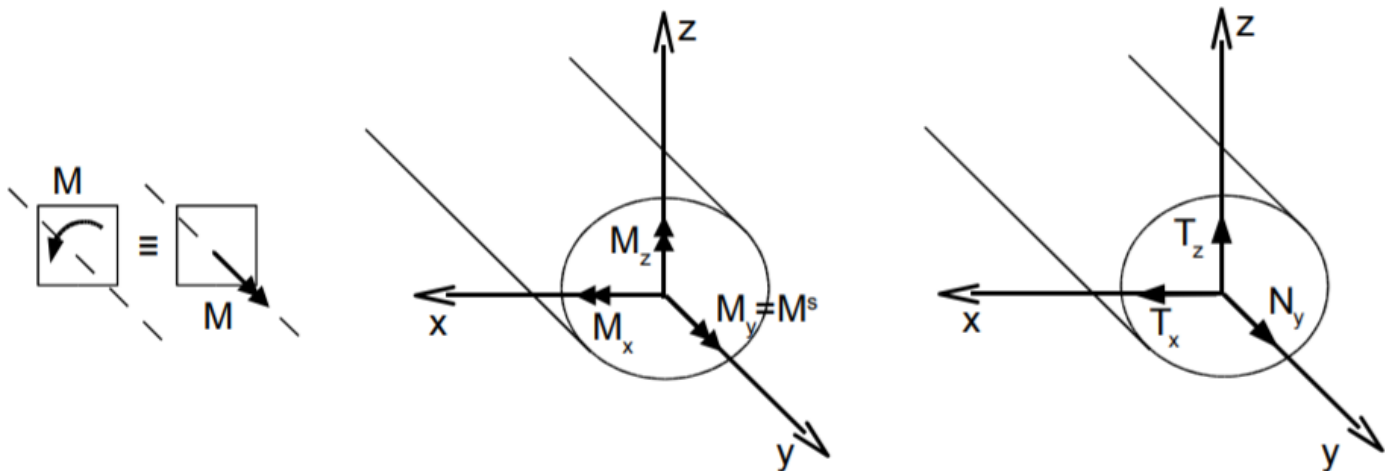
UKŁADY PRZESTRZENNE - OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ

W celu **obliczenia przemieszczeń** należy określić siły, jakie występują w przekrojach ustroju prętowego.

W układach przestrzennych rozróżniamy siły działające:

1. wzdłuż trzech osi,
2. momenty zginające w dwóch płaszczyznach
3. moment skręcający.

Moment działający wokół osi zaznaczamy jako wektor z podwójnym grotem wzdłuż tej osi (przyjmujemy oznaczenia jak dla układów prawoskrętnych).



UKŁADY PRZESTRZENNE - OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ

Przemieszczenia od obciążenia siłami będą obliczane ze wzoru:

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \int \frac{Mx^i \cdot Mx^F}{GIs} \cdot dx + \int \frac{My^i \cdot My^F}{Ely} \cdot dx + \int \frac{Mz^i \cdot Mz^F}{Elz} \cdot dx +$$
$$+ \int \frac{N^i \cdot N^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_y \cdot Vy^i \cdot Vy^F}{GA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_z \cdot Vz^i \cdot Vz^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{S_s^i \cdot S_s^F}{k_s}$$

W układach przestrzennych

- występuje 6 rodzajów sił wewnętrznych:

Mx, My, Mz, Nx, Vy, Vz

- pręt musi posiadać następujące charakterystyki geometryczne:

$Is = Ix, Iy, Iz, Ax=Ay=Az=A, \kappa$

- pręt musi posiadać następujące charakterystyki materiałowe:

E, G, ν

PYTANIE

OBLICZAJĄC PRZEMIESZCZENIE W UKŁADZIE PRZESTRZENNYM O 6 STONIACH SWOBODY W WĘZLE ZAZWYCZAJ MOŻEMY

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \int \frac{Mx^i \cdot Mx^F}{GIs} \cdot dx + \int \frac{My^i \cdot My^F}{Ely} \cdot dx + \int \frac{Mz^i \cdot Mz^F}{Elz} \cdot dx +$$
$$+ \int \frac{N^i \cdot N^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_y \cdot Vy^i \cdot Vy^F}{GA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_z \cdot Vz^i \cdot Vz^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{S_s^i \cdot S_s^F}{k_s}$$

- A. POMINAĆ WPŁYW MOMENTÓW SKRĘCAJĄCYCH
- B. POMINAĆ WPŁYW OBU SIŁ TNĄCYCH
- C. POMINAĆ WPŁYW SIŁY TNĄCEJ T_y

UKŁADY PRZESTRZENNE - OBLICZANIE STOPNIA STATYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI

STOPIEŃ STATYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI

UKŁADY PRZESTRZENNE

$$n_h = e - 6 \cdot t$$

RUSZTY I DŹWIGARY ZAŁAMANE W PLANIE

$$n_h = e - 3 \cdot t$$

UKŁADY PŁASKIE

$$n_h = e - 3 \cdot t$$

RUSZTY BELKOWE

$$n_h = e - 2 \cdot b$$

KRATOWNICE PRZESTRZENNE

$$n_h = p + r - 3 \cdot w$$

KRATOWNICE PŁASKIE

$$n_h = p + r - 2 \cdot w$$

gdzie t - liczba sztywnych tarcz otwartych,
 e - liczba wiezi łączących tarcze (belki rusztu belkowego) między sobą i z fundamentem,
 b - liczba belek rusztu belkowego,
 p - liczba prętów kratownicy,
 r - liczba więzi podporowych kratownicy,
 w - liczba węzłów kratownicy.

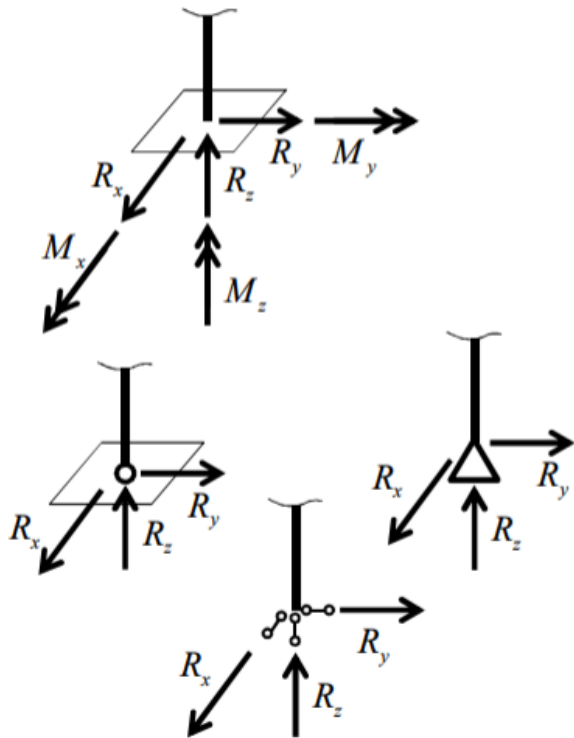
Gdy:

$n_h=0$ układ jest **Statycznie Wyznaczalny (NW)**.

$n_h>0$ układ jest **Statycznie niewyznaczalny (SN)**.

UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE

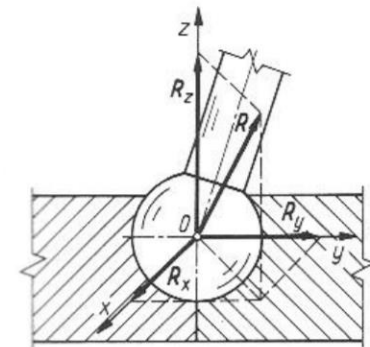
Podpory



- Sztywne zamocowanie – 6 reakcji (3 siły, 3 momenty)

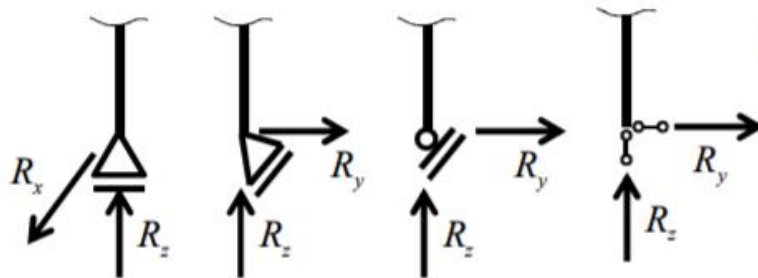
- Podpora przegubowa nieprzesuwna – 3 reakcje (3 siły)

- Przegub kulisty (całkowita swoboda wzajemnego obrotu)

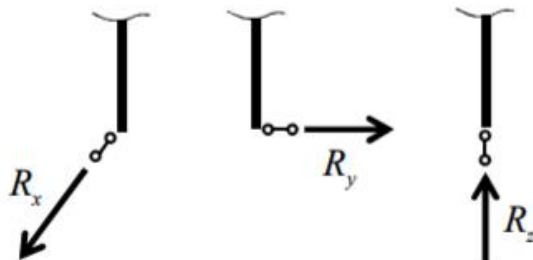


UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE

Podpory



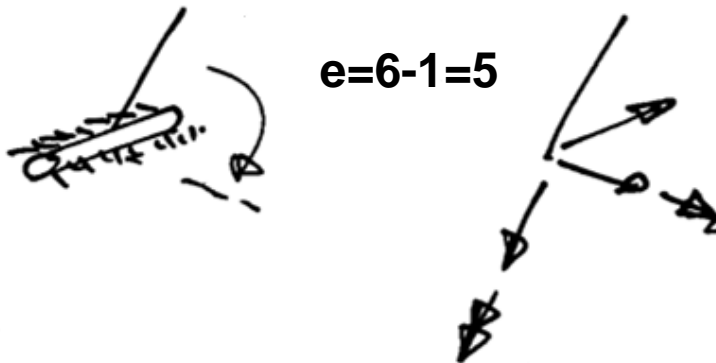
- **Podpora przegubowa przesuwna wzdłuż prostej – 2 reakcje (2 siły)**



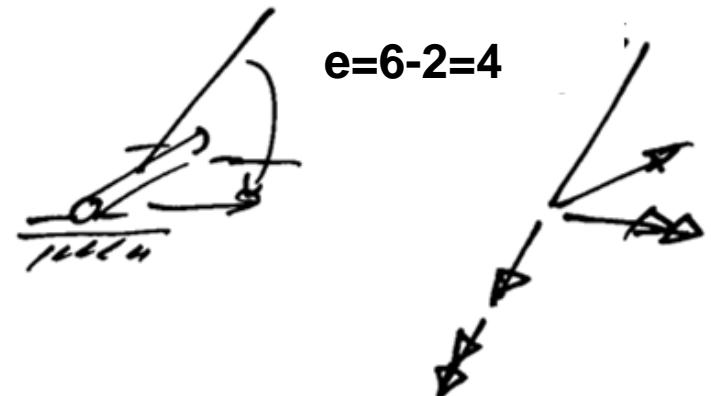
- **Podpora przegubowa przesuwna po płaszczyźnie – 1 reakcja (1 siła)**

UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE

Przegub wałkowy



Przegub walcowy przesuwny



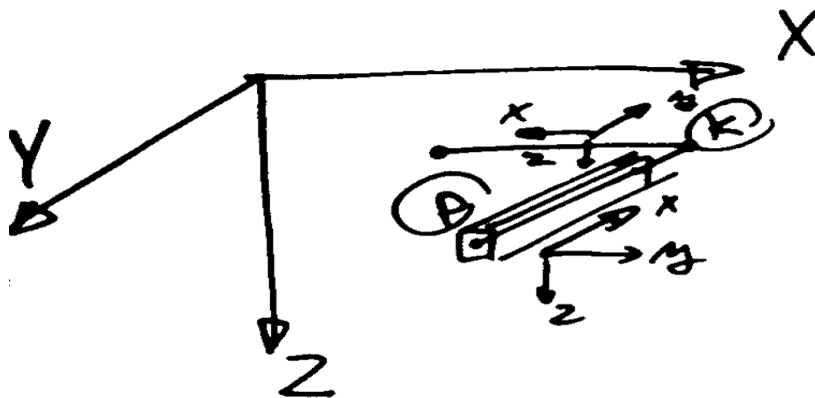
UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE

Dla konstrukcji przestrzennych przyjmuje się dwa układy współrzędnych:

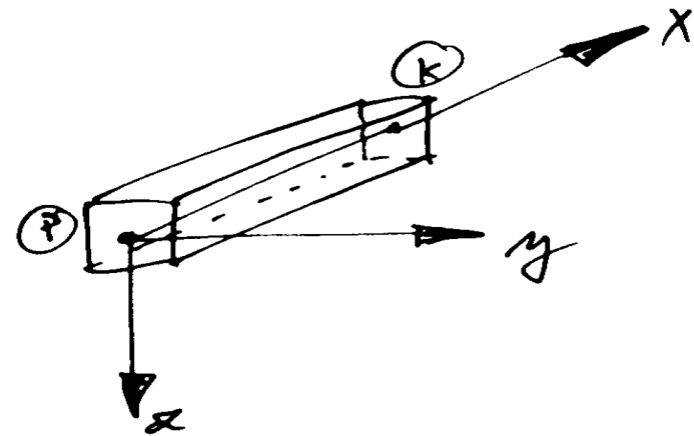
- globalny X, Y, Z dla całej konstrukcji - UG,
- lokalny x, y, z dla każdego pręta – UL.

Oba układy są układami prawoskrętnymi.

UKŁAD GLOBALNY



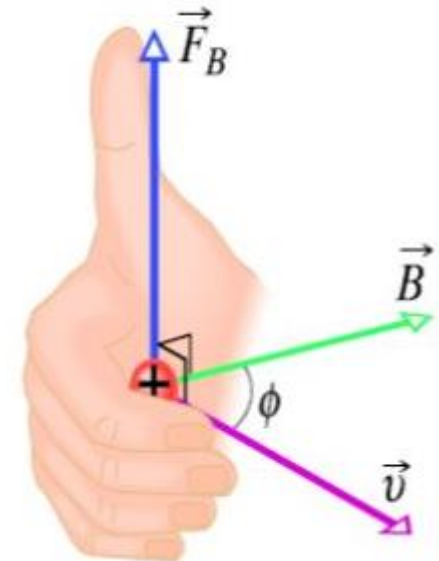
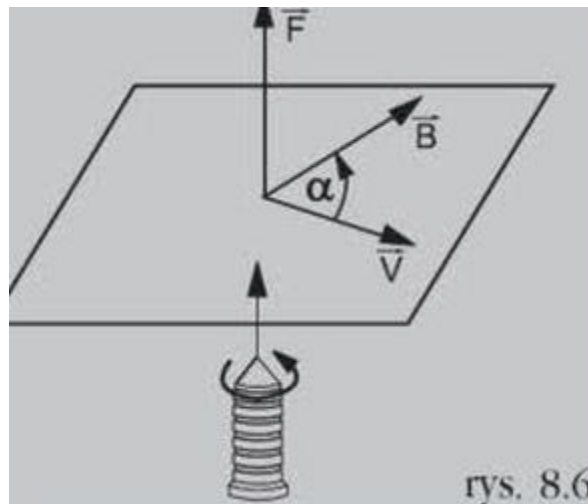
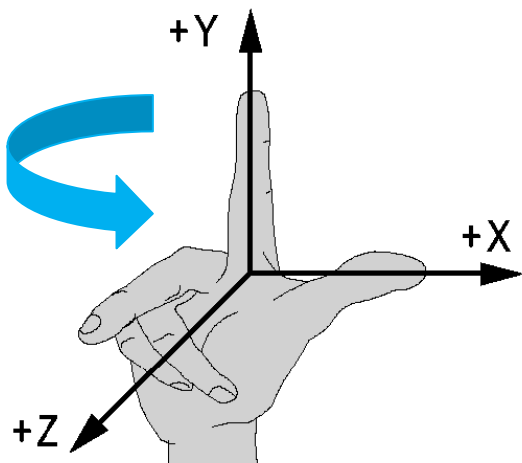
UKŁAD LOKALNY



x jest osią styczną do osi pręta ze zwrotem od początku do końca pręta
 y, z są to osie główne przekroju poprzecznego pręta

UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE

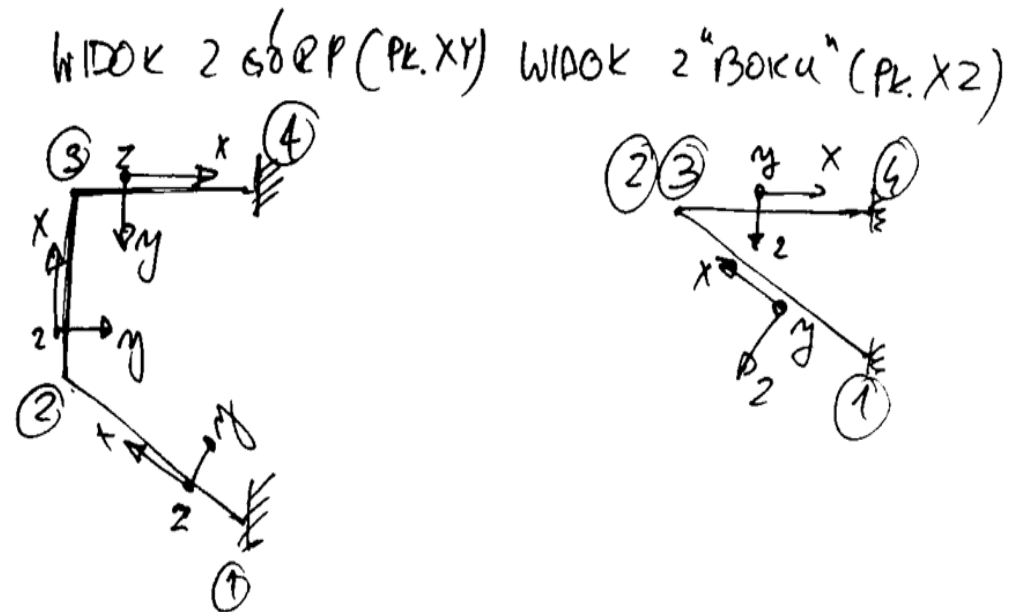
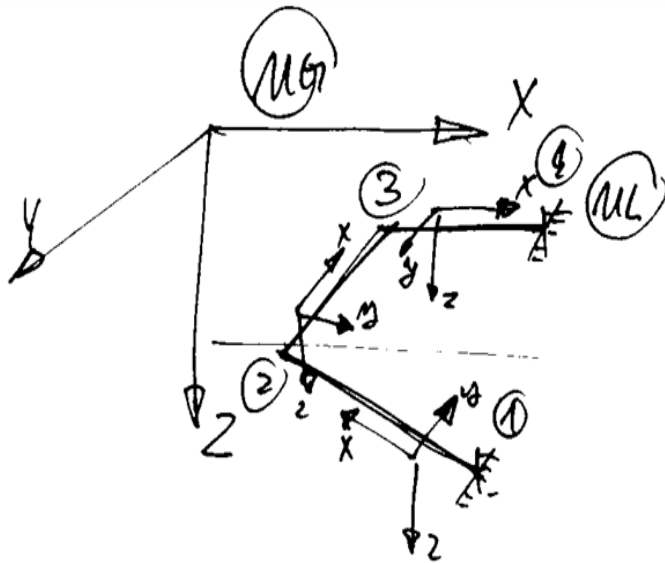
Układy współrzędnych są prawoskrętne – obowiązuje reguła prawej dłoni.



UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE

Układ globalny UG jest jeden dla całej konstrukcji.

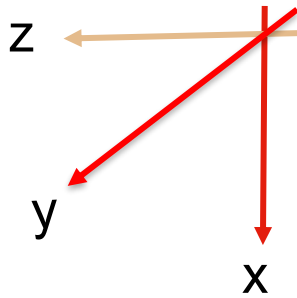
Układ lokalnych UL jest jeden dla każdego pojedynczego pręta.



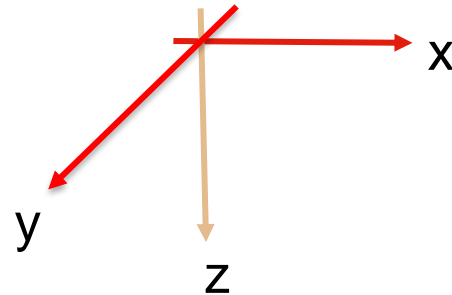
PYTANIE

KTÓRY Z PONIŻSZYCH UKŁADÓW NIE JEST PRAWOSKRĘTNY

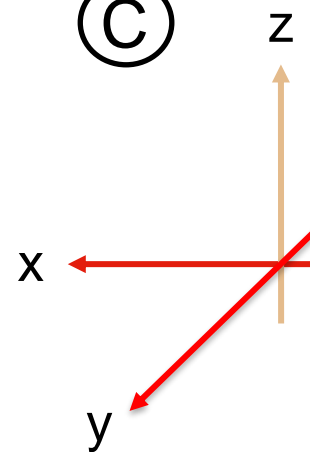
(A)



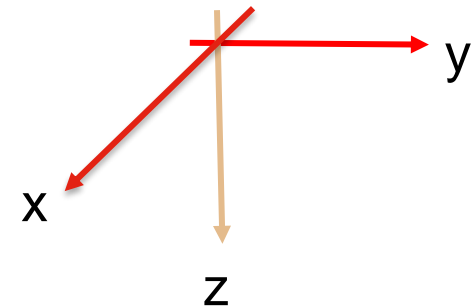
(B)



(C)



(D)



