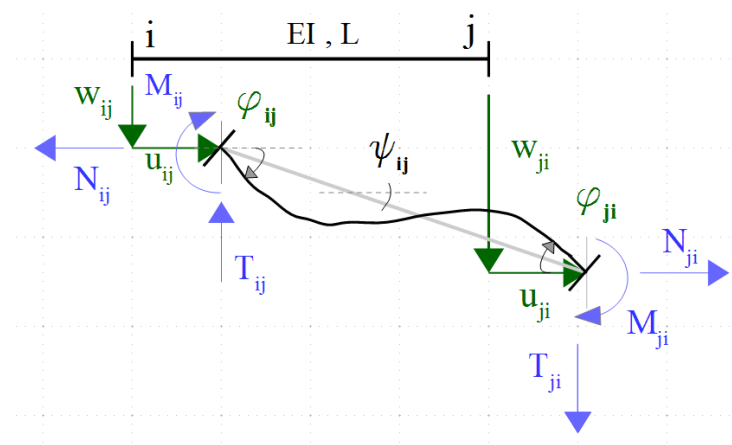


Wykład nr 9

ROZWIĄZYWANIE PŁASKICH UKŁADÓW PRĘTOWYCH STATYCZNIE NIEWYZNACZALNYCH METODĄ PRZEMIESZCZEŃ cz.2.

Wzory transformacyjne –w teorii I-go rzędu

Wzory transformacyjne – są to wzory określające zależności między siłami brzegowymi ($M_{ij}, M_{ji}, T_{ij}, T_{ji}, N_{ij}, N_{ji}$), a przemieszczeniami brzegowymi końców pręta ($\varphi_{ij}, \varphi_{ji}, w_{ij}, w_{ji}, u_{ij}, u_{ji}$). Wzory wyznaczone są według teorii I-go rzędu tzn. rozpatrywany pręt jest w stanie nieodkształconym (obowiązuje zasada zeszywnienia).



- Zasada znakowania:
Momenty brzegowe (M_{ij}, M_{ji}), obroty węzłów ($\varphi_{ij}, \varphi_{ji}$), oraz kąt obrotu cięciwy pręta (ψ_{ij}) są dodatnie jeśli są prawoskrętne (tak jak zaznaczono na rysunku).
 - Kąt obrotu cięciwy pręta ψ_{ij} jest zależny od wzajemnego przesunięcia poprzecznego końców pręta $\psi_{ij} \cong \frac{w_{ji} - w_{ij}}{L_{ij}}$.
 - Przemieszczenia węzłowe: obroty węzłów ($\varphi_{ij}, \varphi_{ji}$) oraz przesunięcia prostopadłe do osi prętów (w_{ij}, w_{ji}) wywołują siły brzegowe: momenty brzegowe (M_{ij}, M_{ji}) i brzegowe siły tnące (T_{ij}, T_{ji}).
 - Przemieszczenia podłużne (u_{ij}, u_{ji}) wywołują jedynie na odkształcenia podłużne, czyli wpływają na wartości sił osiowych (N_{ij}, N_{ji}).
- Przy stałej sile osiowej związek między przemieszczeniami podłużnymi, a siłami osiowymi przyjmuje postać:

$$EA \neq \infty \quad N_{ij} = N_{ji} = \frac{EA_{ij}}{L_{ij}} (u_{ji} - u_{ij})$$

$$EA = \infty \quad N_{ij} = N_{ji} = 0, \text{ gdyż } u_{ji} = u_{ij}$$

Wzory transformacyjne:

$$M_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (a_{ij}\varphi_{ij} + b_{ij}\varphi_{ji} - c_{ij}\psi_{ij}) + \bar{M}_{ij}^F$$

$$M_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (a_{ji}\varphi_{ji} + b_{ji}\varphi_{ij} - c_{ji}\psi_{ij}) + \bar{M}_{ji}^F$$


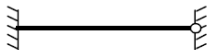
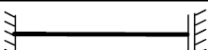
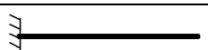
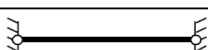
$$T_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}^2} (-c_{ij}\varphi_{ij} - c_{ji}\varphi_{ji} - d_{ij}\psi_{ij}) + \bar{T}_{ij}^F$$

$$T_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}^2} (-c_{ij}\varphi_{ij} - c_{ji}\varphi_{ji} - d_{ij}\psi_{ij}) + \bar{T}_{ji}^F$$

gdzie współczynniki a_{ij} , a_{ji} , $b_{ij} = b_{ji}$, $c_{ij} = a_{ij} + b_{ji}$, $c_{ji} = a_{ji} + b_{ij}$, $d_{ij} = d_{ji} = c_{ij} + c_{ji}$ w teorii I-go rzędu są liczbami zależnymi od typu pręta. Oznaczenia i wartości tych współczynników dla wybranych typów prętów o stałej sztywności zestawiono w tabeli 1 poniżej.

