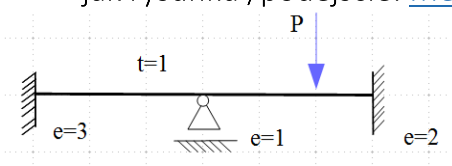
Wykład nr 8

ROZWIĄZYWANIE PŁASKICH UKŁADÓW PRĘTOWYCH STATYCZNIE NIEWYZNACZALNYCH **METODĄ PRZEMIESZCZEŃ** cz.1.

Metoda przemieszczeń

ogólne informacje:

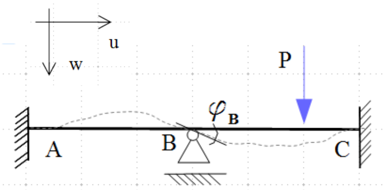
- Metoda przemieszczeń jest jedną z podstawowych obok metody sił metodą rozwiązania układów statycznie niewyznaczalnych w zakresie wyznaczania sił przekrojowych.
- W metodzie przemieszczeń jako niewiadome przyjmuje się przemieszczenia uogólnione końców prętów (przemieszczenia liniowe /przesuwy/ i kątowe /obroty/ węzłów), które w pełni pozwalają określić stan przemieszczeń całego układu.
- Liczbę niewiadomych przemieszczeń uogólnionych końców prętów (przesuwów i obrotów węzłów) określa stopień geometrycznej niewyznaczalności układu n_g, który zależy od podziału ustroju na zbiór węzłów i prętów o ustalonych warunkach brzegowych (n_g zależy od podziału układu na typy prętów).
- Metoda przemieszczeń jest szczególnie użyteczna w rozwiązywaniu układów wielokrotnie przesztywnionych, gdyż w przeciwieństwie do metody sił zazwyczaj nie zachodzi konieczność rozwiązywania układu równań o dużej liczby równań. Przykładowo:
  - Liczba niewiadomych dla układu statycznie niewyznaczalnego o schemacie jak rysunku /podejście: Metoda sił/



$$n_h = e - 3t = 7 - 3 * 1 = 4$$

4 – niewiadome siły uogólnione X_i
formułuje się 4- równania

  - Liczba niewiadomych dla układu statycznie niewyznaczalnego o schemacie jak rysunku /podejście: Metoda przemieszczeń/



$\varphi_A = 0, \quad \varphi_B \neq 0, \quad \varphi_C = 0$

$w_A = 0, \quad w_B = 0, \quad w_C = 0$

$u_A = 0, \quad u_B = 0, \quad u_C = 0$

Pod wpływem obciążenia elementy konstrukcji uległy odkształceniom i przemieszczeniom. Węzły doznały obrotów φ i przesuwów u, w.
Przesuw poziomy węzła B jest zerowy $u_B = 0$, gdyż założono, że $EA = \infty$ (pręty są nieściśliwe osiowo).
Jedynie obrót węzła B jest nieznany $\varphi_B \neq 0$, stąd ustrój jest 1-krotnie kinematycznie niewyznaczalny ($n_g = 1$).

1– niewiadome przemieszczenie: φ_B =?
konieczne jest sformułowanie 1 -go równania

- Wartości niewiadomych przemieszczeń uogólnionych (przesuwów i obrotów węzłów) uzyskuje się rozwiązując n_g równań algebraicznych. Równania te wynikają z zapewnienia identyczności rozwiązania między układem zadanym, a układem zastępczym/podstawowym (układ zastępczy tworzy się poprzez dodanie w układzie zadanym w miejscach niewiadomych przemieszczeń uogólnionych więzi fikcyjnych blokujących niewiadome przemieszczenia uogólnione) postulując zerowanie reakcji w dodanych więziach fikcyjnych. Aby określić reakcje w dodanych więziach fikcyjnych będące funkcjami przemieszczeń uogólnionych stosuje się wzory transformacyjne, czyli zależności między przemieszczeniami brzegowymi prętów na jakie został podzielony ustrój oraz obciążeniami przęsłowymi tych prętów a powstającymi w ich rezultacie siłami brzegowymi.

  *UWAGA:

  Wzory transformacyjne dla podstawowej klasy prętów zostaną wyprowadzone i omówione na wykładzie nr 9.

- Po obliczeniu n_g przemieszczeń uogólnionych węzłów, stan przemieszczeń końców wszystkich prętów jest znany i wówczas ponownie przy zastosowniu wzorów transformacyjnych można wylicza wartości siły przekrojowe w układzie statycznie niewyznaczalnym.

Stopień geometrycznej niewyznaczalności n_g ustroju prętowego:

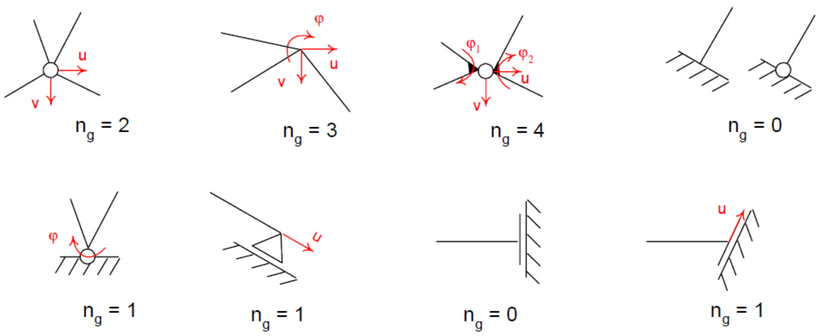
Def. 1.

Stopień geometrycznej niewyznaczalności jest sumą niezależnych informacji geometrycznych (współrzędnych uogólnionych) dotyczących węzłów ustroju.

$$n_g = \sum_i n_{g_i}$$

Uwaga 1:

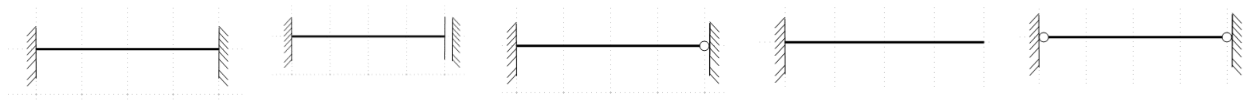
Określenie liczby współrzędne uogólnione węzłów:



Podana powyżej liczba współrzędnych uogólnionych poszczególnych węzłów jest poprawna przy założeniach, że pręty są odkształcalne osiowo $EA \neq \infty$, oraz ustrój został podzielony na podstawowa klasę prętów tak by uzyskać minimalną bazę niewiadomych współrzędnych uogólnionych.

Podstawowa klasa pretów

sztywno -sztywny	sztywno- łyżwa	sztywno-przegubowy	sztywno- wspornik	przegubowo-przegubowy



(sz-sz)	(sz-łyż)	(sz-przeg)	(sz-wsp)	(przeg-przeg)

Def. 2.

