Politechnika Wrocławska

MECHANIKA BUDOWLI

ĆWICZENIA AUDYTORYJNE NR 3

Prowadząca: dr inż. Katarzyna Misiurek

HR EXCELLENCE IN RESEARCH

ROZWIĄZANIE RAMY HIPERSTATYCZNEJ METODĄ PRZEMIESZCZEŃ

Istotę metody przemieszczeń, najwygodniej jest przedstawić przez porównanie jej do metody sił, którą wcześniej już poznaliśmy i przy użyciu której jesteśmy w stanie policzyć przemieszczenia i rozkład sił wewnętrznych układów statycznie niewyznaczalnych.

Tok obliczeń matematycznych jest podobny, jednak sens fizyczny wielkości występujących w równaniach jest odmienny.

Podstawowe różnice pomiędzy tymi metodami zestawiono w poniższej tabeli.

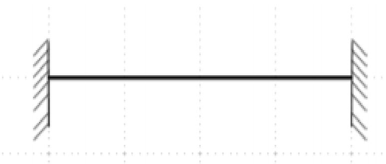
Porównanie metody sił z metodą przemieszczeń

	Metoda sił	*Metoda przemieszczeń*
Niewiadomymi są:	nadliczbowe siły	przemieszczenia węzłów
Równania kanoniczne wyrażają:	przemieszczenia w miejscu odrzuconych więzów	reakcje w miejscu dołożonych więzów
O liczbie niewiadomych decyduje:	stopień statycznej niewyznaczalności (*SSN*). Jest to liczba więzów przesztywniających układ, które trzeba odrzucić.	stopień kinematycznej niewyznaczalności (*SKN*). Jest to liczba więzów, które trzeba wprowadzić aby układ usztywnić.

ROZWIĄZANIE RAMY HIPERSTATYCZNEJ METODĄ PRZEMIESZCZEŃ

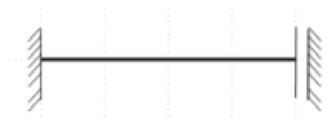
Podstawowa klasa prętów

sztywno -sztywny



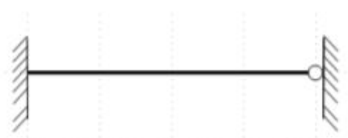
(sz-sz)

sztywno- łyżwa



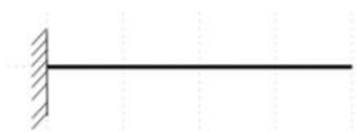
(sz-łyż)

sztywno-
przegubowy



(sz-przeg)

sztywno- wspornik



(sz-wsp)

przegubowo-
przegubowy

(przeg-przeg)

ROZWIĄZANIE RAMY HIPERSTATYCZNEJ METODĄ PRZEMIESZCZEŃ

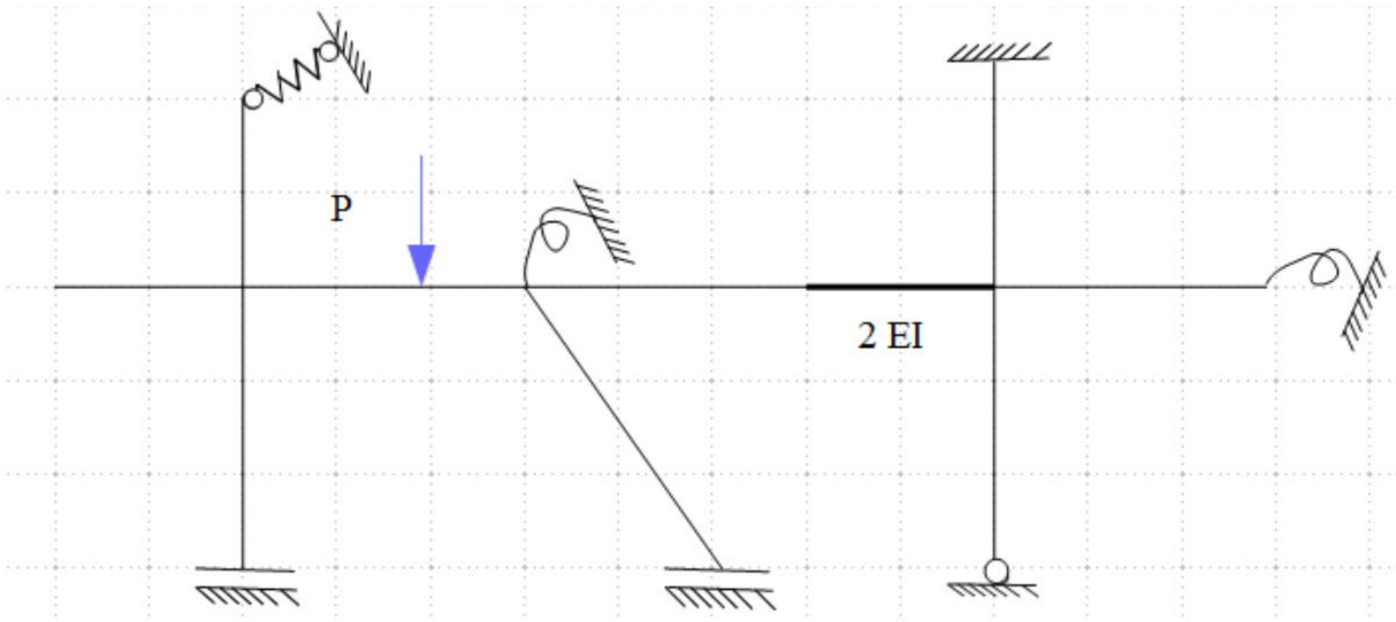
Stopień geometrycznej niewyznaczalności jest sumą niezależnych składowych przemieszczeń: obrotów węzłów n_φ i składowych przesunięć węzłów n_δ, które w pełni określają warunki brzegowe prętów na które został podzielony układ.