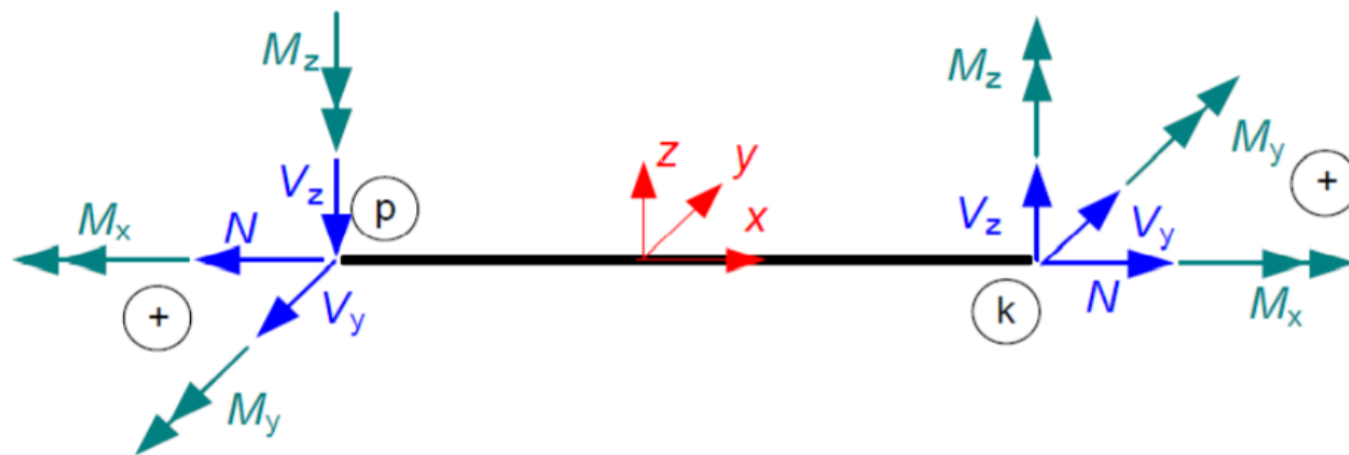
- A
- B
- C
- D

UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE

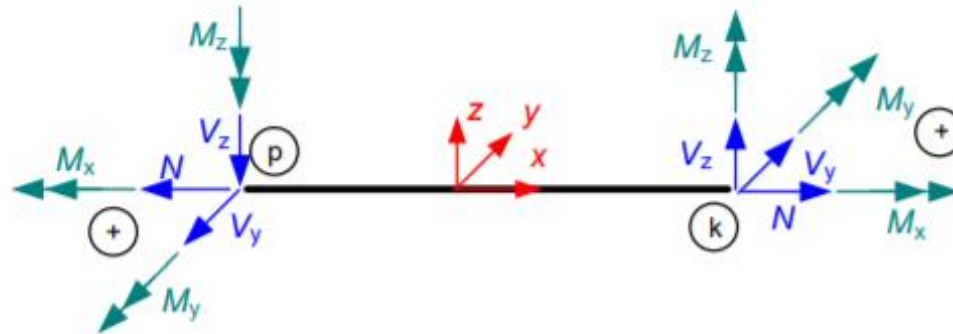
Umowa znakowania sił przekrojowych wewnętrznych

Siłom przekrojowym (wewnętrznym) liczonym w przekroju pręta od strony jego początku (P) przypisujemy **znak plus (+)**, gdy ich wektory mają zwroty **przeciwne** niż odpowiadające im osie lokalnego układu współrzędnych.

Siłom przekrojowym (wewnętrznym) liczonym w przekroju pręta od strony jego końca (K) przypisujemy **znak (+)**, gdy ich wektory mają zwroty **zgodne** z osiami lokalnego układu współrzędnych.



UKŁADY PRZESTRZENNE - INFORMACJE PODSTAWOWE



Momenty zginające odkładamy po stronie włókien rzeczywiście rozciągniętych.

Momenty o wektorze w kierunku osi „y” oznaczmy jako M_y i odkładamy w płaszczyźnie „xz”, momenty o wektorze w kierunku osi „z” oznaczmy jako M_z i odkładamy w płaszczyźnie „xy”.

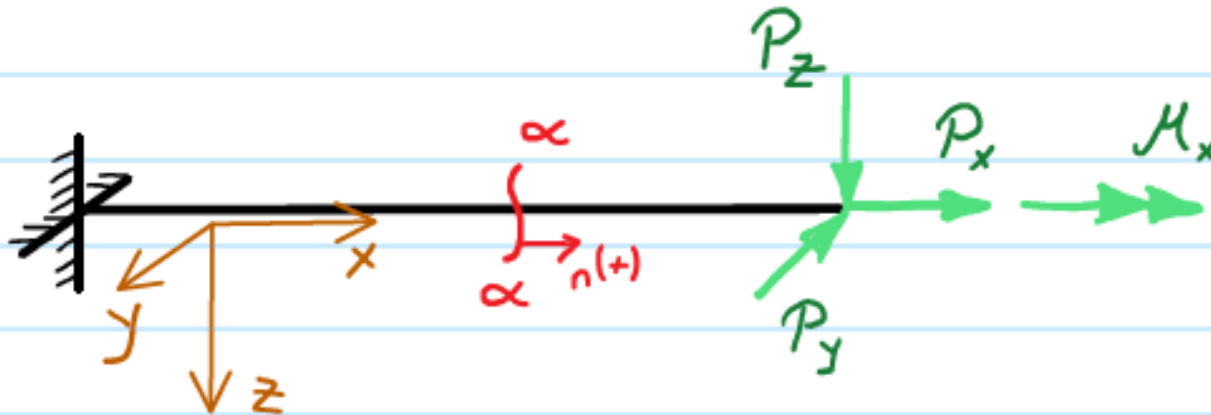
Momenty skręcające o wektorze w kierunku osi „x” oznaczmy jako M_x i odkładamy w płaszczyźnie „xz” lub w płaszczyźnie „xy”.

Sily tnące o wektorze w kierunku osi „y” oznaczmy jako V_y i odkładamy w płaszczyźnie „xy”, momenty o wektorze w kierunku osi „z” oznaczmy jako V_z i odkładamy w płaszczyźnie „xz”.

Sily osiowe o wektorze w kierunku osi „x” oznaczmy jako N i odkładamy w płaszczyźnie „xz” lub w płaszczyźnie „xy”.

UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 1

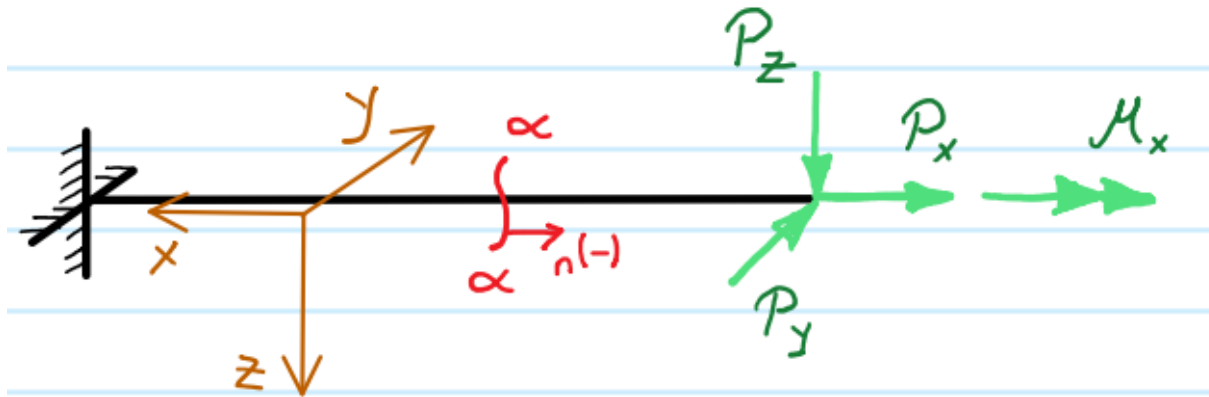
Proszę określić znaki sił przekrojowych



N	M_x
T_y	M_y
T_z <input type="checkbox"/>	M_z <input type="checkbox"/>

UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 2

Proszę określić znaki sił przekrojowych



N	M_x
T_y	M_y
T_z <input type="checkbox"/>	M_z <input type="checkbox"/>

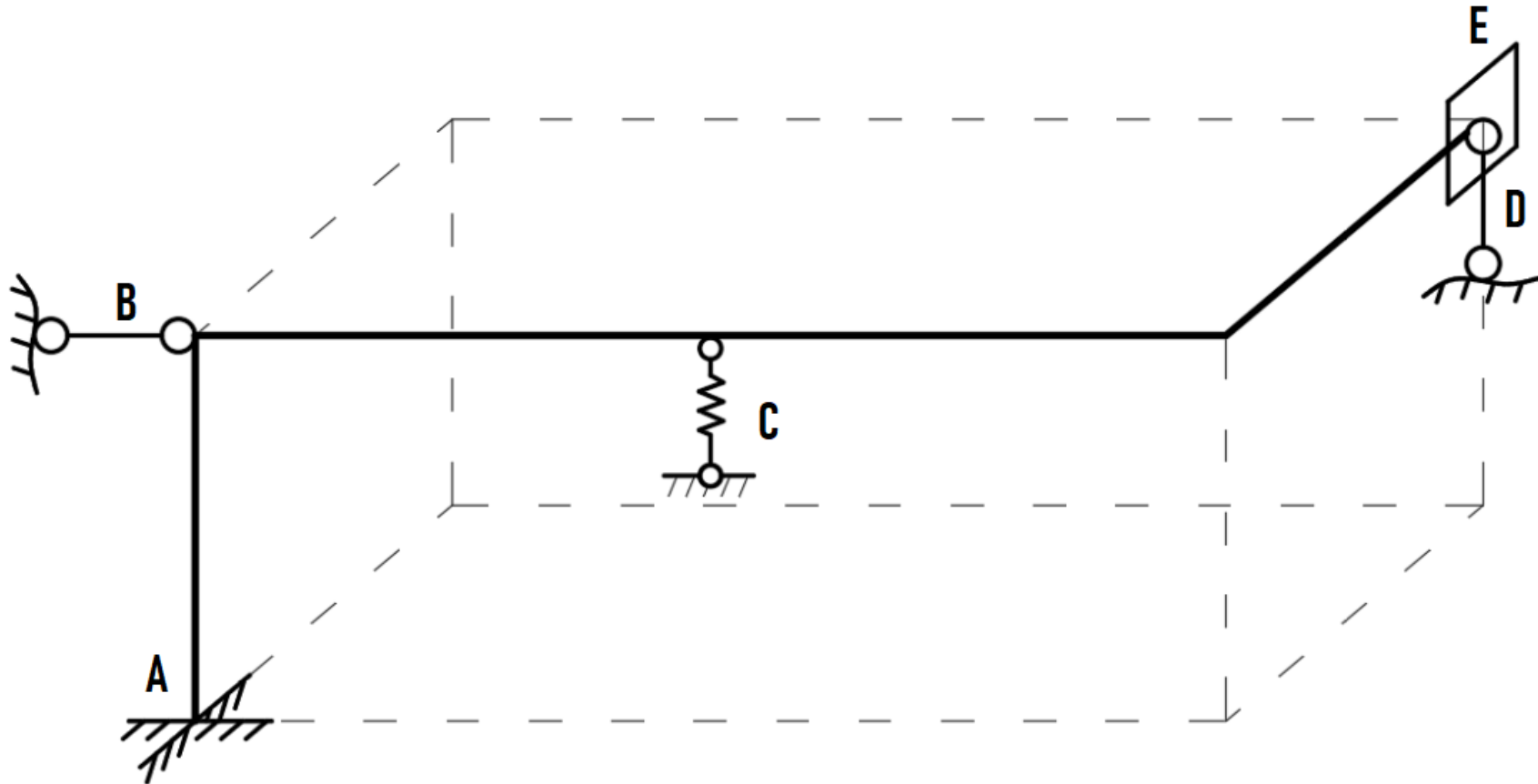
PYTANIE

ZGODNIE Z KONWENCJĄ ZNAKOWANIA SIŁ WEWNETRZNYCH,
ZNAK MOMENTU SKRĘCAJĄCEGO U UKŁADZIE PRZESTRZENNYM

- A. ZALEŻY OD DOBORU LOKALNEGO UKŁADU WSPÓŁRZEDNYCH,
A DOKŁADNIEJ OD PRZYJĘTEGO ZWROTU OSI X TEGO UKŁADU
- B. ZALEŻY OD DOBORU LOKALNEGO UKŁADU WSPÓŁRZEDNYCH,
A DOKŁADNIEJ OD PRZYJĘTEGO ZWROTU OSI Z TEGO UKŁADU
- C. NIE ZALEŻY OD DOBRANEGO LOKALNEGO UKŁADU
WSPÓŁRZEDNYCH