Stopień geometrycznej niewyznaczalności jest sumą niezależnych składowych przemieszczeń: obrotów węzłów n_φ i składowych przesunięć węzłów n_δ, które w pełni określają warunki brzegowe prętów na które został podzielony układ.

$$n_g = n_\varphi + n_\delta$$

n_φ- liczba niezależnych współrzędnych rotacyjnych (liczba niezależnych obrotów węzłów)

n_δ- liczba niezależnych współrzędnych translacyjnych liczba niezależnych składowych przesuwów węzłów)

Określenie n_φ

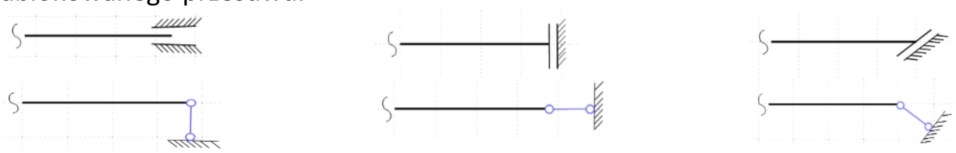
Dzieli się ustrój na pręty dla których dane są wzory transformacyjne i wówczas liczba węzłów sztywnych, niepodporowych, łączących te pręty jest równa liczbie n_φ (tam gdzie przynajmniej dwa końce sztywne prętów się schodzi tam jest węzeł szytwny).

Określenie n_δ

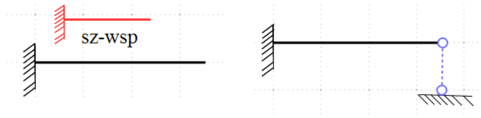
Liczbę współrzędnych translacyjnych n_δ można wyznaczyć na podstawie schematu kinematycznego (**schematu przegubowego**) pod warunkiem, że przyjmuje się założenie o nieodkształcalności osiowej prętów $EA = \infty$ (odległość każdej pary węzłów połączonych prętem jest stała)

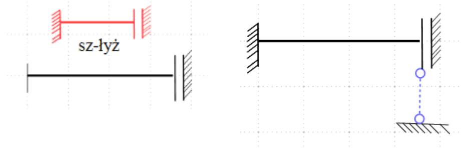
Tworzenia schematu przegubowego:

1. Z układu zadanego usuwa się więzi sprężyste.
2. W każdym węźle sztywnym układu zadanego wstawia się przegub również podporowym.
3. Podpory translacyjne zamienia się na więzi elementarne
4. Podporę łyżwową układu zadanego zamienia się na więź elementarną na kierunku zablokowanego przesuwu.



5. Jeżeli w układzie zadanym zostały przyporządkowane elementom ustroju typy prętów (sz-wsp) lub (sz-łyż) wówczas do pręta na kierunku możliwego przesuwu (prostopadle do osi pręta) dodawana jest myślowa (fikcyjna) więź elementarna.





Wówczas:

Warunek konieczny ale nie wystarczający do określenia n_δ (oszacowanie n_δ) wynosi:

$$\boldsymbol{n_\delta \geq 2w - p - r}$$

w-liczba węzłów w schemacie przegubowym

p-liczba prętów w schemacie przegubowym

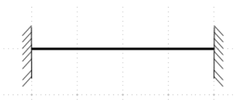
r-liczba reakcji w schemacie przegubowym

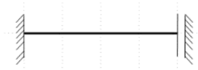
Warunkiem wystarczającym do określenia n_δ jest analiza kinematyczna układu, która polega na sprawdzeniu jaka jest najmniejsza liczba więzi elementarnych, które należy przyłożyć do schematu kinematycznego aby zapewnić mu geometryczną niezmienność GN (więzi te przykładamy w miejscu i na kierunku możliwych przesunięć).

*Uwagi

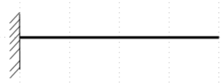
dotyczące podziału układu zadanego na zbiór prętów o danych warunkach brzegowych

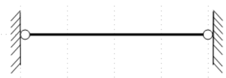
– Jeżeli układ zadany podzieli się na podstawową klasę prętów to wówczas uzyska się minimalną bazę niewiadomych w zagadnieniu metody przemieszczeń (najmniejszą wartość $\boldsymbol{n_\delta}$).


(sz-sz)

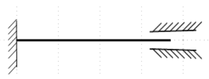

(sz-łyż)

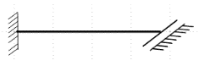

(sz-przeg)

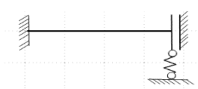

(sz-wsp)

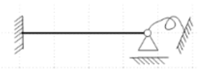

(przeg-przeg)

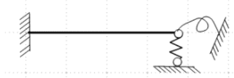
– Jeżeli w układzie występują inne podparcia niż te z podstawowej klasie prętów wówczas poniżej przedstawiono jaki typ pręta z podstawowej klasy prętów przyporządkować można elementom ustroju przy założeniu, że $EA = \infty$.

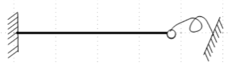

(sz-sz)


(sz-sz)

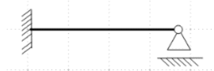

(sz-sz)


(sz-sz)


(sz-sz)


(sz-łyż)


(sz-przeg)


(sz-przeg)

– zawsze można przyporządkować elementom układu pręt o mniejszej liczbie składowych przemieszczeń. Na przykład pręt sztywno-sztywny (sz-sz) można przyporządkować każdemu prętowi układu, ale to powoduje, że zwiększa się liczba stopnia geometrycznej niewyznaczalności n_g i w ten sposób wzrasta wymiar zadania.

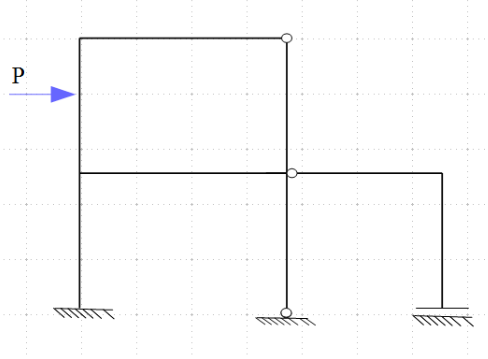
– można dzielić układ zadany tak, że powstaną inne typy prętów tylko wówczas należy wyprowadzić dla odpowiedniego schematu pręta wzory transformacyjne.

Przykłady wyznaczenia stopnia geometrycznej niewyznaczalności $\boldsymbol{n_g}$

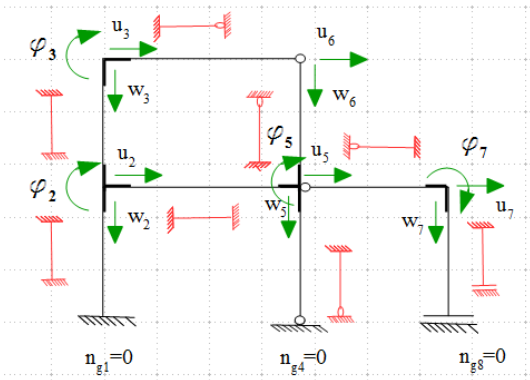
- Sposób I
  (na podstawie określenia liczby współrzędnych uogólnionych węzłów)

Przykład 1.