\bar{M}_{ij}^F , \bar{M}_{ji}^F , \bar{T}_{ij}^F , \bar{T}_{ji}^F - są to brzegowe momenty i siły tnące w stanie zerowych przemieszczeń brzegowych wywołane przęsłowym obciążeniem zadany (F).

Tabela 1

i	j	a_{ij}	a_{ji}	$b_{ij} = b_{ji}$	c_{ij}	c_{ji}	$d_{ij} = d_{ji}$
		4	4	2	6	6	12
		3	0	0	3	0	3
		1	1	-1	0	0	0
		0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0

Źródło tabeli: wykład prof. P. Śniadego

- Powyższe wzory określające momenty brzegowe (M_{ij} , M_{ji}) i siły tnące (T_{ij} , T_{ji}), które są funkcjami kątów obrotów węzłów (φ_{ij} , φ_{ji}), kąta obrotu cięciwy pręta (ψ_{ij}) oraz obciążenia czynnego pręta (F) Podane wzory wyznaczyć można różnymi metodami między innymi :
 - wykorzystując liniowe równanie różniczkowe opisujące ugięcie pręta przyzmatycznego o ustalonych warunkach brzegowych,
 - stosując metodę sił.

Wyprowadzenie wzorów transformacyjnych (sposób I)

- Równanie różniczkowe niejednorodne opisujące ugięcie pręta pryzmatycznego:

$$EI w^{IV}(x) = p(x) \quad (*)$$

Rozwiązanie jest sumą całki ogólnej $w_o(x)$ i szczególnej $w_s(x)$ ($w(x) = w_o(x) + w_s(x)$). $w_s(x)$ - zależy od obciążenia na pręcie $p(x)$ i spełnia równanie (*).

- Równanie różniczkowe jednorodne opisujące ugięcie pręta pryzmatycznego nieobciążonego:

$$EI w^{IV}(x) = 0 \quad (**)$$

Rozwiązaniem równania (**) jest całka ogólna $w(x) = w_o(x)$

Całkując 4-krotnie równie (**) otrzymuje się:

$$w'''(x) + C_3 = 0 \quad (1)$$

$$w''(x) + C_3x + C_2 = 0 \quad (2)$$

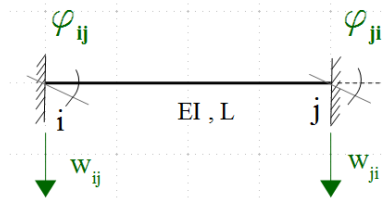
$$w'(x) + C_3 \frac{x^2}{2} + C_2x + C_1 = 0 \quad (3)$$

$$w(x) + C_3 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_1x + C_0 = 0 \quad (4)$$

Wartości stałych całkowania C_3, C_2, C_1, C_0 zależne są od **warunków brzegowych pręta**.

Przykład 1:

Rozpatrzmy pręt sztywno-sztywny w którym węzły doznały obrotów ($\varphi_{ij}, \varphi_{ji}$) i przesuwów (w_{ij}, w_{ji}):



zadane warunki brzegowe:

$$w(0) = w_{ij}, w(L) = w_{ji}$$

$$w'(0) = \varphi_{ij}, w'(L) = \varphi_{ji}$$

Stałe całkowania C_3, C_2, C_1, C_0 dla przyjętych warunków brzegowych przyjmują postać:

dla $x = 0$

równanie (3) :	$w'(0) + C_3 \frac{0^2}{2} + C_2 \cdot 0 + C_1 = 0$ $\varphi_{ij} + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -\varphi_{ij}$
równanie (4) :	$w(0) + C_3 \frac{0^3}{6} + C_2 \frac{0^2}{2} + C_1 \cdot 0 + C_0 = 0$ $w_{ij} + C_0 = 0 \Rightarrow C_0 = -w_{ij}$