$$\boxed{n_g = n_\varphi + n_\delta}$$

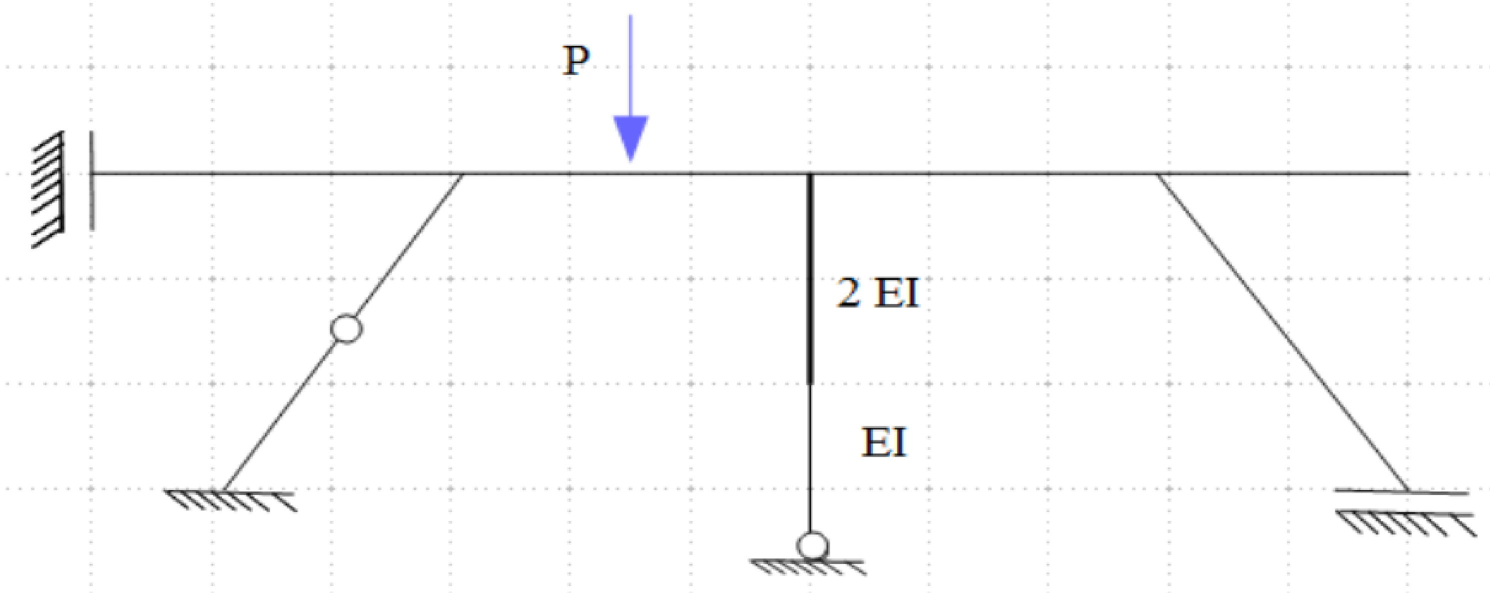
n_φ- liczba niezależnych współrzędnych rotacyjnych (liczba niezależnych obrotów węzłów)

n_δ- liczba niezależnych współrzędnych translacyjnych liczba niezależnych składowych przesuwów węzłów)