Układ zadany:



Podział na podstawową klasę prętów i wyznaczenie n_g:



$$\underline{\boldsymbol{EA \neq \infty}}$$

$$n_{g1} = 0,\;\; n_{g2} = 3,\;\; n_{g3} = 3,\;\; n_{g4} = 0,$$
$$n_{g5} = 3,\;\; n_{g6} = 2\;\;\; n_{g7} = 3,\;\; n_{g8} = 0$$

Odpowiedź:

$$n_g = \sum_i n_{g_i} = \mathbf{14}$$

lub

$$n_g = n_\varphi + n_\delta = 4 + 10 = \mathbf{14}$$

$$\underline{\boldsymbol{EA = \infty}}$$

$$n_g = n_\varphi + n_\delta$$

$$\boldsymbol{n_\varphi = 4};\quad n_\delta = ?$$

<u>Warunek konieczny</u> do określenia n_δ (oszacowanie n_δ):

$$n_\delta \geq s_t - p$$

$$s_t - stopnie\ swobody\ określające\ przesuwy: \sum w_i + \sum u_i$$
$$p - liczba\ prętów$$

$$n_\delta \geq 10 - 8 \geq 2$$

<u>Warunek wystarczający</u> do określenia n_δ:
Analiza kinematyczna układu: z warunków podparcia wynika, że niemożliwe są następujące przesuwy:

$$w_2 = w_3 = w_4 = w_5 = w_7 = 0$$

z warunku $EA = \infty$ mamy:

$$u_3 = u_6\,,\qquad u_2 = u_5 = u_7$$

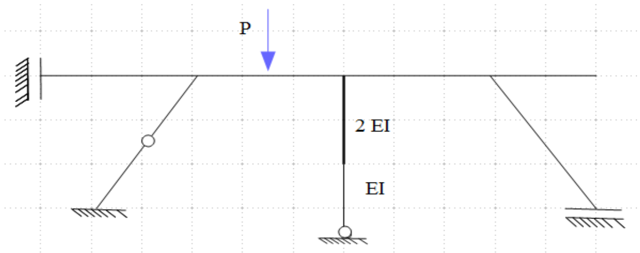
stąd $\boldsymbol{n_\delta} = \mathbf{2}$

Odpowiedź:

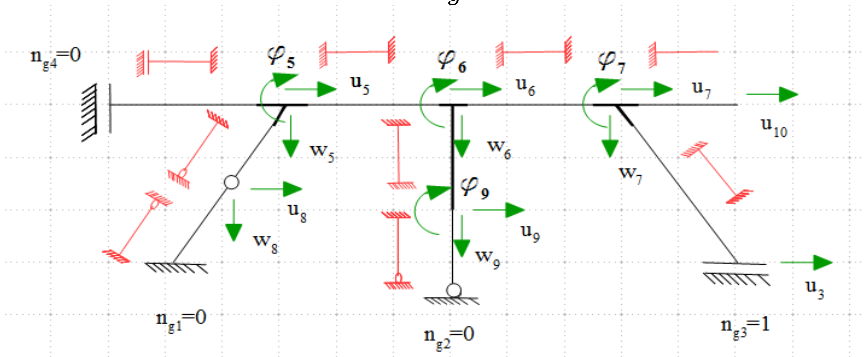
$$n_g = n_\varphi + n_\delta = 4 + 2 = \mathbf{6}$$

Przykład 2.

Układ zadany:



Podział na podstawową klasę prętów i wyznaczenie n_g:



$EA \neq \infty$

$$n_{g1} = 0,\ \ n_{g2} = 0,\ \ n_{g3} = 1,\ \ n_{g4} = 0,$$
$$n_{g5} = 3,\ \ n_{g6} = 3\ \ n_{g7} = 3,\ \ n_{g8} = 2$$
$$n_{g9} = 3\ \ n_{g10} = 1$$

Odpowiedź:

$$n_g = \sum_i n_{g_i} = \mathbf{16}$$

lub

$$n_g = n_\varphi + n_\delta = 4 + 12 = \mathbf{16}$$

$EA = \infty$

$$n_g = n_\varphi + n_\delta$$
$$\boldsymbol{n_\varphi} = \mathbf{4};\quad n_\delta = ?$$

Warunek konieczny do określenia n_δ (oszacowanie n_δ)

$$n_\delta \geq s_t - p$$
$$n_\delta \geq 12 - 9 \geq 3$$

Warunek wystarczający do określenia n_δ:
Analiza kinematyczna układu:
z warunków podparcia i z warunku, że $EA = \infty$ wynika, że niemożliwe są przesuwy:

$$u_5 = u_6 = u_7 = u_{10} = w_6 = w_9 = w_7 = 0$$

Ponadto składowe przemieszczenia węzła 8 (u_8, w_8) można zrzutować na oś prostopadłą i styczną do osi pręta i wówczas widzimy, że jedynie przemieszczenie prostopadłe do osi pręta (z_{p8}) jest możliwe, styczne przemieszczenie (z_{s8}) ze względu na podparcie i warunek nieściśliwości osiowej prętów jest zerowe.

$$u_3 = u_9 \neq 0\,,\qquad z_{p8} \neq 0$$

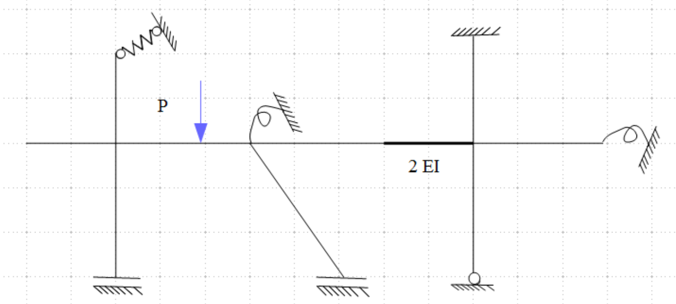
stąd wynika, że $\boldsymbol{n_\delta} = \mathbf{3}$

Odpowiedź:

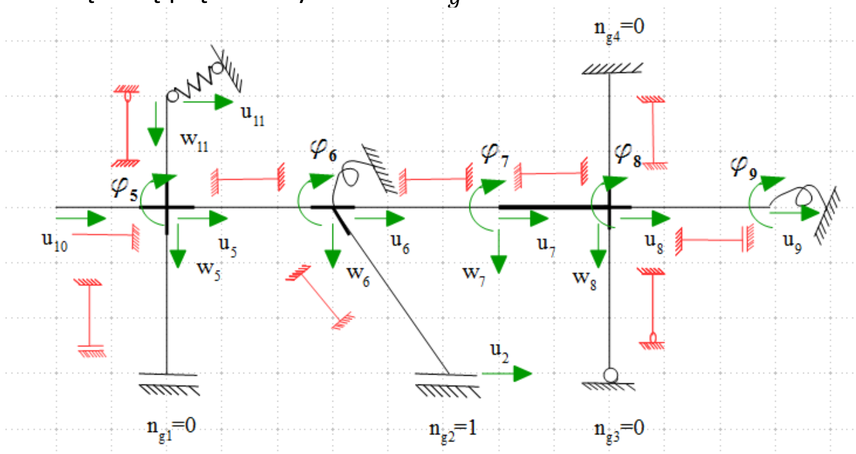
$$n_g = n_\varphi + n_\delta = 4 + 3 = \mathbf{7}$$

Przykład 3.