dla $x = L$

równanie (3) :	$w'(L) + C_3 \frac{L^2}{2} + C_2 L + C_1 = 0$ $\varphi_{ji} + C_3 \frac{L^2}{2} + C_2 L + (-\varphi_{ij}) = 0$
równanie (4) :	$w(L) + C_3 \frac{L^3}{6} + C_2 \frac{L^2}{2} + C_1 L + C_0 = 0$ $w_{ji} + C_3 \frac{L^3}{6} + C_2 \frac{L^2}{2} + (-\varphi_{ij})L + (-w_{ij}) = 0$
Przyjmując: $\psi_{ij} = \frac{w_{ji} - w_{ij}}{L}$ Rozwiązanie układu równań (3) i (4) ma postać:	$\Rightarrow C_2 = \frac{1}{L} (4\varphi_{ij} + 2\varphi_{ji} - 6\psi_{ij})$ $\Rightarrow C_3 = -\frac{1}{L^2} (6\varphi_{ij} + 6\varphi_{ji} - 12\psi_{ij})$

Wyznaczenie momentów brzegowych:

Definicja momentu zginającego: $M(x) = -EI w''(x)$ (***)

dla $x = 0$

równanie (2) :	$w''(0) + C_3 \cdot 0 + C_2 = 0$ $w''(0) = -C_2$
Podstawiając do równania (***)	$M_{ij} = M(0) = -EI(-C_2) = \frac{EI}{L} (4\varphi_{ij} + 2\varphi_{ji} - 6\psi_{ij})$

dla $x = L$

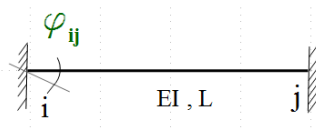
równanie (2) :	$w''(L) + C_3 L + C_2 = 0$ $w''(L) = -C_2 - C_3 L$
Podstawiając do równania (***) (Ze względu na założenie, że prawoskrętne momenty są dodatnie w równaniu (***) opuszcza się znak minus.)	$M_{ji} = M(L) = EI(-C_2 - C_3 L) =$ $= -\frac{EI}{L} (4\varphi_{ij} + 2\varphi_{ji} - 6\psi_{ij}) + \frac{EI}{L^2} (6\varphi_{ij} + 6\varphi_{ji} - 12\psi_{ij})L =$ $= \frac{EI}{L} (4\varphi_{ji} + 2\varphi_{ij} - 6\psi_{ij})$

Wniosek:

Otrzymane wzory na momenty brzegowe M_{ij} , M_{ji} są analogiczne do podanych wzorów transformacyjnych przy uwzględnieniu współczynników z Tab.1 odpowiednich dla pręta sztywno-sztywnego.

Przykład 2:

Rozpatrzmy pręt sztywno-sztywny w którym jedynie jeden węzeł doznał obrotu (φ_{ij})



Zadane warunki brzegowe:

$$w(0) = 0, w(L) = 0$$

$$w'(0) = \varphi_{ij}, w'(L) = 0$$

Stałe całkowania C_3, C_2, C_1, C_0 dla przyjętych warunków brzegowych przyjmują postać:

dla $x = 0$

równanie (3) :	$w'(0) + C_3 \frac{0^2}{2} + C_2 0 + C_1 = 0$ $\varphi_{ij} + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -\varphi_{ij}$
równanie (4) :	$w(0) + C_3 \frac{0^3}{6} + C_2 \frac{0^2}{2} + C_1 0 + C_0 = 0$ $w_{ij} + C_0 = 0 \Rightarrow C_0 = 0$

dla $x = L$

równanie (3) :	$w'(L) + C_3 \frac{L^2}{2} + C_2 L + C_1 = 0$ $C_3 \frac{L^2}{2} + C_2 L + (-\varphi_{ij}) = 0$
równanie (4) :	$w(L) + C_3 \frac{L^3}{6} + C_2 \frac{L^2}{2} + C_1 L + C_0 = 0$ $C_3 \frac{L^3}{6} + C_2 \frac{L^2}{2} + (-\varphi_{ij})L = 0$
Przyjmując: $\psi_{ij} = \frac{w_{ji} - w_{ji}}{L}$ Rozwiązanie układu równań (3) i (4) ma postać:	$\Rightarrow C_2 = \frac{1}{L} 4\varphi_{ij}$ $\Rightarrow C_3 = -\frac{1}{L^2} 6\varphi_{ij}$