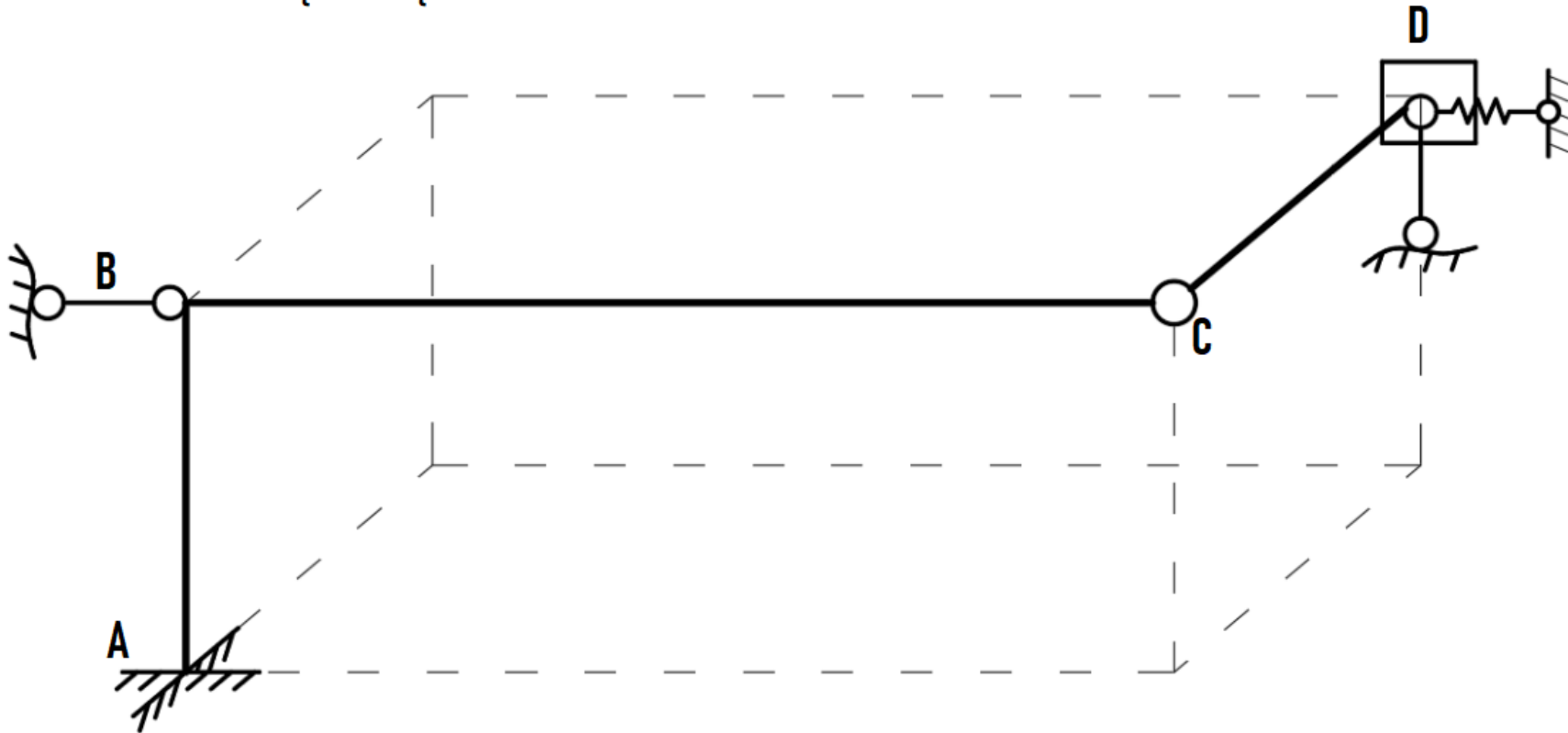
UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 3

1. OBLICZYĆ STOPIEŃ STATYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI UKŁADU
2. ZAPROPONOWAĆ UP MS



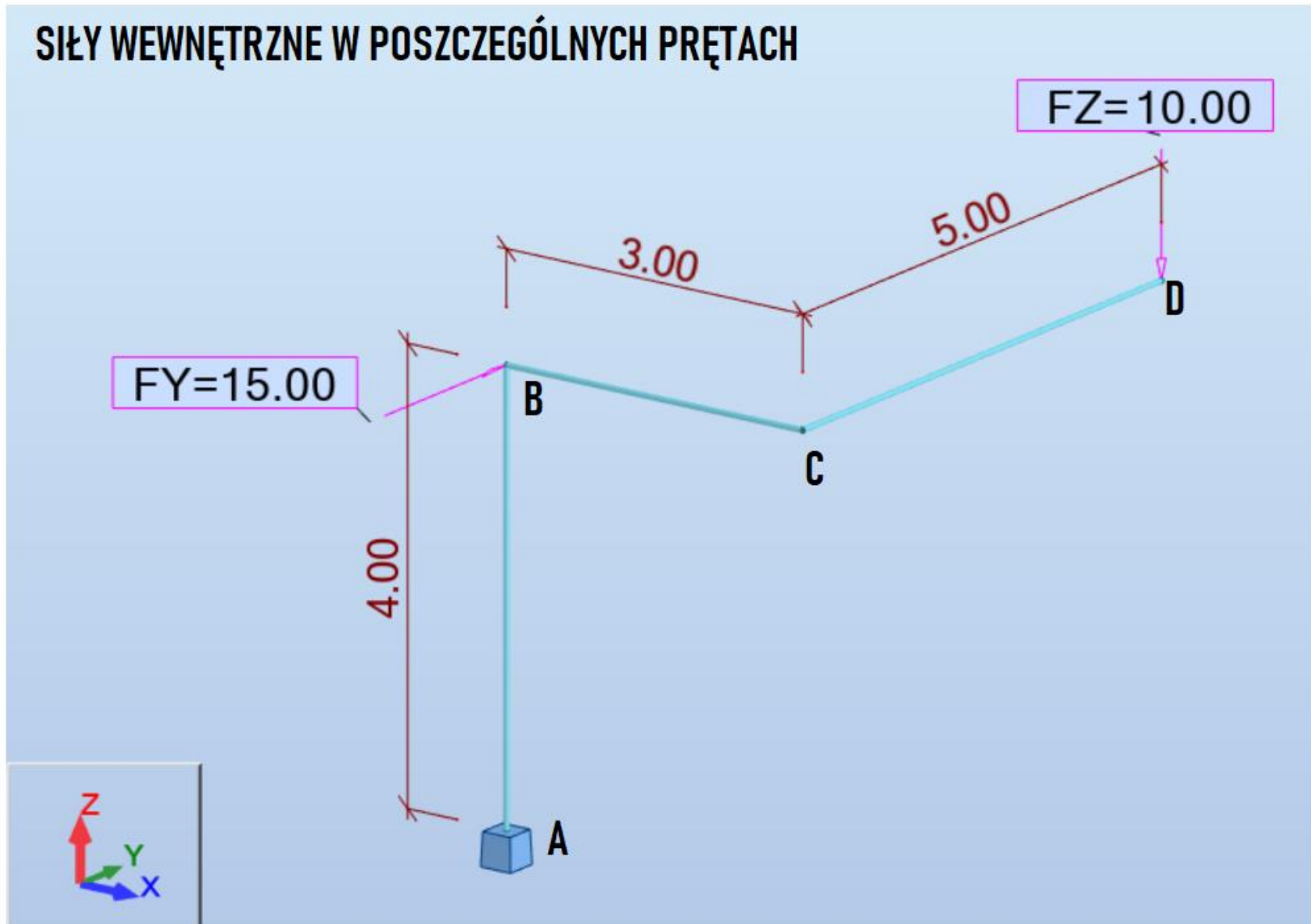
UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 4