Układ zadany:



Podział na podstawową klasę prętów i wyznaczenie n_g:



$\underline{EA \neq \infty}$

$$n_{g1} = 0,\ n_{g2} = 1,\ n_{g3} = 0,\ n_{g4} = 0,$$
$$n_{g5} = 3,\ n_{g6} = 3\ \ n_{g7} = 3,\ n_{g8} = 3$$
$$n_{g9} = 2\ \ n_{g10} = 1,\ n_{g11} = 2$$

Odpowiedź:

$$n_g = \sum_i n_{g_i} = \mathbf{18}$$

lub

$$n_g = n_\varphi + n_\delta = 5 + 13 = \mathbf{18}$$

$\underline{EA = \infty}$

$$n_g = n_\varphi + n_\delta$$

$$\boldsymbol{n_\varphi} = \mathbf{5};\quad n_\delta = ?$$

<u>Warunek konieczny</u> do określenia n_δ

$$n_\delta \geq s_t - p$$
$$n_\delta \geq 13 - 10 \geq 3$$

<u>Warunek wystarczający</u> do określenia n_δ:
Analiza kinematyczna układu:
z warunków podparcia i z warunku, że $EA = \infty$
wynika, żę niemożliwe są przesuwy:

$$w_8 = w_5 = w_{11} = w_6 = 0$$

możliwe są następujące przesuwy:

$$u_{10} = u_5 = u_6 = u_7 = u_8 = u_9 = u$$
$$u_2 \neq 0, u_{11} \neq 0, w_7 \neq 0$$

ostatecznie $\boldsymbol{n_\delta} = \mathbf{4}$

Odpowiedź:

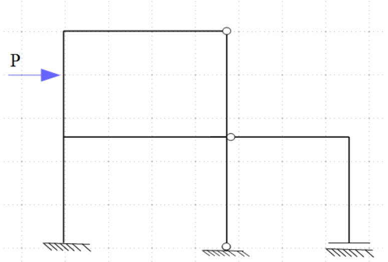
$$n_g = n_\varphi + n_\delta = 5 + 4 = \mathbf{9}$$

- Sposób II

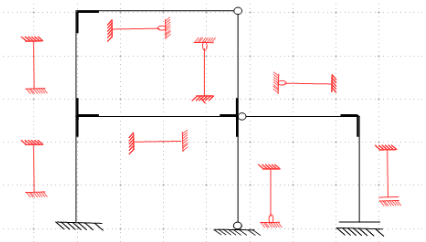
(przy założeniu $EA = \infty$ liczbę współrzędnych translacyjnych n_δ można wyznaczyć na podstawie schematu przegubowego)

Przykład 1.

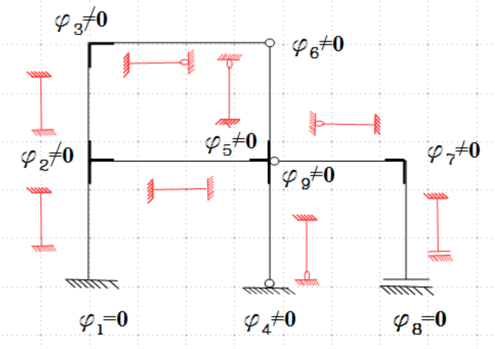
Układ zadany:



Podział na podstawową klasę prętów



Określenie n_φ



- Ze względu na przyjęty typy prętów obroty węzłów:

$$\varphi_4 \neq 0\,, \varphi_6 \neq 0, \varphi_9 \neq 0$$

nie traktuje się jako niewiadome w zadaniu, ponieważ zostały one uwzględnione we wzorach transformacyjnych przyjętych typów prętów.

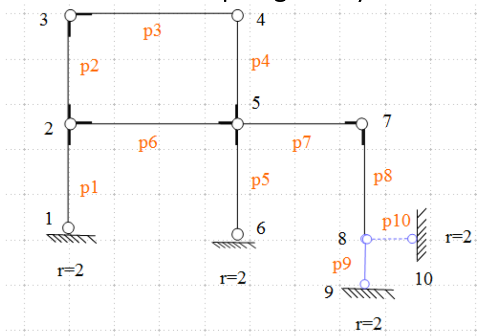
- Niewiadome obroty węzłów to:

$$\varphi_2 = ?\ , \varphi_3 = ?\,, \varphi_5 = ?\,, \varphi_7 = ?$$

Odpowiedź: $n_\varphi = 4$

Określenie n_δ

Schemat przegubowy:



$$EA = \infty$$

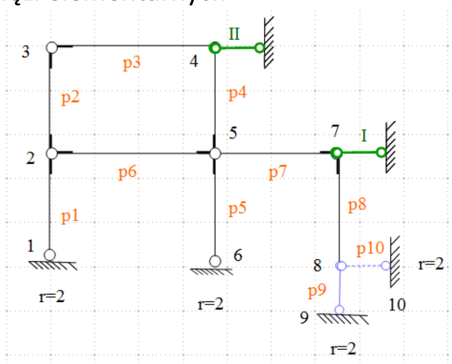
Warunek konieczny określający n_δ:

$$n_\delta \geq 2w - p - r$$

$w = 10, p = 10, r = 8$

$$n_\delta \geq 20 - 10 - 8 \geq 2$$

Dodanie więzi elementarnych



Warunek wystarczający określający n_δ:

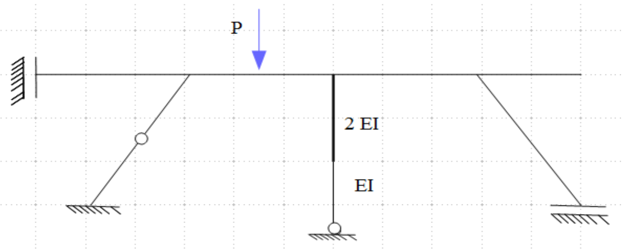
Z analizy kinematycznej wynika, że po dodaniu do schematu przegubowego 2 więzi elementarnych układ przegubowy stanie się GN stąd $n_\delta = 2$.