Wyznaczenie momentów brzegowych:

Definicja momentu zginającego: $M(x) = -EI w''(x)$ (***)

dla $x = 0$

równanie (2) :	$w''(0) + C_3 0 + C_2 = 0$ $w''(0) = -C_2$
Podstawiając do równania (***)	$M_{ij} = M(0) = -EI(-C_2) = \frac{EI}{L} 4\varphi_{ij}$

dla $x = L$

równanie (2) :	$w''(L) + C_3 L + C_2 = 0$ $w''(L) = -C_2 - C_3 L$
Podstawiając do równania (***) (ze względu na założenie, że prawoskrętne momenty są dodatnie w równaniu (***) opuszcza się znak minus.)	$M_{ji} = M(L) = EI(-C_2 - C_3 L) =$ $= -\frac{EI}{L} 4\varphi_{ij} + \frac{EI}{L^2} (6\varphi_{ij})L = \frac{EI}{L} 2\varphi_{ij}$

Wniosek:

Otrzymane wzory na momenty brzegowe M_{ij}, M_{ji} są analogiczne do podanych wzorów transformacyjnych przy uwzględnieniu współczynników z Tab.1 odpowiednich dla pręta sztywno-sztywnego i przy założeniu, że:

- $\varphi_{ij} \neq 0$ (zadany jest obrót węzła „i”),
- $\varphi_{ji} = 0$ (brak obrotu węzła „j”),
- $w_{ij} = 0, w_{ji} = 0$ (brak przesunięć węzłów, czyli kąt obrotu cięciwy pręta ψ_{ij} jest zerowy

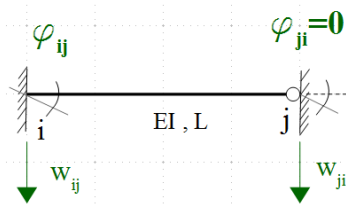
- $\bar{M}_{ij}^F=0, \bar{M}_{ji}^F = 0$ (brak czynnego obciążenia przęsłowego pręta),

*Uwaga!

Chcąc wyznaczyć wzory transformacyjne dla innych typów pręta należy przyjąć odpowiednie warunki brzegowe i wyznaczyć z nich odpowiednie wartości stałych całkowania w sposób analogiczny jak przedstawiono powyżej dla pręta sztywno-sztywnego.

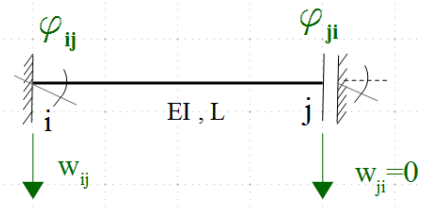
Przykładowo: warunki brzegowe dla innych typów prętów:

Pręt: sztywno-przegubowy



$\varphi_{ji} = 0$, nie uwzględnia się tego obrotu jako niewiadomej przy liczeniu n_φ , gdyż przy wyprowadzaniu wzorów transformacyjnych dla pręta sztywno-przegubowego uwzględniony jest jako niemożliwy.

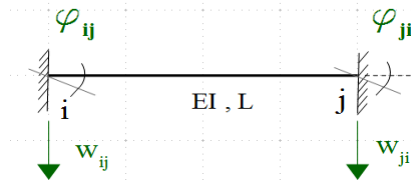
Pręt: sztywno-łyżwowy



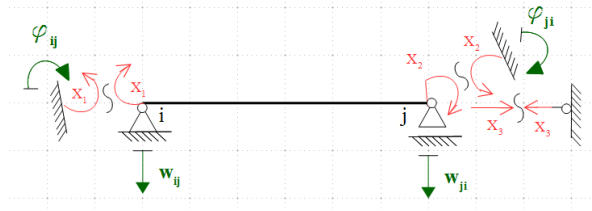
$w_{ji} = 0$, nie uwzględnia się tego przesuwu jako niewiadomej przy liczeniu n_δ , gdyż przy wyprowadzaniu wzorów transformacyjnych dla pręta sztywno-łyżwowego uwzględniony jest jako niemożliwy.