1. OBLICZYĆ N_h
2. ZAPROPONOWAĆ UP MS
3. JAKIE SIŁY WEWNĘTRZNE SĄ W PRZEGUBIE

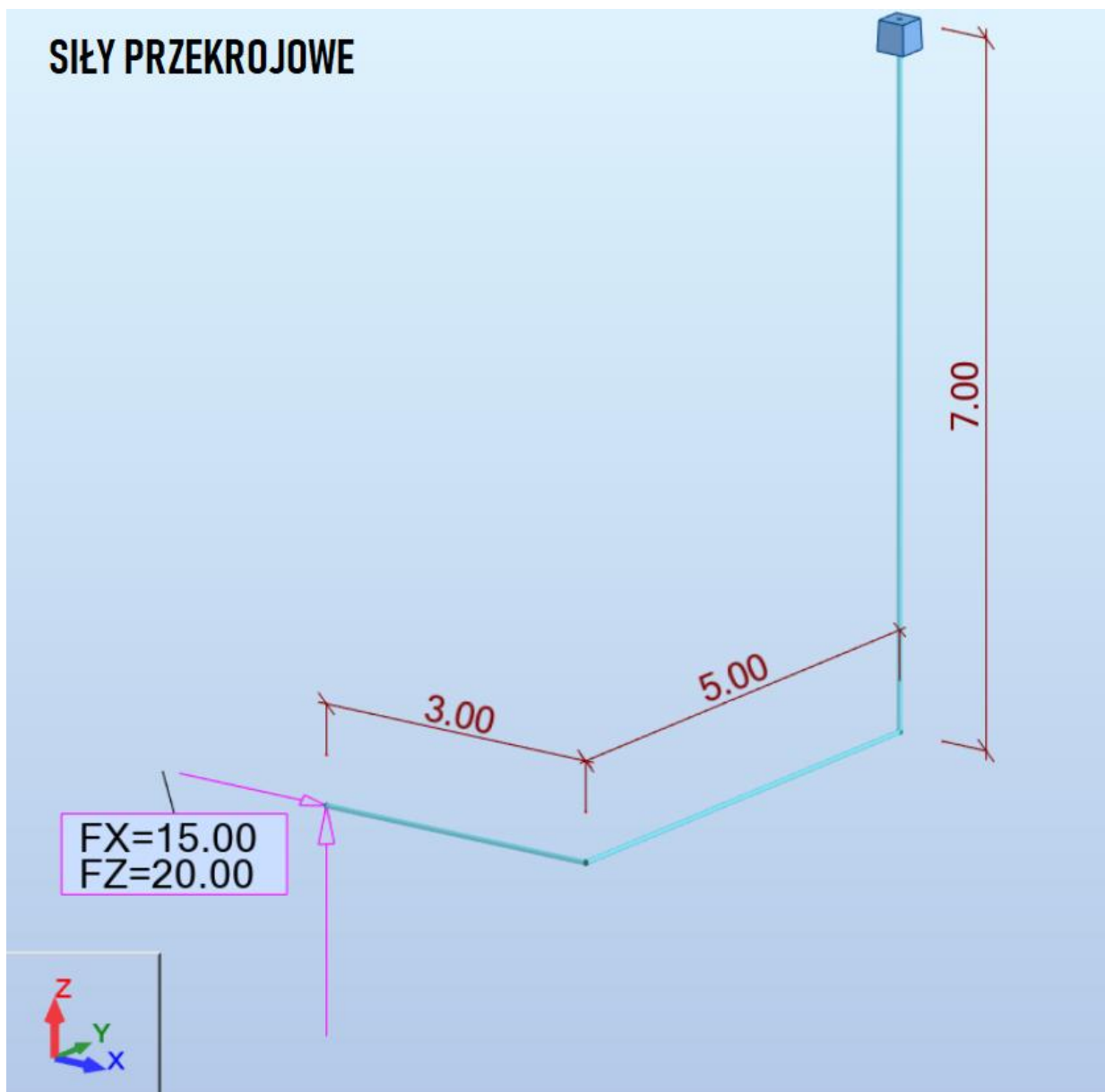


UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 5

SIŁY WEWNĘTRZNE W POSZCZEGÓLNYCH PRĘTACH

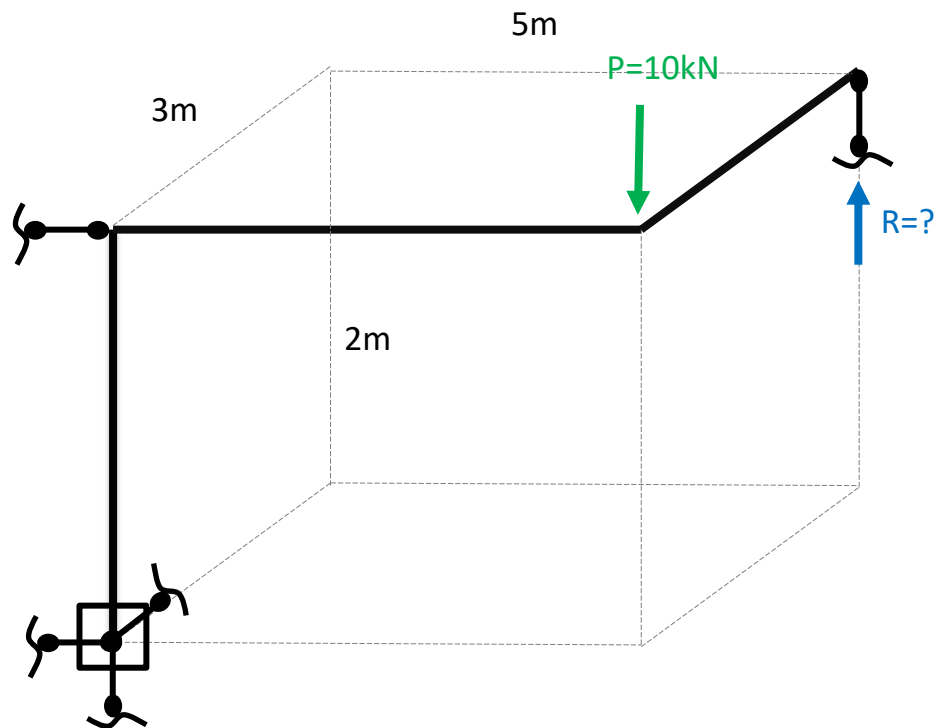


UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 7



PYTANIE

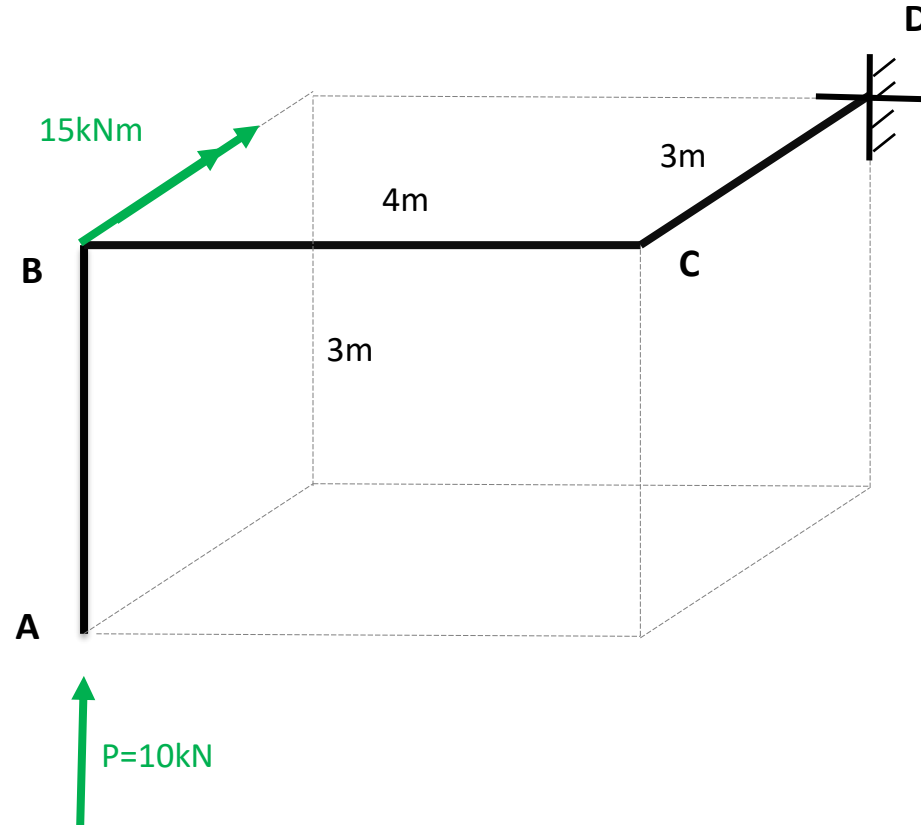
ILE WYNOŚY REAKCJA R W PRZEDSTAWIONYM UKŁADZIE PRZESTRZENNYM



- A. 30 kN
- B. 0 kN
- C. -30 kN
- D. 15.25kN

PYTANIE

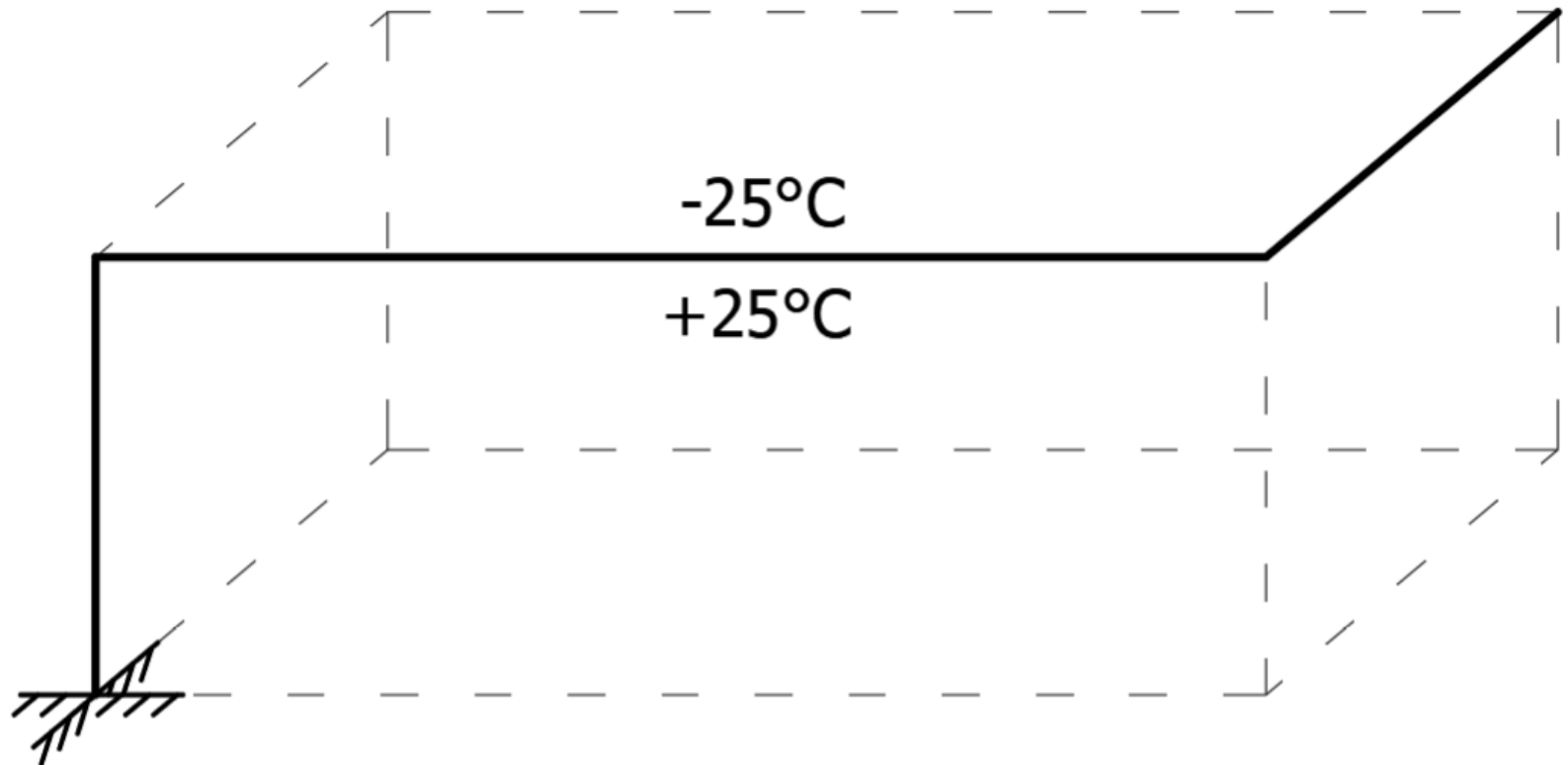
JAKI JEST MOMENT ZGINAJĄCY NA PRĘCIE CD