Odpowiedź: $n_\delta = 2$

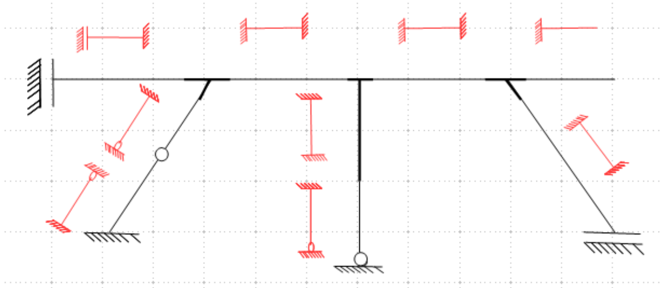
Ostatecznie stopień geometrycznej niewyznaczalności wynosi: $n_g = n_\varphi + n_\delta = 4 + 2 = \mathbf{6}$

Przykład 2.

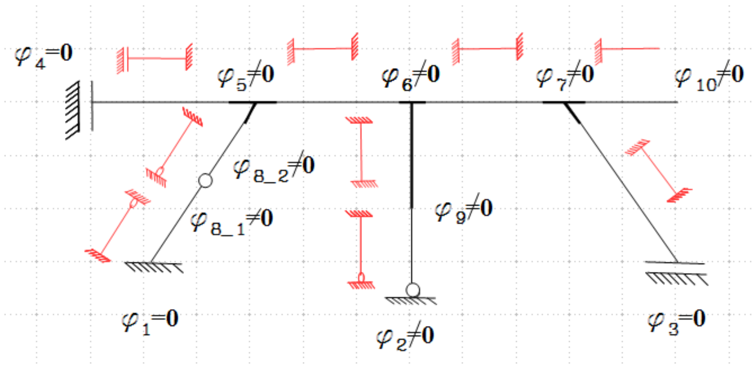
Układ zadany:



Podział na podstawową klasę prętów



Określenie n_φ



- Ze względu na przyjęty typy prętów obroty węzłów :

$$\varphi_2 \neq 0\,, \varphi_{8_1} \neq 0, \varphi_{8_2} \neq 0, \varphi_{10} \neq 0$$

nie traktuje się jako niewiadome w zadaniu, ponieważ zostały uwzględnione we wzorach transformacyjnych przyjętych typów prętów.

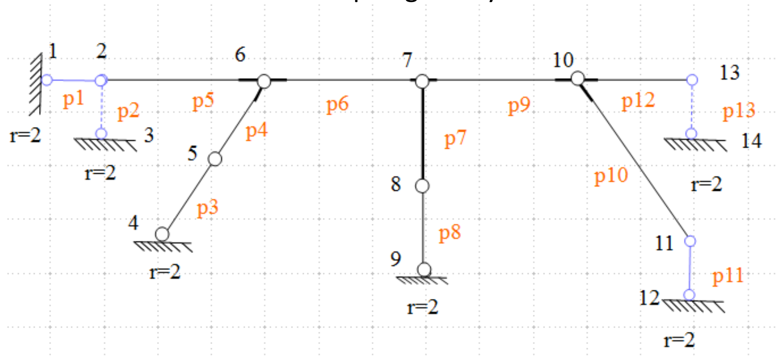
- Niewiadome obroty węzłów to:
$\varphi_5 = ?\ , \varphi_6 = ?, \varphi_7 = ?, \varphi_9 = ?$

Odpowiedź:

$$n_\varphi = 4$$

Określenie n_δ

Schemat przegubowy:



$$EA = \infty$$

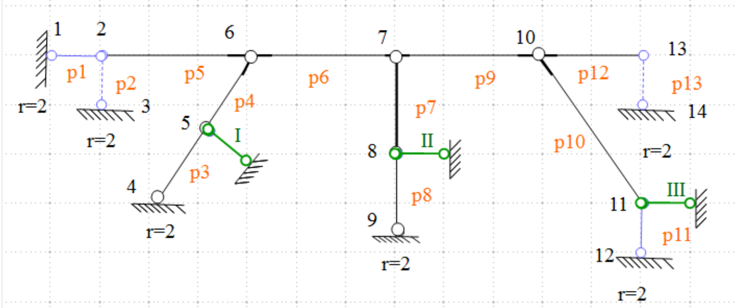
Warunek konieczny określający n_δ:

$$n_\delta \geq 2w - p - r$$

$w = 14, p = 13, r = 12$

$$n_\delta \geq 28 - 13 - 12 \geq 3$$

Dodanie więzi elementarnych



Warunek wystarczający określający n_δ:

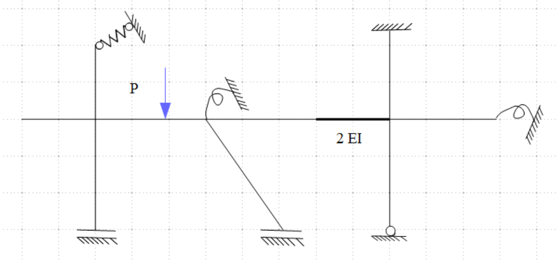
Z analizy kinematycznej wynika, że po dodaniu do schematu przegubowego 3 więzi elementarnych układ przegubowy stanie się GN
stąd $n_\delta = 3$.

Odpowiedź: $n_\delta = 3$

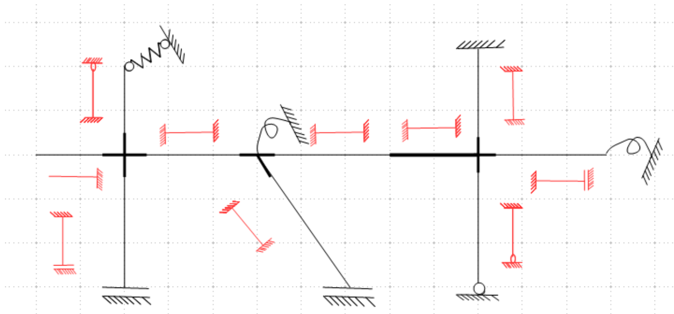
Ostatecznie stopień geometrycznej niewyznaczalności wynosi: $n_g = n_\varphi + n_\delta = 4 + 3 = \mathbf{7}$

Przykład 3.