Wyprowadzenie wzorów transformacyjnych (sposób II)

Dla pręta sztywno-sztywnego obciążonego przemieszczeniami węzłów jak na rysunku należy wyznaczyć momenty brzegowe stosując metodę sił.



- Stopień statycznej niewyznaczalności jest równy: $n_h = 3$
- Układ podstawowy metody sił:



- Układ równań metody sił

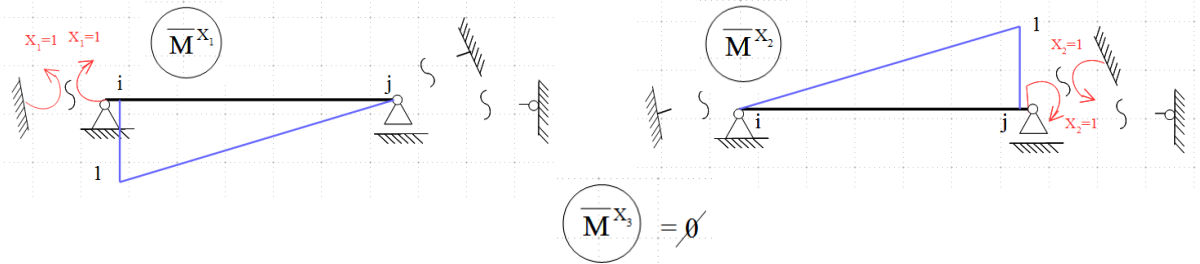
$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \bar{\Delta}_1 \Delta r = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \bar{\Delta}_2 \Delta r = 0$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \bar{\Delta}_3 \Delta r = 0$$

- Współczynniki układu równań metody sił

Rozwiązania układu podstawowego od stanów jednostkowych:



$$\delta_{31} = \delta_{32} = \delta_{33} = \delta_{13} = \delta_{23} = 0$$

$$\bar{\Delta}_1 \Delta r = - \sum_m \bar{R}_m (X_1=1) \Delta r_m = \frac{w_{ji} - w_{ji}}{L} - \varphi_{ij} = \psi_{ij} - \varphi_{ij}$$

$$\bar{\Delta}_2 \Delta r = - \sum_m \bar{R}_m (X_2=1) \Delta r_m = \frac{w_{ji} - w_{ji}}{L} - \varphi_{ji} = \psi_{ij} - \varphi_{ji}$$

$$\bar{\Delta}_3 \Delta r = - \sum_m \bar{R}_m (X_3=1) \Delta r_m = 0$$

– Rozwiązanie układu równań metody sił

$$X_1 = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (4\varphi_{ij} + 2\varphi_{ji} - 6\psi_{ij})$$

$$X_2 = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (4\varphi_{ji} + 2\varphi_{ij} - 6\psi_{ij})$$

$$X_3 = 0$$

Momenty brzegowe:

$$M_{ij} = X_1 = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (4\varphi_{ij} + 2\varphi_{ji} - 6\psi_{ij})$$

$$M_{ji} = X_2 = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (4\varphi_{ji} + 2\varphi_{ij} - 6\psi_{ij})$$

Gdyby pręt dodatkowo był obciążony obciążeniem mechanicznym (F) wówczas w analogiczny sposób jak powyżej stosując metodę sił należałoby wyznaczyć niewiadome siły hiperstatyczne wywołane obciążeniem zadany $F(X_1(F), X_2(F), X_3(F))$. Wartości wyznaczonych sił hiperstatycznych odpowiadały by momentom brzegowym przy zerowym stanie przemieszczeń $\bar{M}_{ij}^F, \bar{M}_{ji}^F$.