- A. ZEROWY
- B. STAŁY
- C. ZMIENNY LINIOWO
- D. ZMIENNY NIELINIOWO

UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 8

SIŁY PRZEKROJOWE

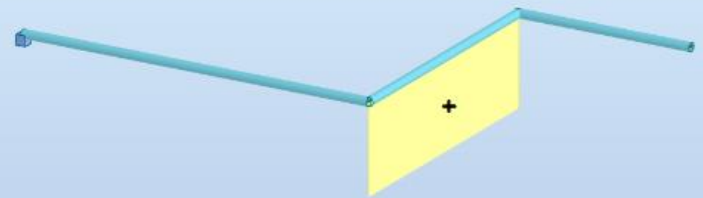


UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 9

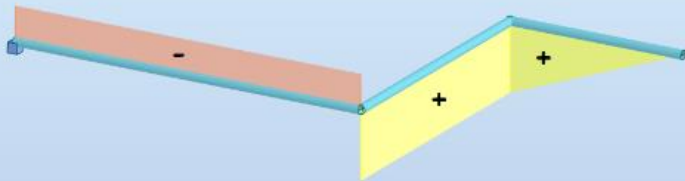
WYKRES MOMENTÓW
JAK PRZYJĘTO UKŁADY LOKALNE DLA PRĘTÓW



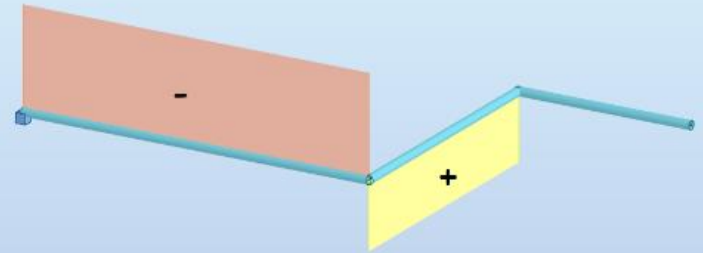
A



B

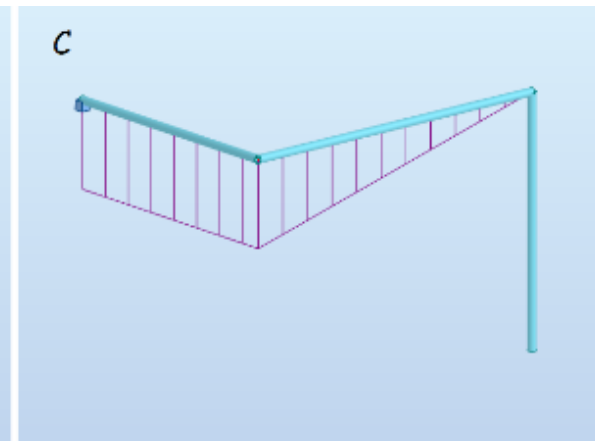
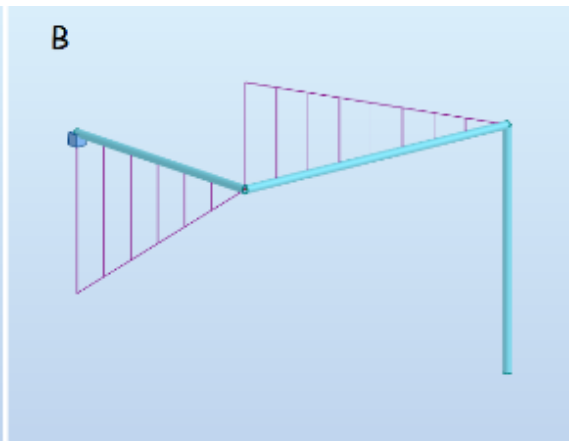
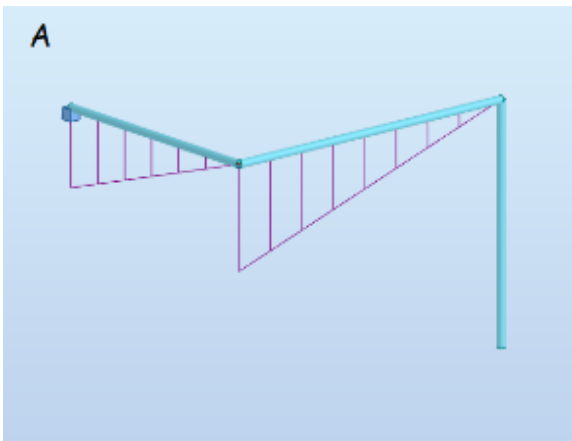
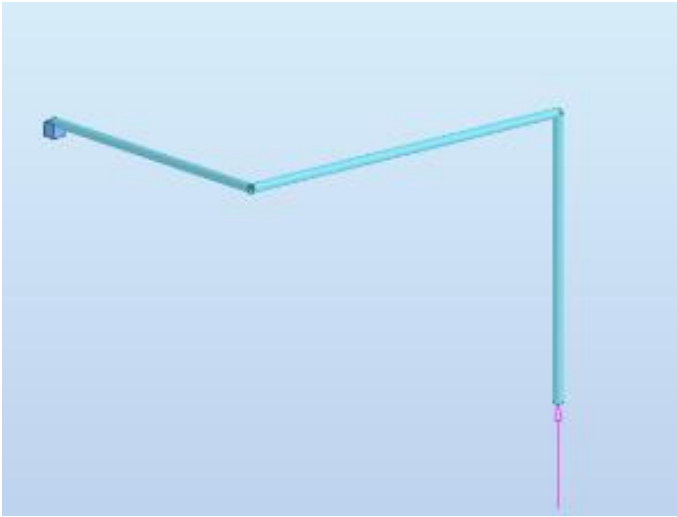