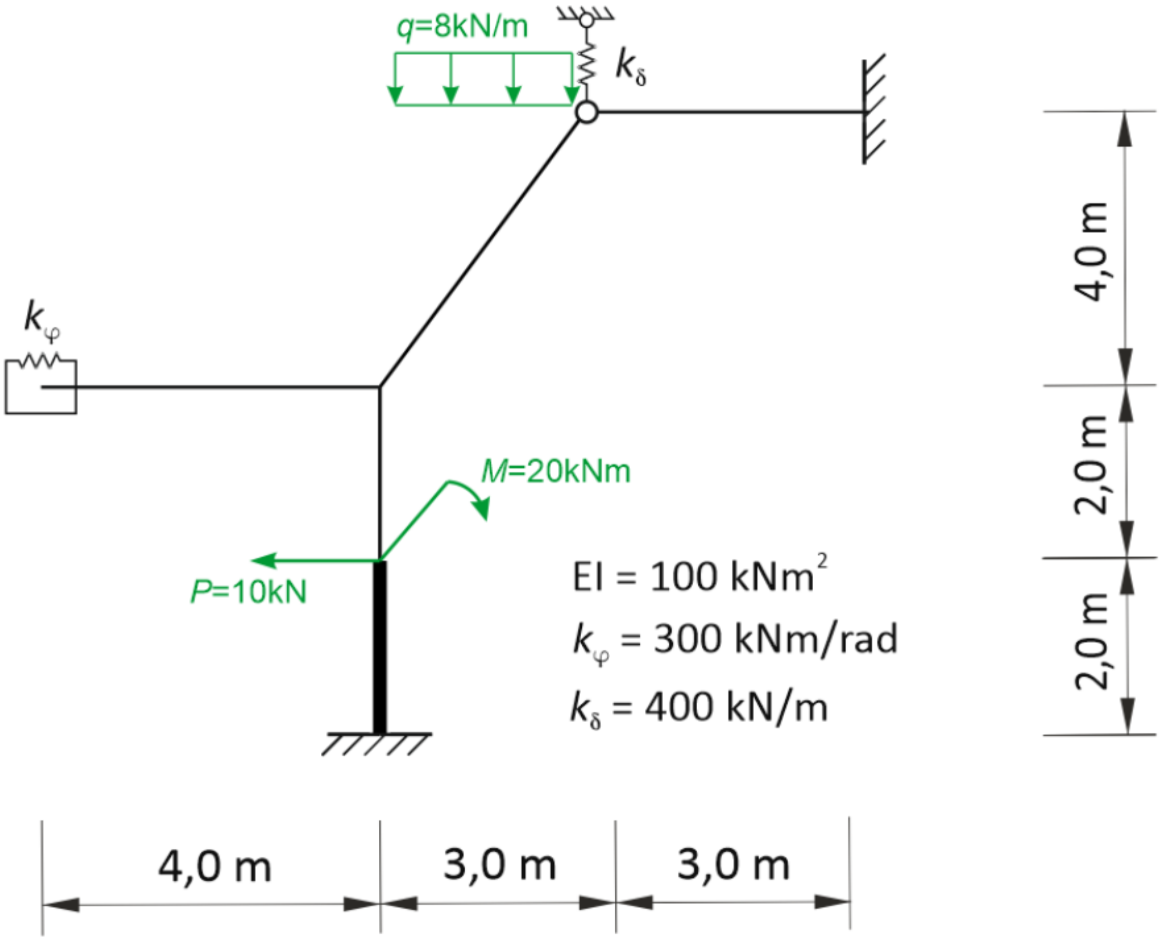
MP – DOBÓR UKŁADU PODSTAWOWEGO

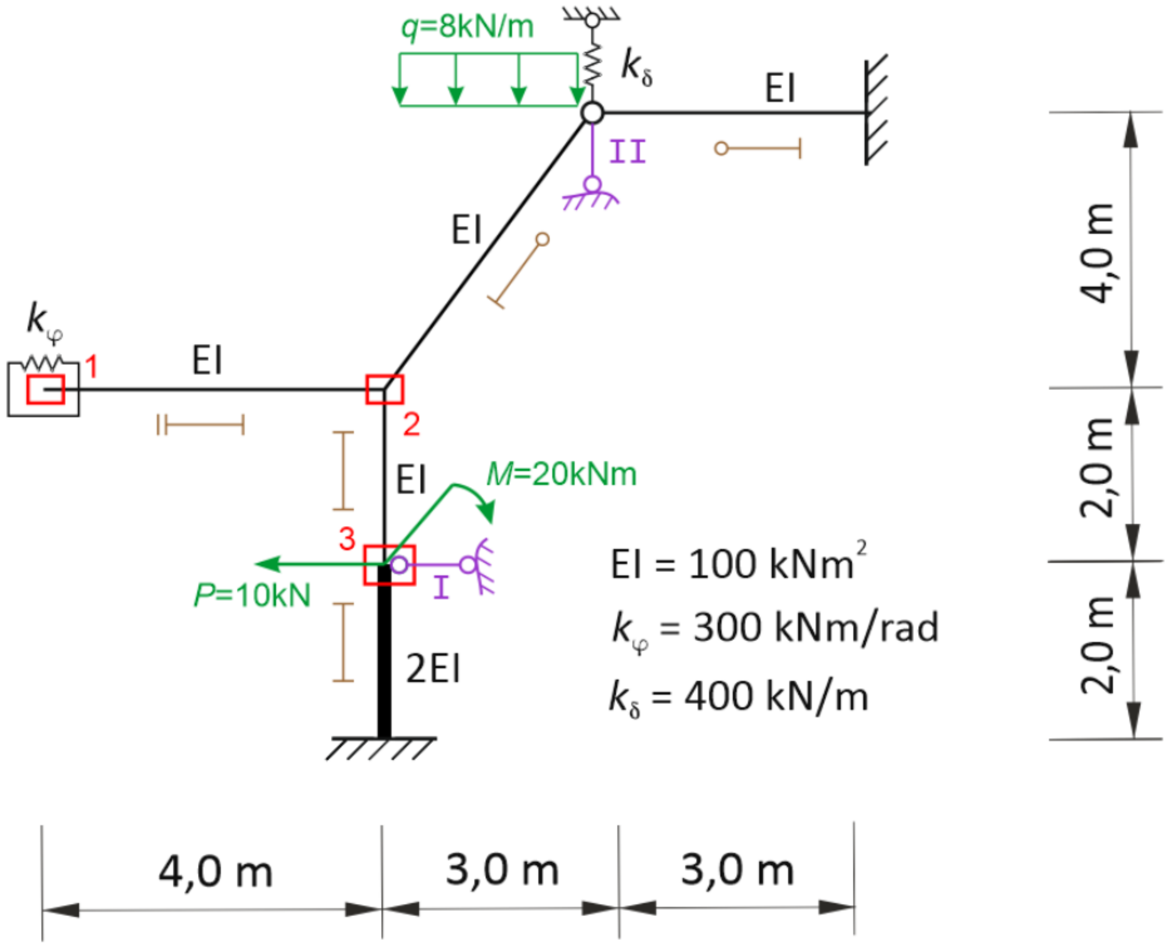


MP – DOBÓR UKŁADU PODSTAWOWEGO

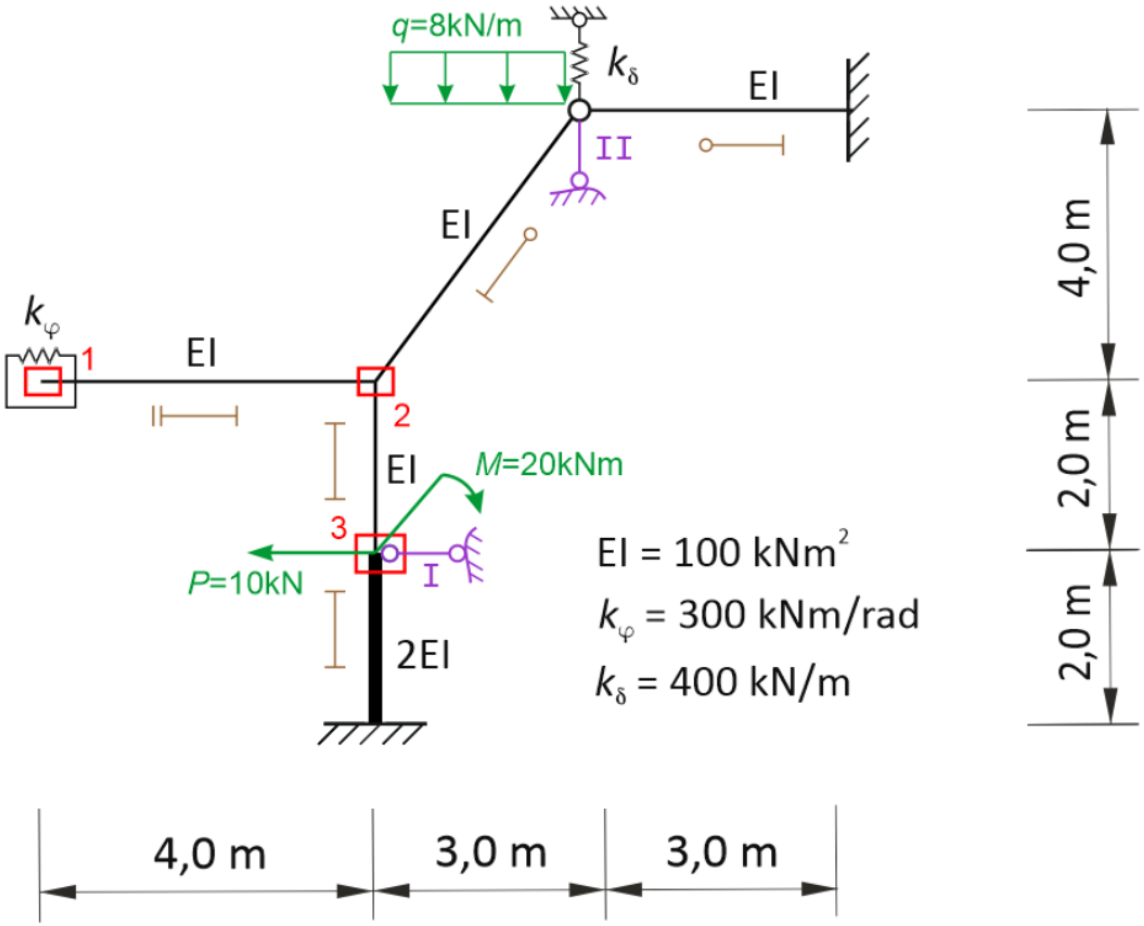


DOBÓR UKŁADU PODSTAWOWEGO METODY SIŁ





$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{1\mathrm{I}} & k_{1\mathrm{II}} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{2\mathrm{I}} & k_{2\mathrm{II}} \\ & & k_{33} & k_{3\mathrm{I}} & k_{3\mathrm{II}} \\ & sym & & k_{\mathrm{II}} & k_{\mathrm{I\,II}} \\ & & & & k_{\mathrm{II\,II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \delta_{\mathrm{I}} \\ \delta_{\mathrm{II}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{1F} \\ k_{2F} \\ k_{3F} \\ k_{\mathrm{I}F} \\ k_{\mathrm{II}F} \end{bmatrix} = \emptyset$$