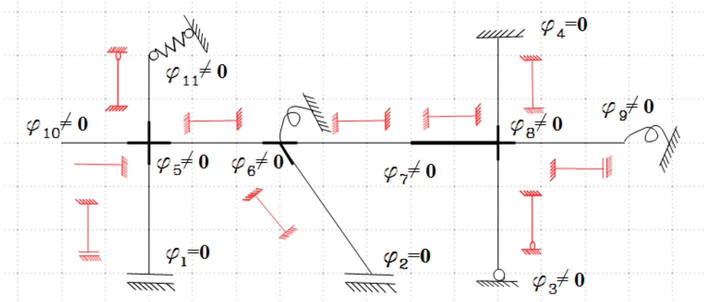
Układ zadany:



Podział na podstawową klasę prętów



Określenie n_φ



- Ze względu na przyjęty typy prętów obroty węzłów:

$$\varphi_3 \neq 0\,,\varphi_{11} \neq 0, \varphi_{10} \neq 0$$

nie traktuje się jako niewiadome w zadaniu, ponieważ zostały uwzględnione we wzorach transformacyjnych przyjętych typów prętów.

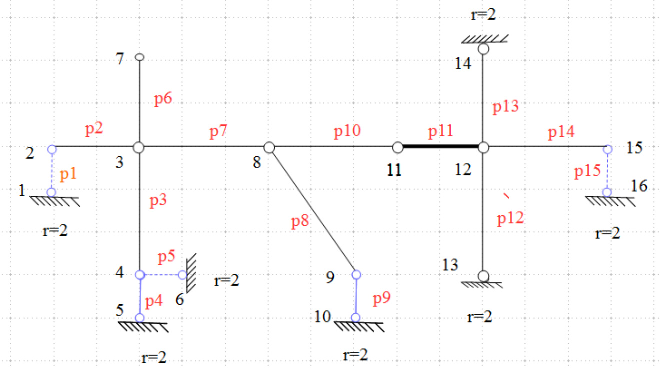
.

- Niewiadome obroty węzłów to:
$\varphi_5 = ?\ , \varphi_6 = ?, \varphi_7 = ?, \varphi_8 = ?, \varphi_9 = ?$

Odpowiedź: $n_\varphi = 5$

Określenie n_δ

Schemat przegubowy:



$$EA = \infty$$

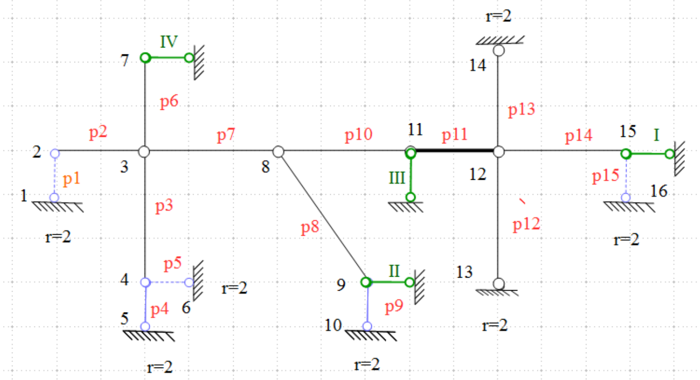
<u>Warunek konieczny określający n_δ</u>:

$$n_\delta \geq 2w - p - r$$

$$w = 16, p = 15, r = 14$$

$$n_\delta \geq 32 - 15 - 14 \geq 3$$

Dodanie więzi elementarnych



<u>Warunek wystarczający określający n_δ:</u>

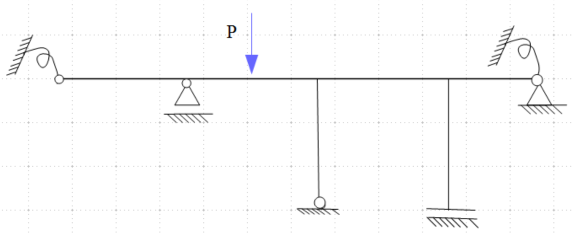
Z analizy kinematycznej wynika, że po dodaniu do schematu przegubowego aż 4 więzi elementarnych układ przegubowy stanie się GN
stąd $n_\delta = 4$

Odpowiedź: $n_\delta = 4$

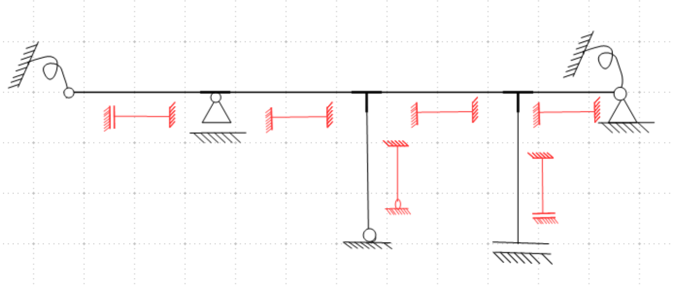
Ostatecznie stopień geometrycznej niewyznaczalności wynosi: $n_g = n_\varphi + n_\delta = 5 + 4 = \mathbf{9}$

Przykład 4.

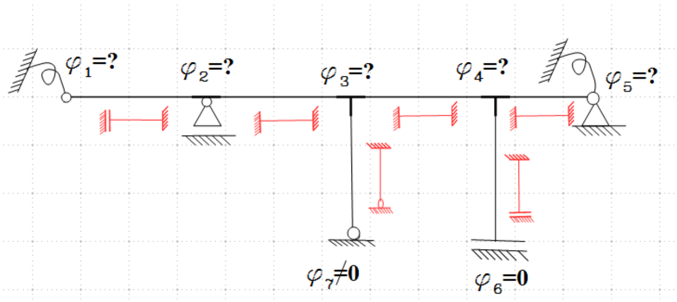
Układ zadany:



Podział na podstawową klasę prętów



Określenie n_φ



- Ze względu na przyjęty typy prętów obrót węzła : $\varphi_7 \neq 0$, nie traktuje się jako niewiadomą w zadaniu. Obrót tego węzła został uwzględnione we wzorach transformacyjnych przyjętych typów prętów.

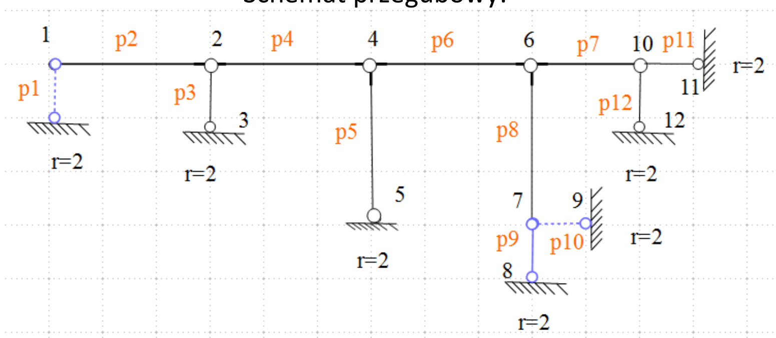
- Niewiadome obroty węzłów to: $\varphi_1 = ?$, $\varphi_2 = ?$, $\varphi_3 = ?$, $\varphi_4 = ?$, $\varphi_5 = ?$

Odpowiedź:

$$n_\varphi = 5$$

Określenie n_δ

Schemat przegubowy:



Dodanie więzi elementarnych

$$EA = \infty$$

<u>Warunek konieczny określający n_δ</u>:

$$n_\delta \geq 2w - p - r$$

$w = 12, p = 12, r = 14$

$$n_\delta \geq 24 - 12 - 14 \geq -2$$

<u>Warunek wystarczający określający n_δ:</u>

UKŁAD PRZEGUBOWY JEST GEOMETRYCZNIE NIEZMINNY (GN)
(układ zadany dla ustalonych typów prętów jest nieprzesuwny $n_\delta = 0$)

Odpowiedź: $n_\delta = 0$

Z analizy kinematycznej wynika, że nie trzeba dodawać więzi elementarnych do układu przegubowego, gdyż jest on GN
stąd $n_\delta = 0$.