C



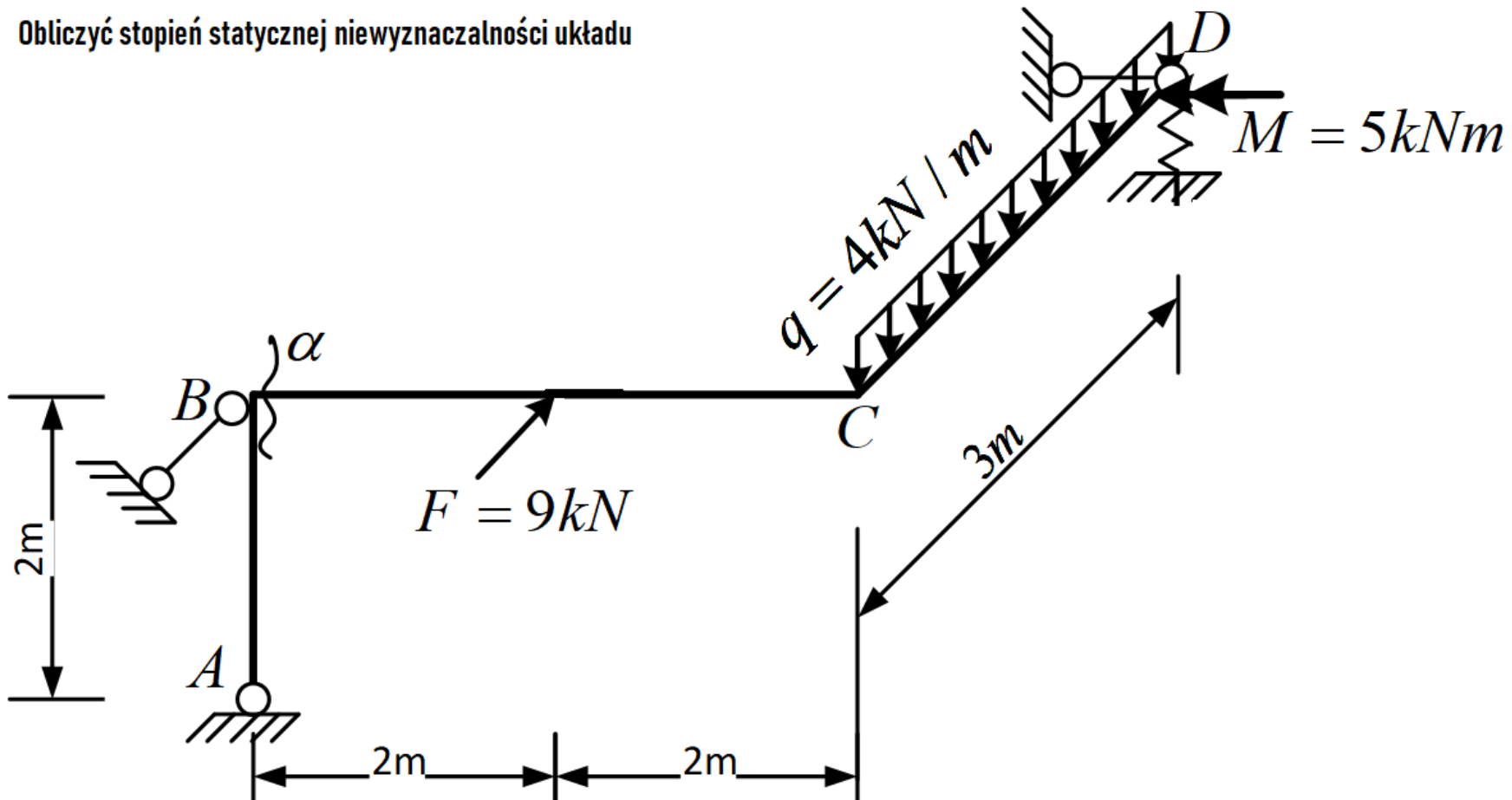
PYTANIE

KTÓRY WYKRES PRZEDSTAWIA WYKRES MOMENTÓW ZGINAJĄCYCH OD ZADANEGO OBCIĄŻENIA



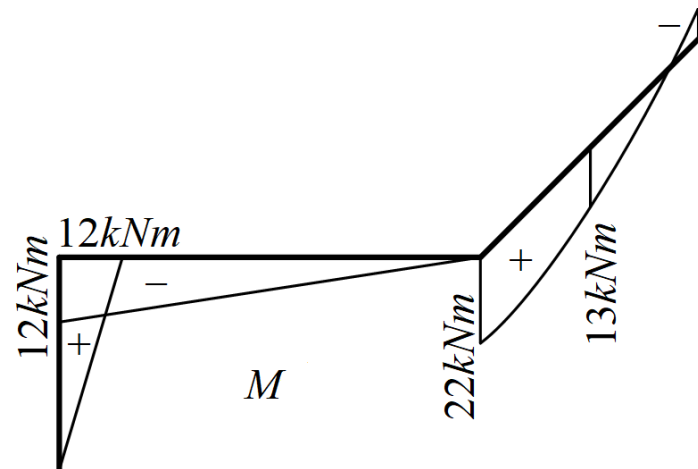
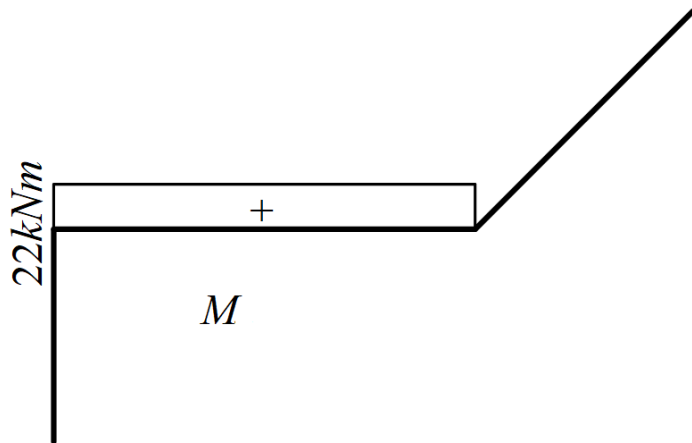
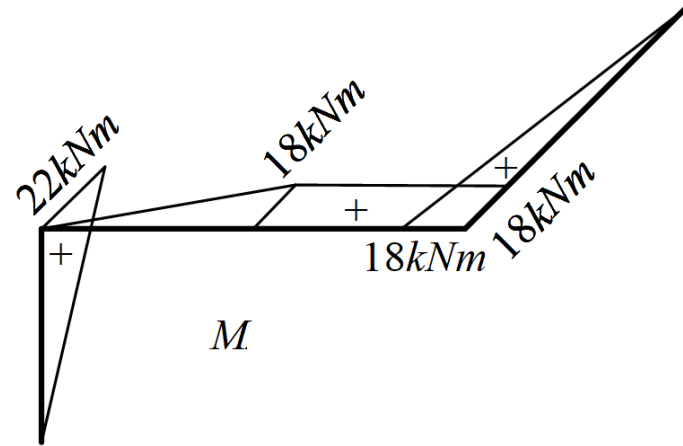
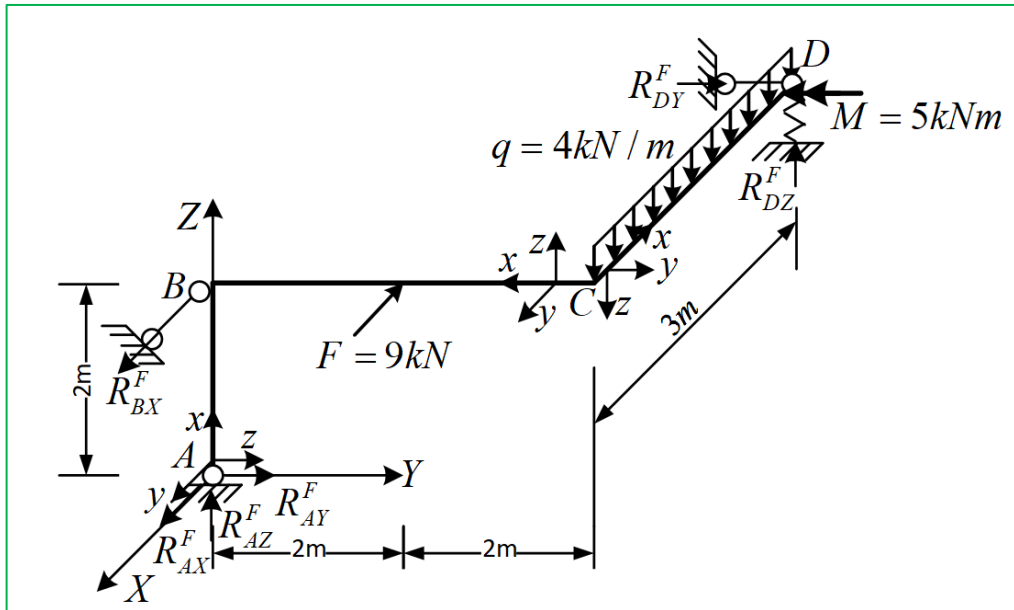
UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 10

Obliczyć stopień statycznej niewyznaczalności układu



UKŁADY PRZESTRZENNE - ZADANIE 11

PROSZĘ PODPISAĆ ODPOWIEDNIE WYKRESY MOMENTÓW



DZWIGARY ZAŁAMANE W PLANIE

- ❑ **RUSZTY I DŹWIGARY ZAŁAMANE W PLANIE**, jakie będziemy rozpatrywać, są układami płaskimi o obciążeniu działającym prostopadle do płaszczyzny dźwigara skonstruowanymi tak, że obciążenia te nie wywołują sił w płaszczyźnie dźwigara.
- ❑ W układach tych do liczby e zalicza się tylko więzi translacyjne prostopadłe do płaszczyzny dźwigara i więzi rotacyjne usytuowane w płaszczyznach prostopadłych do płaszczyzny dźwigara.
- ❑ **Stopień statycznej niewyznaczalności (SSN)** dla układu załamanego w planie, gdzie występują tylko trzy rodzaje sił wewnętrznych tj. M_x , V_z , M_y wynosi:

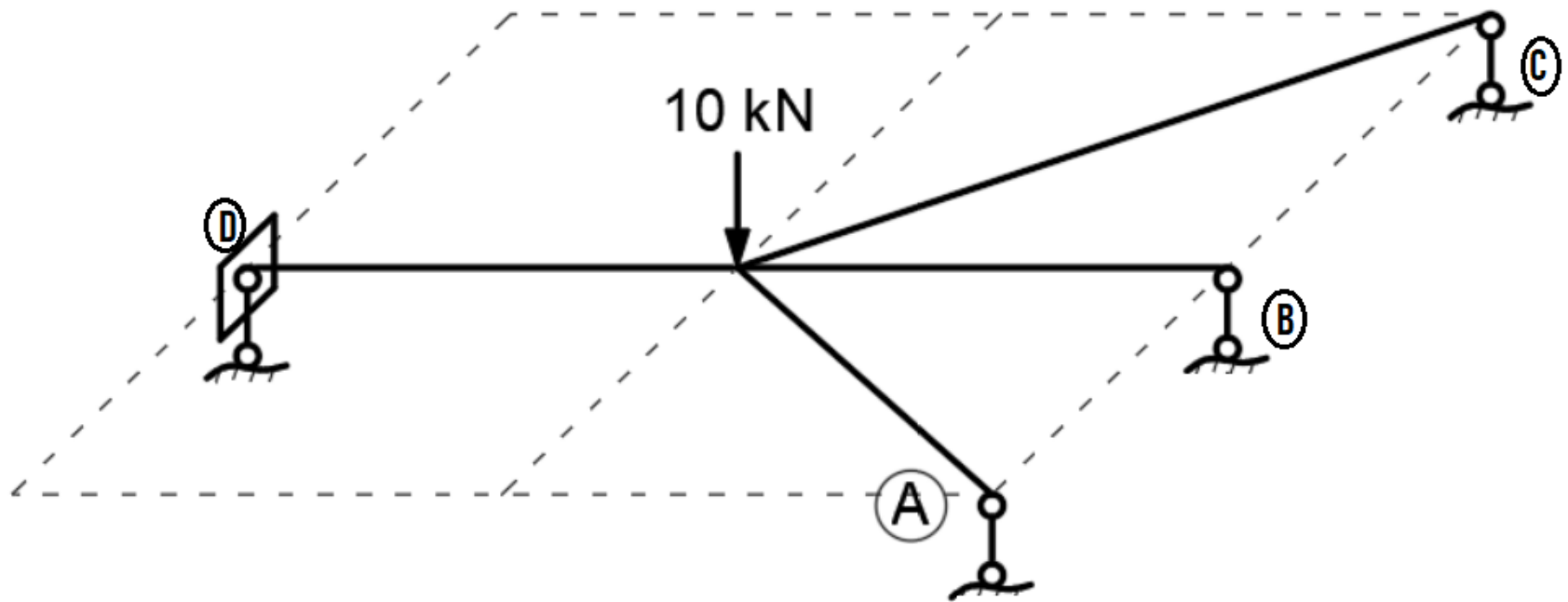
$$n_h = e - 3t$$

gdzie: e - liczb stopni swobody.

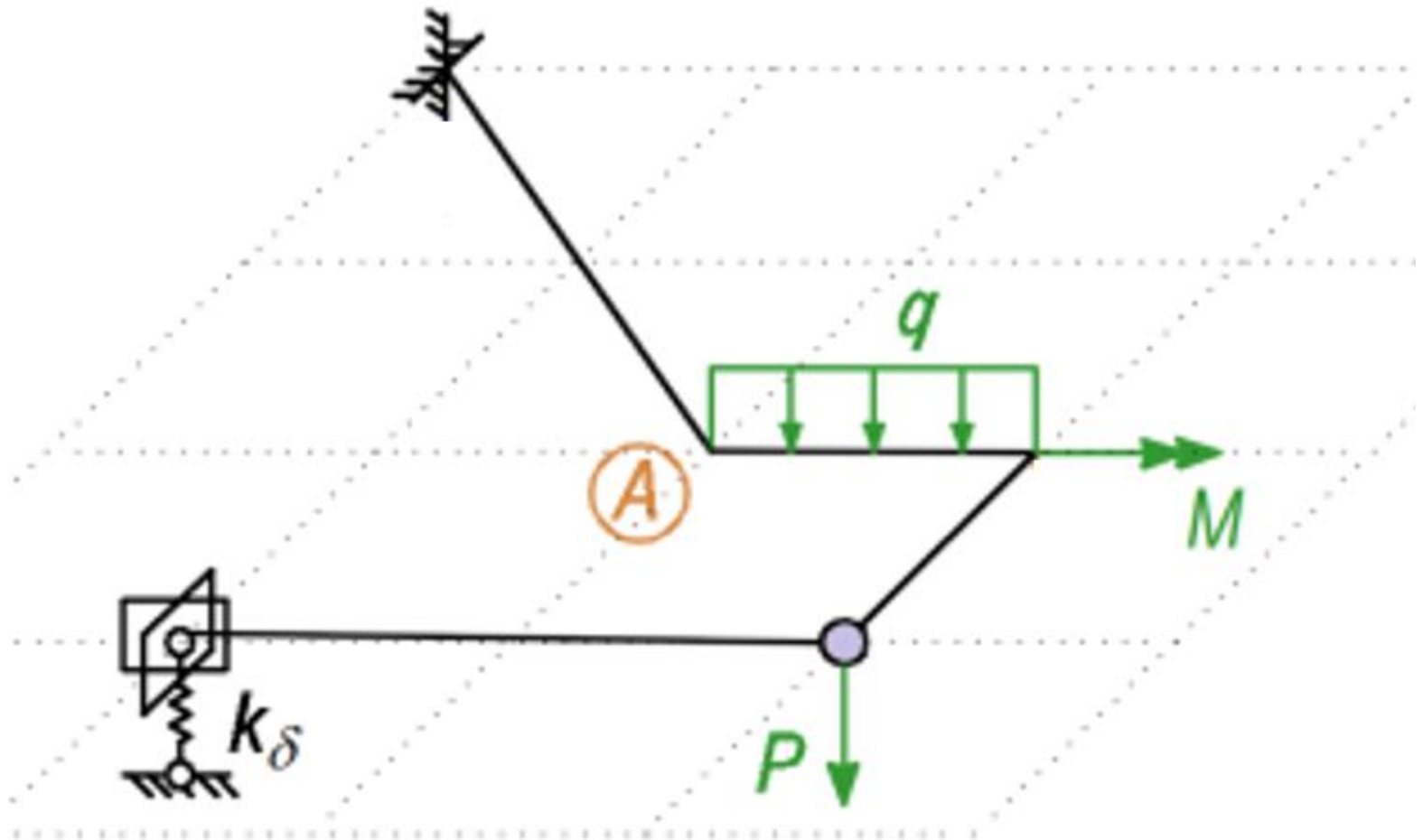
t - liczba tarcz.