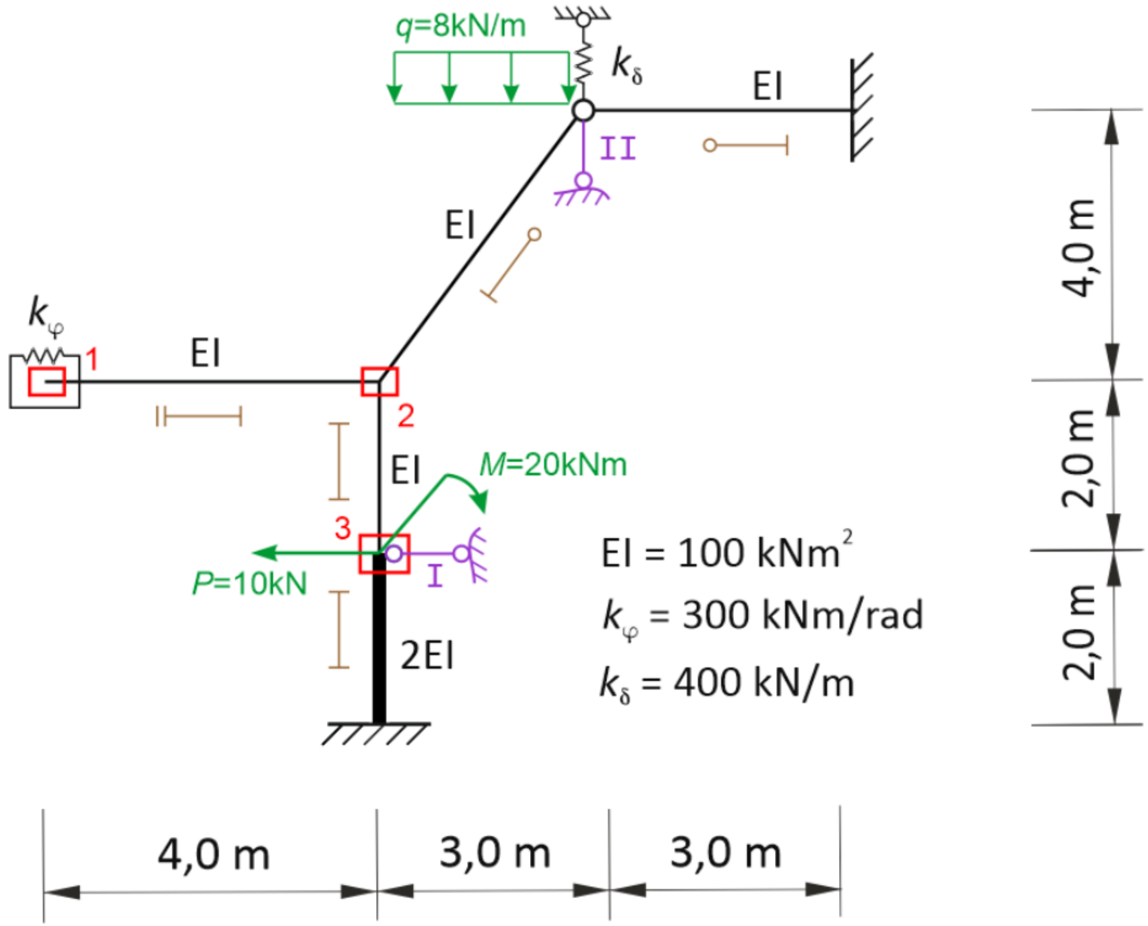
$$\begin{matrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ & k_{22} & k_{23} \\ & & k_{33} \end{matrix}$$

Reakcje (momenty) w dodanych więziach rotacyjnych wywołane jednostkowymi obrotami dodanych więzi rotacyjnych

$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}$; $\quad k_{ii} = \sum_j M_{ij}^i + k_i^\varphi = \sum_j a_{ij} \cdot EJ_{ij} / L_{ij} + k_i^\varphi$, $\quad k_{ij} = M_{ij}^j = b_{ij} \cdot EJ_{ij} / L_{ij}$, dla $j \neq i$,

gdzie $\quad M_{ij}^i = M_{ij}(\varphi_i = 1) = a_{ij} \cdot EJ_{ij} / L_{ij}$, $\quad M_{ij}^j = M_{ij}(\varphi_j = 1) = b_{ij} \cdot EJ_{ij} / L_{ij}$,

j – numery węzłów połączonych prętami z węzłem i .