Jeśli pręt jednocześnie obciążony byłby przesuwami węzłów ($\varphi_{ij}, \varphi_{ji}, w_{ij}, w_{ji}$) i obciążeniem mechanicznym (F) wówczas momenty brzegowe przyjęłyby postać:

$$M_{ij} = X_1 + \bar{M}_{ij}^F = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (4\varphi_{ij} + 2\varphi_{ji} - 6\psi_{ij}) + \bar{M}_{ij}^F$$

$$M_{ji} = X_2 + \bar{M}_{ji}^F = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (4\varphi_{ji} + 2\varphi_{ij} - 6\psi_{ij}) + \bar{M}_{ji}^F$$

Wniosek:

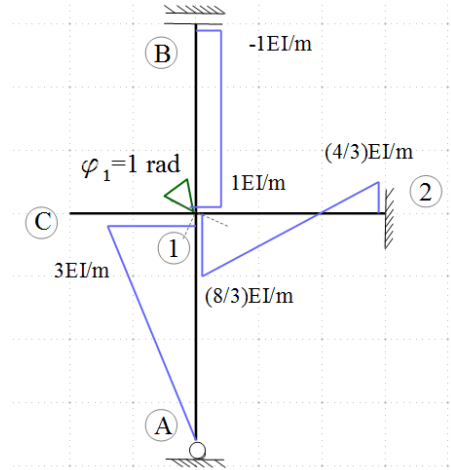
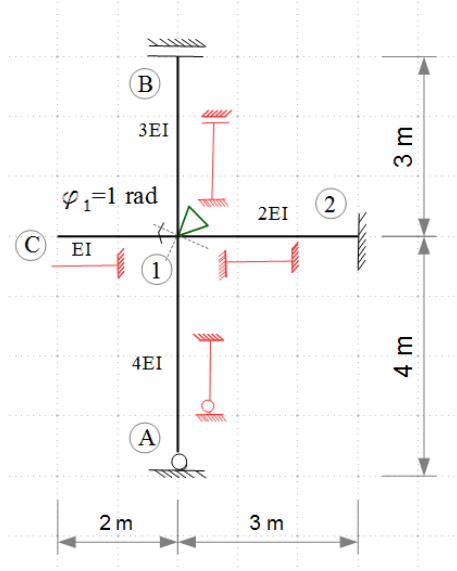
Wynik momentów brzegowych M_{ij}, M_{ji} jest zgodny z podanymi wzorami transformacyjnymi uwzględniającymi współczynniki odpowiednie dla pręta sztywno-sztywnego.

Przykład zastosowanie wzorów transformacyjnych

Stan rotacyjny $\varphi_1 = 1 \text{ rad}$

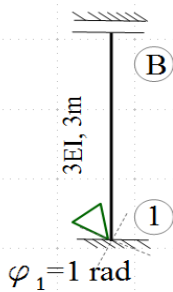
Momenty brzegowe:

(momenty prawoskrętne są dodatnie-zasada znakowania)



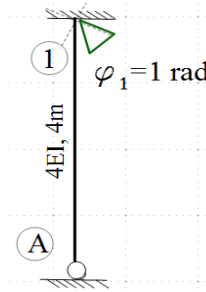
$$M_{ij} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (a_{ij}\varphi_{ij} + b_{ij}\varphi_{ji} - c_{ij}\psi_{ij}) + \bar{M}_{ij}^F$$

$$M_{ji} = \frac{EI_{ij}}{L_{ij}} (a_{ji}\varphi_{ji} + b_{ji}\varphi_{ij} - c_{ji}\psi_{ij}) + \bar{M}_{ji}^F$$



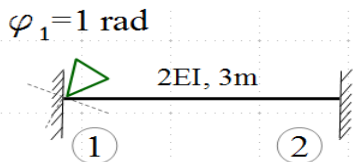
$$\bar{M}_{1B}^{\varphi_1} = \frac{3EI}{3m} 1 * 1 \text{ rad} = 1 \frac{EI}{m}$$

$$\bar{M}_{B1}^{\varphi_1} = \frac{3EI}{3m} (-1) * 1 \text{ rad} = -1 \frac{EI}{m}$$



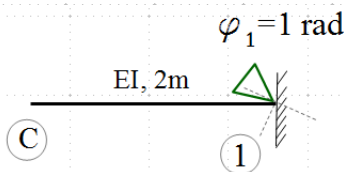
$$\bar{M}_{1A}^{\varphi_1} = \frac{4EI}{4m} 3 * 1 \text{ rad} = 3 \frac{EI}{m}$$

$$\bar{M}_{A1}^{\varphi_1} = \frac{4EI}{4m} 0 * 1 \text{ rad} = 0 \frac{EI}{m}$$



$$\bar{M}_{12}^{\varphi_1} = \frac{2EI}{3m} 4 * 1 \text{ rad} = \frac{8EI}{3m}$$

$$\bar{M}_{21}^{\varphi_1} = \frac{2EI}{3m} 2 * 1 \text{ rad} = \frac{4EI}{3m}$$



$$\bar{M}_{1C}^{\varphi_1} = \frac{1EI}{2m} 0 * 1 \text{ rad} = 0$$

$$\bar{M}_{C1}^{\varphi_1} = \frac{1EI}{2m} 0 * 1 \text{ rad} = 0$$

(Wspornik jest układem statycznie wyznaczalnym, a obciążenie jest niemechaniczne stąd zerowe wartości momentów brzegowych)