DZWIGAR ZAŁAMANY W PLANIE

1. Określić stopień statycznej niewyznaczalności układu
2. Zaproponować układ statycznie wyznaczalny

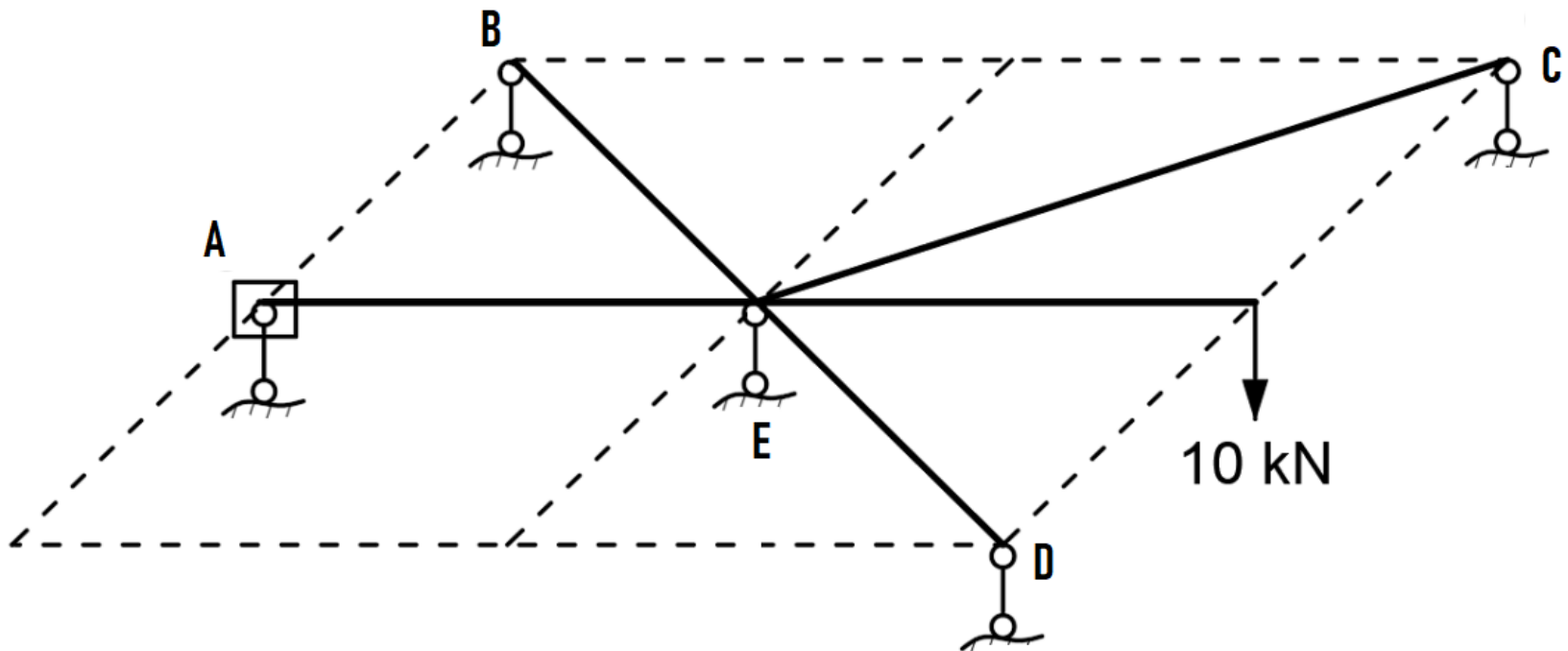


DZWIGAR ZAŁAMANY W PLANIE



DZWIGAR ZAŁAMANY W PLANIE

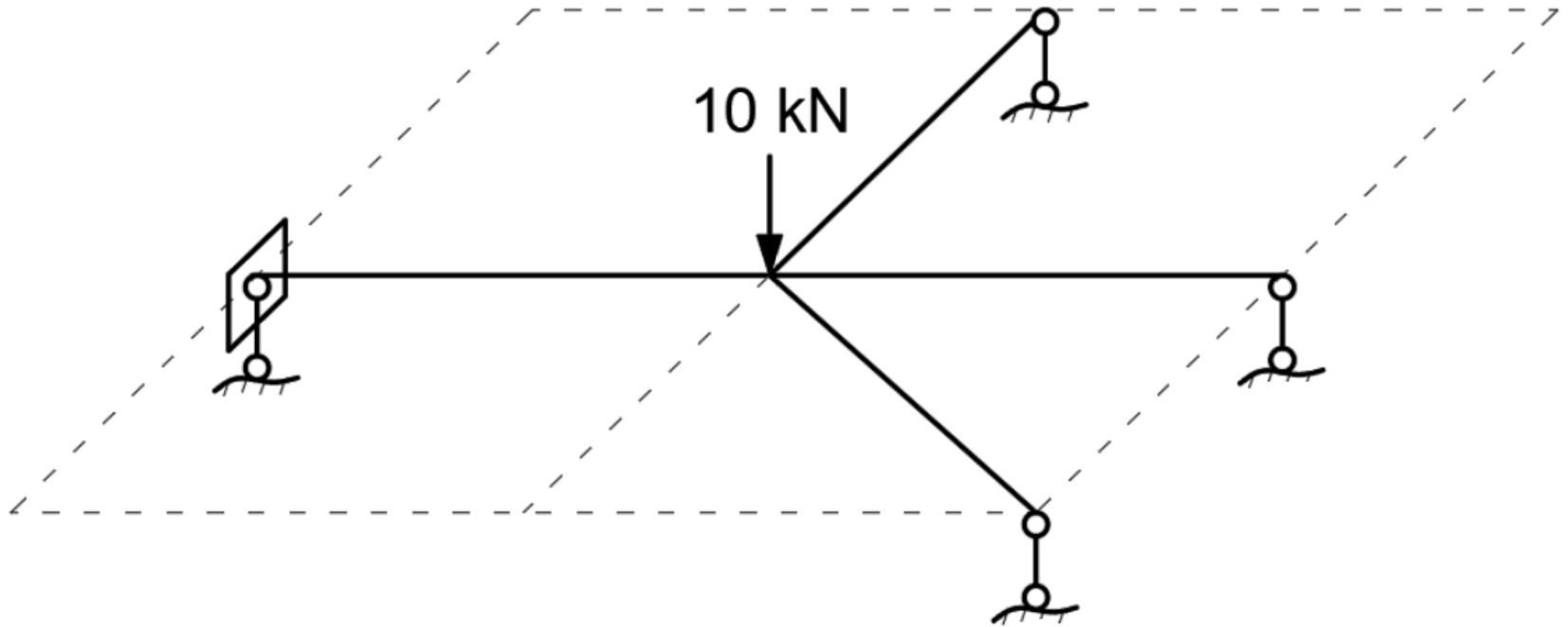
1. Obliczyć stopień statycznej niewyznaczalności układu
2. Zaproponować układ statycznie wyznaczalny



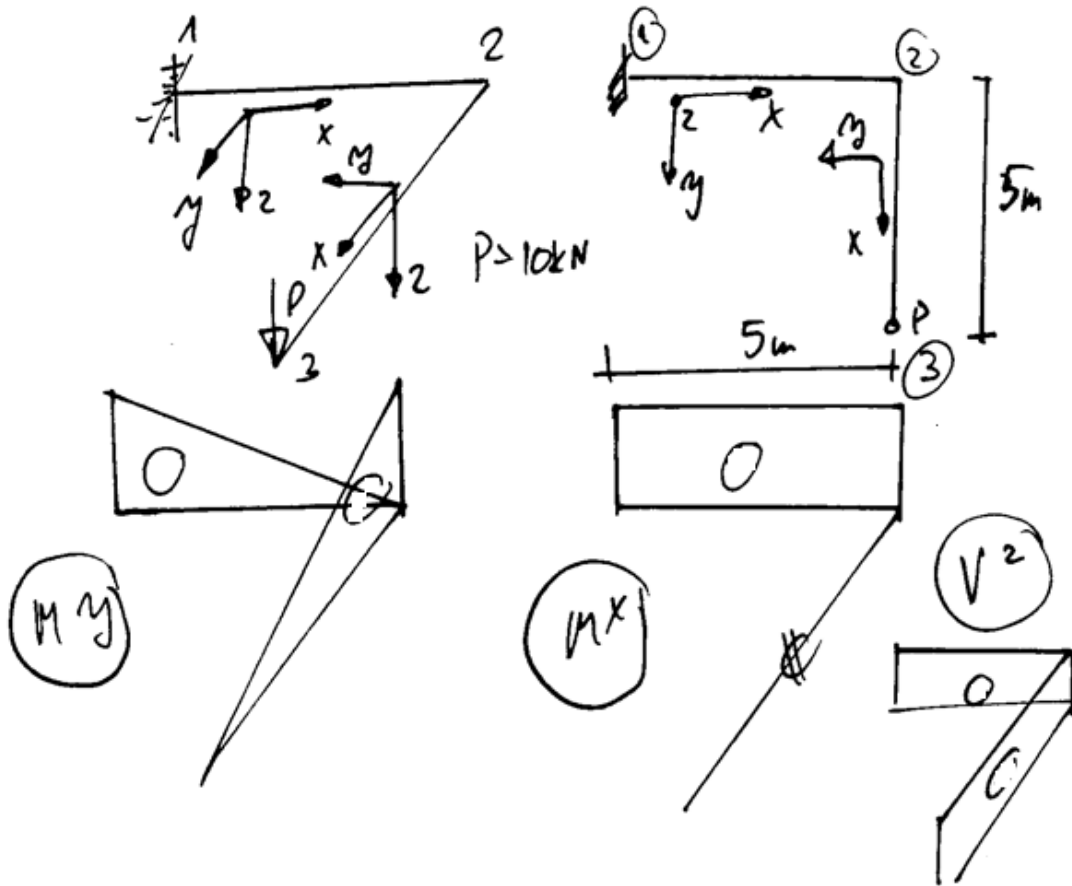
DZWIGAR ZAŁAMANY W PLANIE - ZADANIE

Obliczyć stopień statycznej niewyznaczalności układu.

Które więzi można usunąć z układu aby był statycznie wyznaczalny?



DZWIGAR ZAŁAMANY W PLANIE - ZADANIE



Obliczyć wartości M_x , M_y , V_z
Określić znaki sił przekrojowych