Ostatecznie stopień geometrycznej niewyznaczalności wynosi: $n_g = n_\varphi + n_\delta = 5 + 0 = \mathbf{5}$

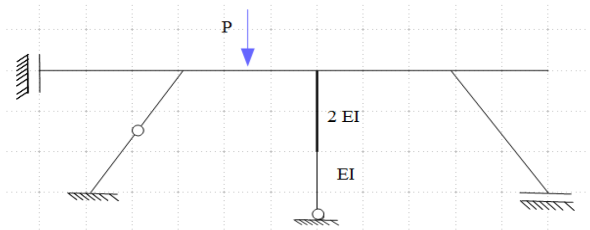
WYZNACZENIE STOPNIE GEOMETRYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI $\boldsymbol{n_g}$ – przy podziale modelu tylko na pręty sztywno-sztywne

(**nadmiarowa baza niewiadomych przemieszczeń uogólnionych**)

- Sposób II

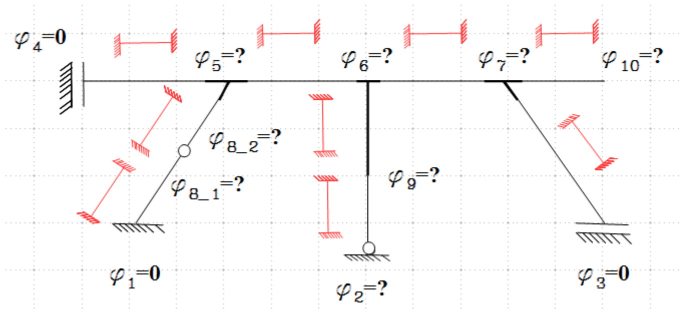
Przykład 1.

Układ zadany:



Przyjęto wszystkie elementy prętowe jako sztywno-sztywne

Określenie n_φ

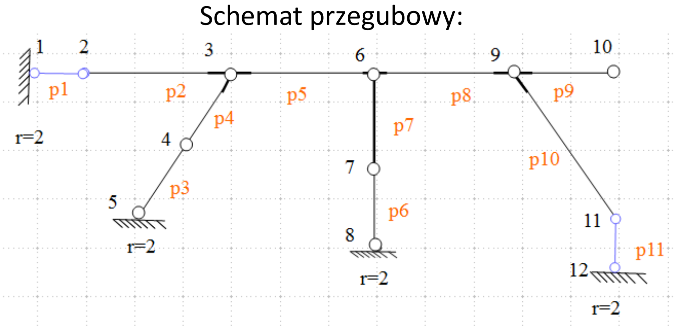


Odpowiedź

$$n_\varphi = 7$$

Określenie n_δ

Schemat przegubowy:



$$EA = \infty$$

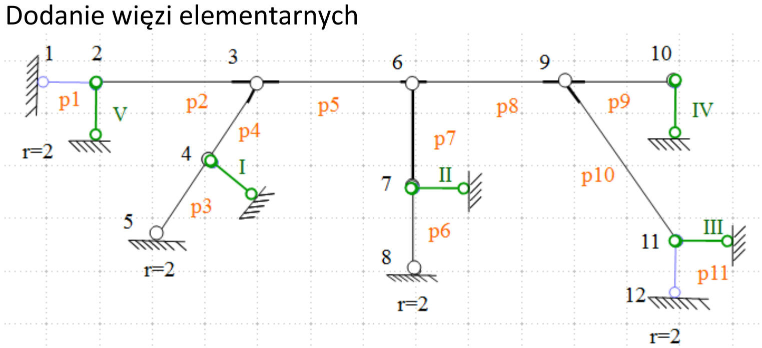
Warunek konieczny określający n_δ:

$$n_\delta \geq 2w - p - r$$

$$w = 12, p = 11, r = 8$$

$$n_\delta \geq 24 - 11 - 8 \geq 5$$

Dodanie więzi elementarnych



Warunek wystarczający określający n_δ:

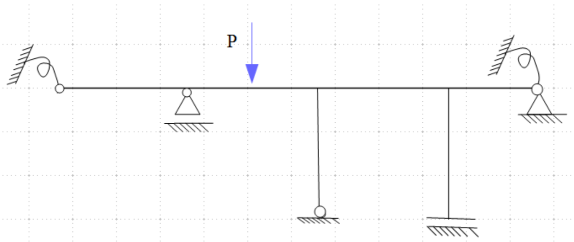
Z analizy kinematycznej wynika, że po dodaniu 5 więzi elementarnych układ przegubowy stanie się GN stąd $n_\delta = 5$.

Odpowiedź: $n_\delta = 5$

Ostatecznie stopień geometrycznej niewyznaczalności wynosi: $n_g = n_\varphi + n_\delta = 7 + 5 = \mathbf{12}$

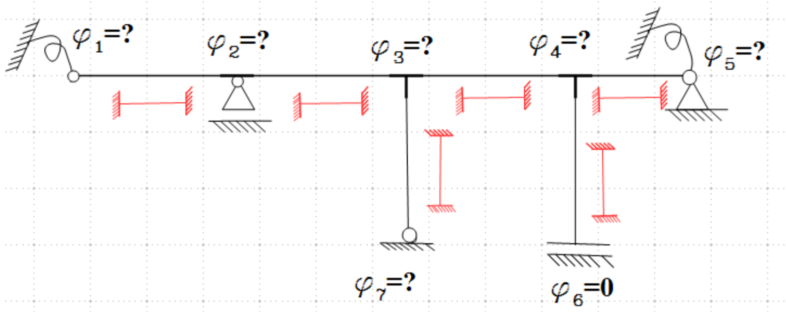
Przykład 2.