Wzory na momenty wyjściowe ($\bar{M}_{ij}^F, \bar{M}_{ji}^F$)

W tabelach poniżej zestawiono dla różnych typów prętów i różnych zestawów obciążeń wzory na wartości momentów wyjściowych $\bar{M}_{ij}^F, \bar{M}_{ji}^F$, które generowane są przez pręstowe obciążenie czynne (F) w układzie podstawowym przy zerowych stanach przemieszczeń uogólnionych i oznaczone są w tabelach jako M_i, M_j . Dodatkowo w tabelach zamieszczono wzory na brzegowe siły tnące $\bar{T}_{ij}^F, \bar{T}_{ji}^F$ generowane przez pręstowe obciążenie (F) dla różnych typów pręta, które oznaczono w tabelach jako T_i, T_j . Podane w tabelach wzory można uzyskać rozwiązując schematy statyczne podanych układów statycznie niewyznaczalnych np. metodą sił.

Źródło poniższych rysunków: wykład prof. P. Śniadego

Tabela 2

M_i T_i	PRĘT SZTYWNO-SZTYWNY	M_j T_j
$-\frac{ql^2}{12}$ $\frac{ql}{2}$		$\frac{ql^2}{12}$ $-\frac{ql}{2}$
$-\frac{Pl}{8}$ $\frac{P}{2}$		$\frac{Pl}{8}$ $-\frac{P}{2}$
$-\frac{Pab^2}{l^2}$ $-P\frac{b^2}{l^4}(a^2 - ab - l^2)$		$\frac{Pa^2b}{l^2}$ $-P\frac{a^2}{l^4}(ab - b^2 + l^2)$
$\frac{Mb}{l}(2 - \frac{3b}{l})$ $\frac{M}{l^3}(l^2 - 6ab)$		$\frac{Ma}{l}(2 - \frac{3a}{l})$ $\frac{M}{l^3}(l^2 - 6ab)$

Tabela 3

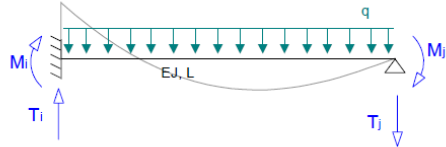
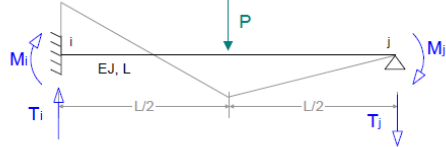
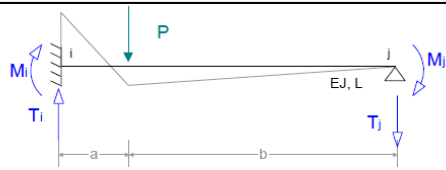
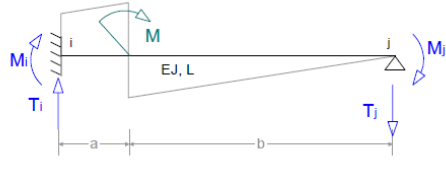
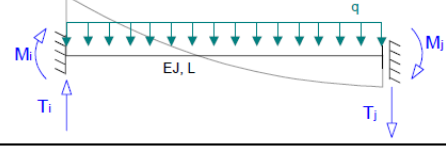
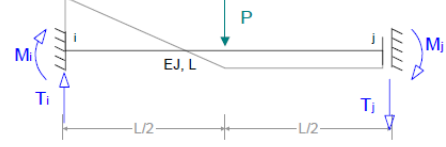
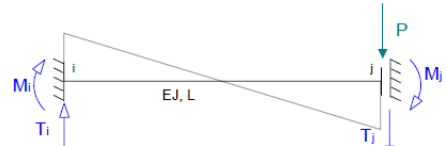
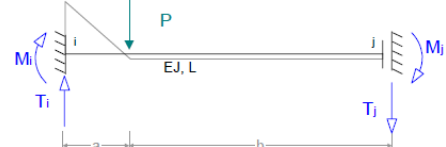
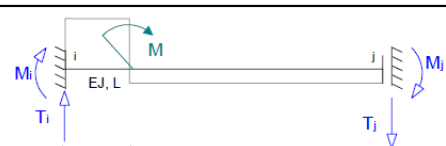
M_i T_i	PRĘT SZTYWNO-PRZEGUBOWY	M_j T_j
$-\frac{ql^2}{8}$ $\frac{5ql}{8}$		0 $-\frac{3ql}{8}$
$-\frac{3Pl}{16}$ $\frac{11P}{16}$		0 $-\frac{5P}{16}$
$-\frac{Pab}{2l^2}(l+b)$ $\frac{Pb}{2l^3}[a(b+l)+2l^2]$		$\frac{Pa}{2l^3}[b^2+bl-2l^2]$
$\frac{M}{2}\left[1-3\left(\frac{b}{l}\right)^2\right]$ $\frac{3M}{2l^3}(b^2-l^2)$		0 $\frac{3M}{2l^3}(b^2-l^2)$