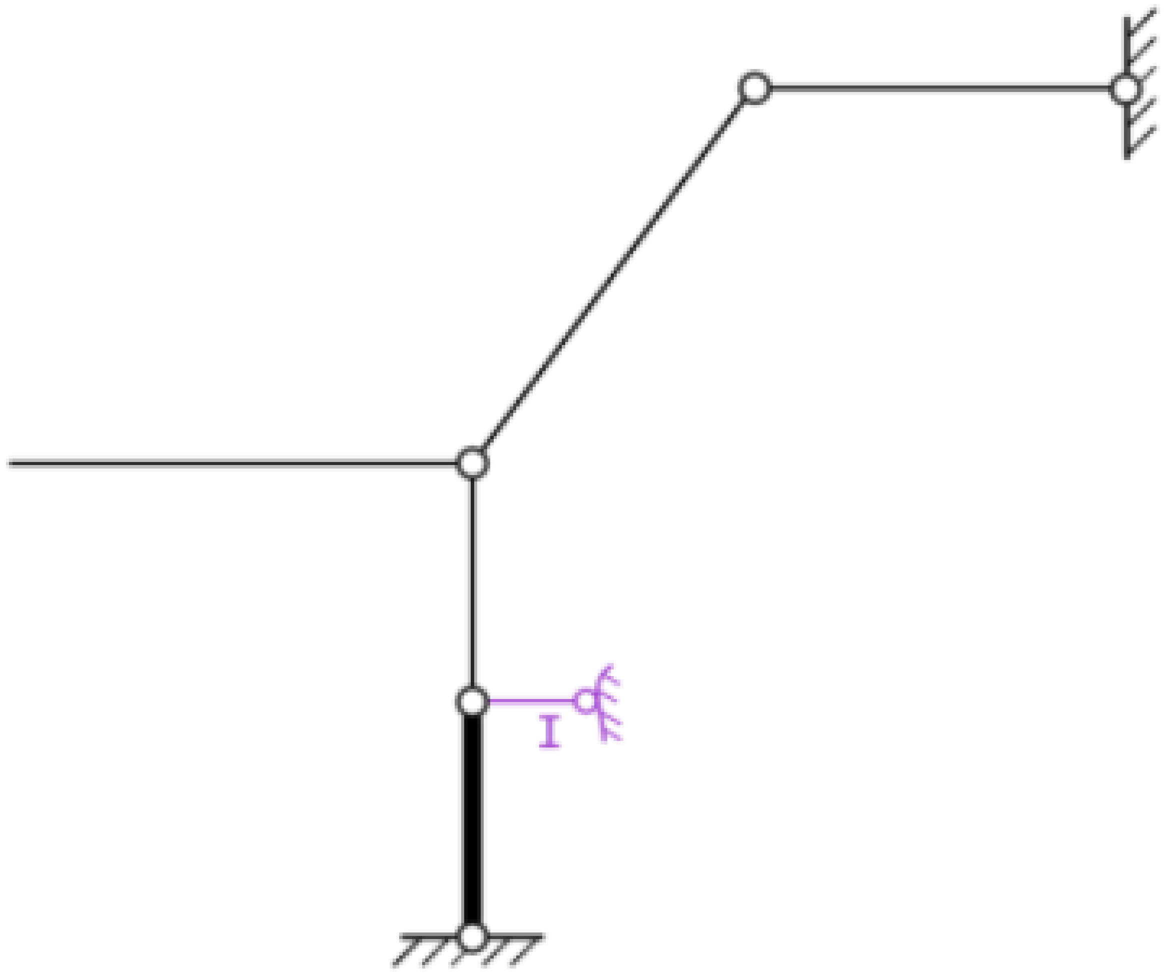
$$\begin{matrix} k_{1\mathrm{I}} & k_{1\mathrm{II}} \\ k_{2\mathrm{I}} & k_{2\mathrm{II}} \\ k_{3\mathrm{I}} & k_{3\mathrm{II}} \end{matrix}$$

$\mathbf{K}_{\varphi\delta}$; $\quad k_{i\beta} = \sum_j M_{ij}^{\beta} = -\sum_j c_{ij} \cdot EJ_{ij} / L_{ij} \cdot \psi_{ij}^{\beta}$, gdzie $M_{ij}^{\beta} = M_{ij}(\delta_\beta = 1) = -c_{ij} \cdot EJ_{ij} / L_{ij} \cdot \psi_{ij}^{\beta}$,

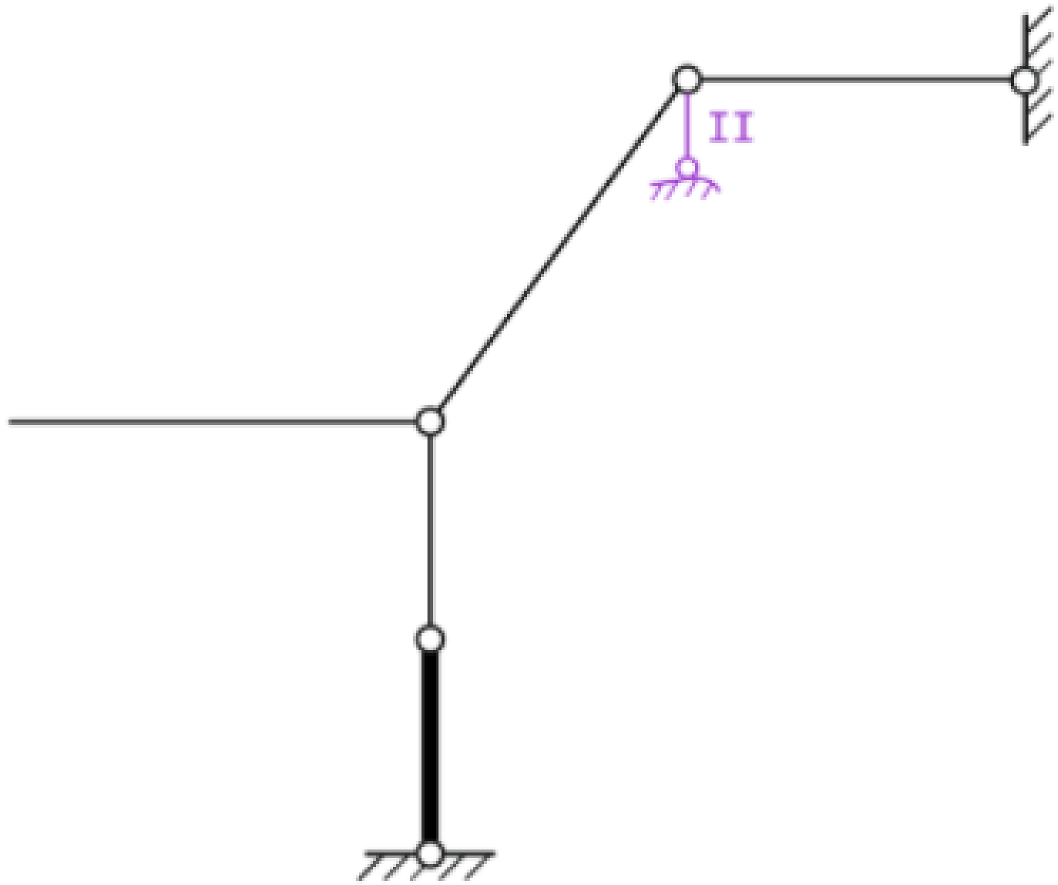
$\psi_{ij}^{\beta} = \psi_{ij}(\delta_\beta = 1) = \Delta_{ij}^{\beta} / L_{ij}$ – kąt obrotu cięciwy pręta ij,