Układ zadany:



Przyjęto wszystkie elementy prętowe jako sztywno-sztywne

Określenie n_φ

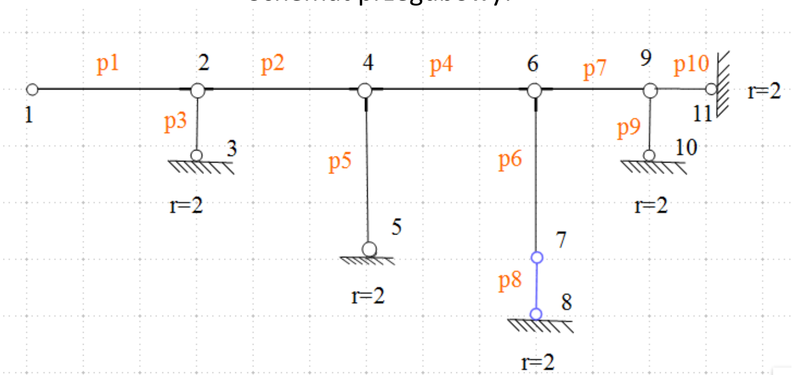


Odpowiedź

$$n_\varphi = 6$$

Określenie n_δ

Schemat przegubowy:



$$EA = \infty$$

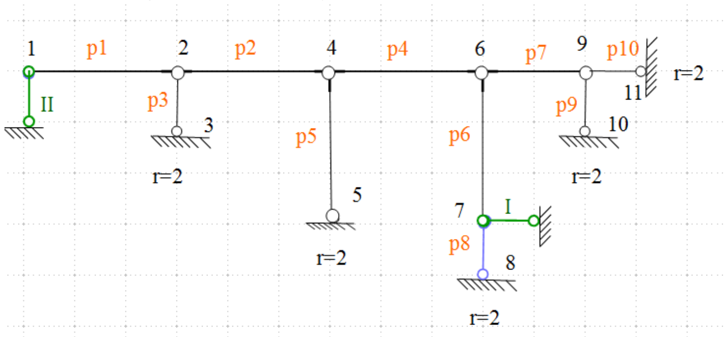
Warunek konieczny określający n_δ:

$$n_\delta \geq 2w - p - r$$

$$w = 11, p = 10, r = 10$$

$$n_\delta \geq 22 - 10 - 10 \geq 2$$

Dodanie więzi elementarnych



Warunek wystarczający określający n_δ:

Z analizy kinematycznej wynika, że po dodaniu 3 więzi elementarnych układ przegubowy stanie się GN stąd $n_\delta = 2$

Odpowiedź: $n_\delta = 2$

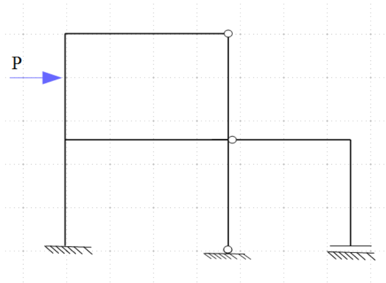
Ostatecznie stopień geometrycznej niewyznaczalności wynosi: $n_g = n_\varphi + n_\delta = 6 + 2 = \mathbf{8}$

Układ zastępczy / podstawowy metody przemieszczeń

Układ podstawowy metody przemieszczeń jest to układ rzeczywisty / zadany, w którym w miejscu nieznanych obrotów węzłów φ_i =? $\{i = 1, 2, \dots n_\varphi\}$ dodaje się więzi uniemożliwiające obrót (więzi rotacyjne, które będą oznaczone jako trójkąt, przenoszą one reakcję momentową), a w miejscu nieznanych przesunięć węzłów δ_J $\{J = I, II, \dots n_\delta\}$ dodaje się więzi uniemożliwiające przesuw (więzi translacyjne, które oznaczane będą jako więź elementarna, przenoszą reakcję siłową). Układ podstawowy metody przemieszczeń jest układem kinematycznie wyznaczalnym.

Przykład 1.

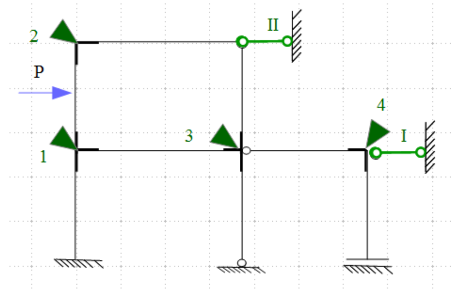
Układ zadany/ rzeczywisty



Minimalna baza niewiadomych przemieszczeń

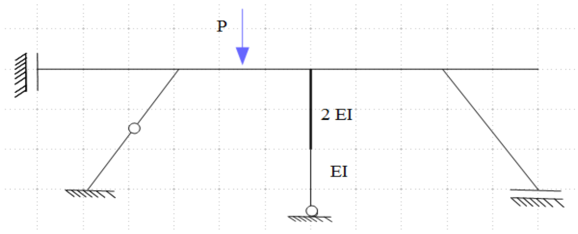
$$n_\varphi = 4$$
$$n_\delta = 2$$

Układ podstawowy/ zastępczy metody przemieszczeń

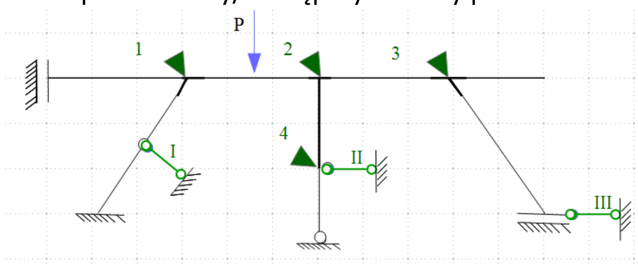


Przykład 2.

Układ zadany/ rzeczywisty



Układ podstawowy/ zastępczy metody przemieszczeń

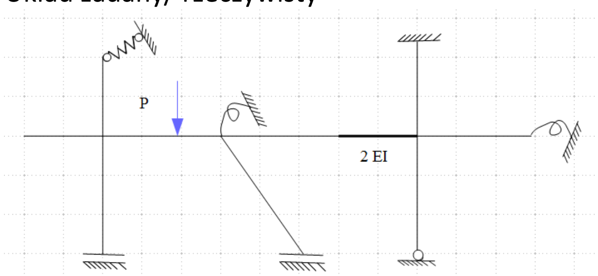


Minimalna baza niewiadomych przemieszczeń

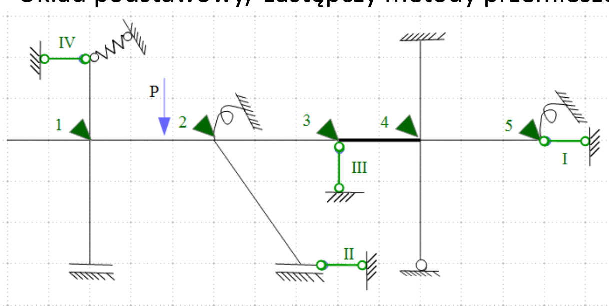
$n_\varphi = 4$, $n_\delta = 3$

Przykład 3.

Układ zadany/ rzeczywisty



Układ podstawowy/ zastępczy metody przemieszczeń



Minimalna baza niewiadomych przemieszczeń

$n_\varphi = 5$, $n_\delta = 4$