Tabela 4

M_i T_i	PRĘT SZTYWNY-ŁYŻWA	M_j T_j
$-\frac{qL^2}{3}$ qL		$-\frac{qL^2}{6}$ 0
$-\frac{3PL}{8}$ P		$-\frac{PL}{8}$ 0
$-\frac{PL}{2}$ P		$-\frac{PL}{2}$ 0
$-\frac{Pa}{2}\left(2-\frac{a}{L}\right)$ P		$-\frac{Pa^2}{2L}$ 0
$-\frac{Mb}{L}$ 0		$-\frac{Ma}{L}$ 0

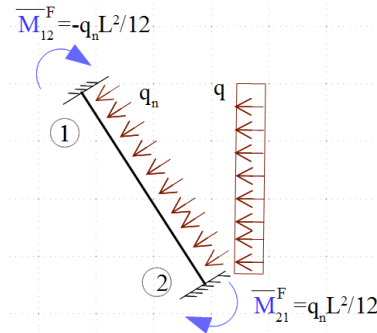
Uwaga 1.

Pręt: wspornik i przegubowo-przegubowy są prętami statycznie wyznaczalnymi SW więc siły wewnętrzne powstające w tych prętach od obciążenia czynnego F można wyznaczyć korzystając jedynie z warunków równowagi sił, dlatego nie zostały ujęte w Tablicach.

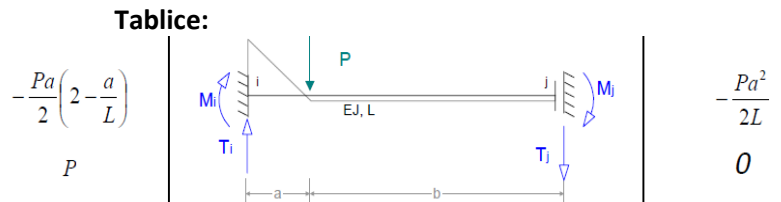
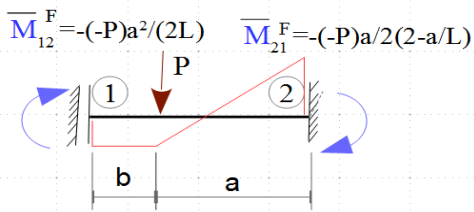
Uwaga 2.

Jeżeli w analizowanym zadaniu:

- obciążenie ma zwrot przeciwny niż w tablicach, wówczas do wzorów należy podstawiać jego wartość z minusem,
- obciążenie nie jest prostopadłe do osi pręta wówczas należy do obliczeń przyjmować składową prostopadłą zadanego obciążenia, składowa pozioma nie wpływa na momenty,



- podpory są zamienione miejscami w stosunku do schematu z Tablicy wówczas należy uważanie stosować wzór odpowiednio do danego typu podpory z odpowiednim znakiem obciążenia oraz uwzględniając odpowiednie wymiary geometryczne,



- Jeżeli na pręcie występuje większa liczba obciążeń wówczas należy sumować rozwiązania od poszczególnych wpływów.