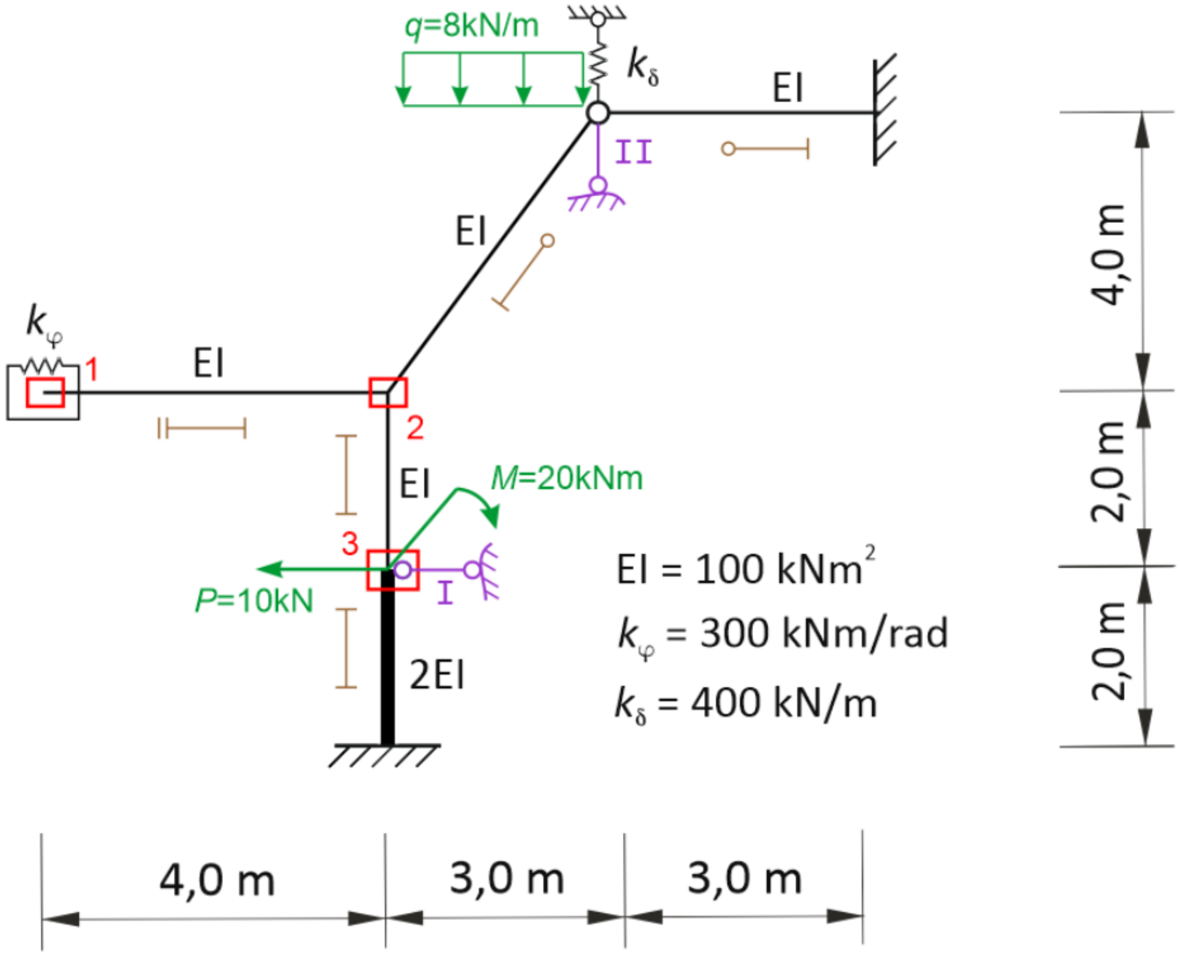
$\Delta_{ij}^{\beta} = \Delta_{ij}(\delta_\beta = 1)$ – wzajemne poprzeczne przesunięcie końców pręta ij.

PRZEMIESZCZENIE W DOŁOŻONEJ WIĘZI



PRZEMIESZCZENIE W DOŁOŻONEJ WIĘZI

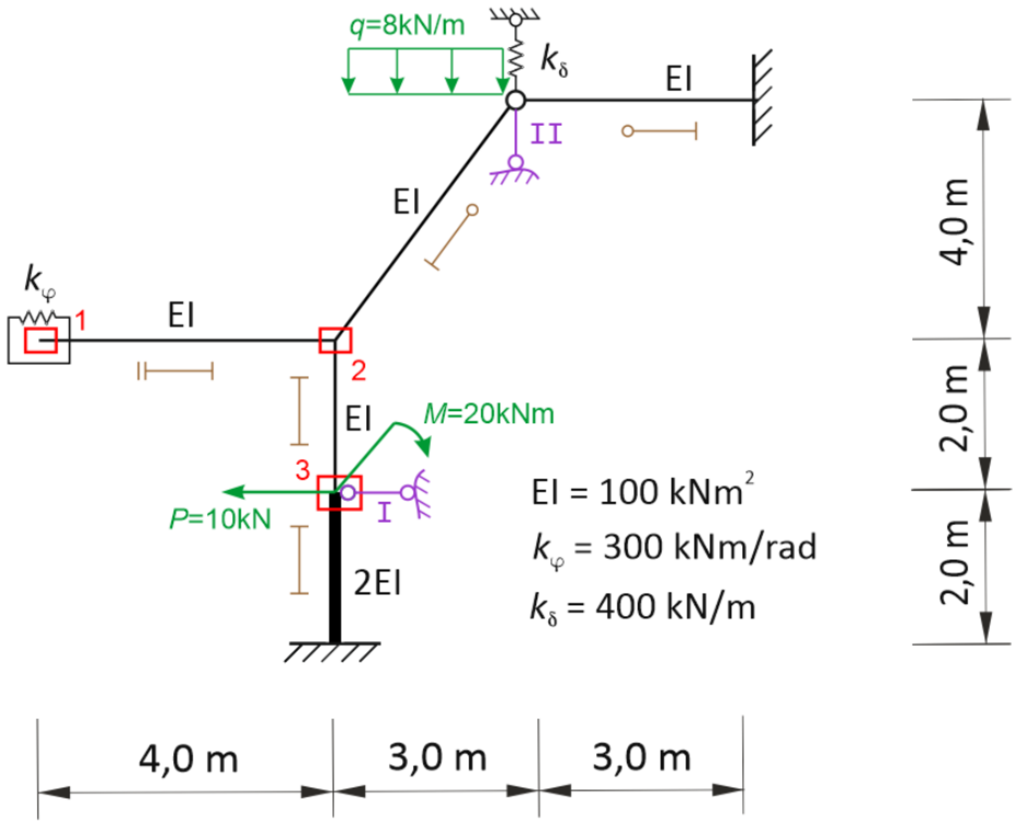




$$\begin{array}{cc} k_{\mathrm{II}} & k_{\mathrm{I\,II}} \\ & k_{\mathrm{II\,II}} \end{array}$$

$\mathbf{K}_{\delta\delta}$; $$k_{\alpha\beta} = -\sum_{ij} (M_{ij}^{\beta} + M_{ji}^{\beta}) \cdot \psi_{ij}^{\alpha} + \sum_{s} k_s^{\delta} \cdot \Delta L_s^{\alpha} \cdot \Delta L_s^{\beta} =$$

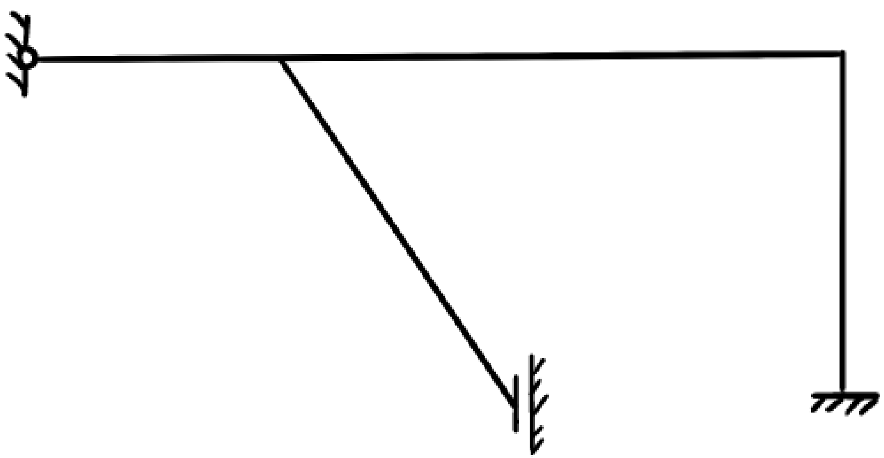
$$= \sum_{ij} V_{ij}^{\beta} \cdot \Delta_{ij}^{\alpha} + \sum_{s} k_s^{\delta} \cdot \Delta L_s^{\alpha} \cdot \Delta L_s^{\beta} = \sum_{ij} d_{ij} \cdot EJ_{ij} / L_{ij} \cdot \psi_{ij}^{\alpha} \cdot \psi_{ij}^{\beta} + \sum_{s} k_s^{\delta} \cdot \Delta L_s^{\alpha} \cdot \Delta L_s^{\beta} \; ,$$



$$\begin{bmatrix} k_{1F} \\ k_{2F} \\ k_{3F} \\ k_{\mathrm{I}F} \\ k_{\mathrm{II}F} \end{bmatrix}$$

$$k_{iF} = \sum_j M_{ij}^{oF} - M_i^o$$

$$k_{\alpha F} = -\sum_{ij} \left(M_{ij}^{oF} + M_{ji}^{oF}\right) \cdot \psi_{ij}^{\alpha} - \sum_f F_f \cdot \delta_f^{\alpha}$$



Politechnika Wrocławska