

Wykład nr 12

Linie wpływu wielkości statycznych w płaskich układach prętowych statycznie wyznaczalnych cz.1.

/ sposób statyczny/

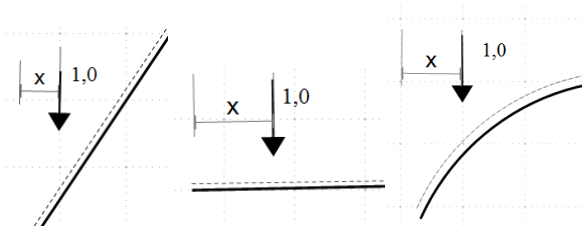
Def.

Linia wpływu wielkości „Z” (reakcji, siły przekrojowej (momentu zginającego, siły tnącej, siły osiowej), przemieszczenia, naprężenia) nazywamy wykres zależności tej wielkości w funkcji współrzędnej określającej położenie uogólnionej siły jednostkowej.

(Linia wpływu wielkości „Z” jest funkcją, która przedstawia jak zmienia się wartość wielkości „Z” w zależności od usytuowania siły jednostkowej).

Informacje ogólne:

- Najczęściej przyjmuje się, że **obciążeniem jednostkowym jest siła $P = 1kN$** o stałym kierunku i zwrocie, której możliwe położenia określa zmienna x . Siła jednostkowa przesuwa się po ustalonym torze, który zaznaczony jest linią przerywaną.



*Wykreślając funkcję zmienności wielkości Z od położenia siły jednostkowej należy:

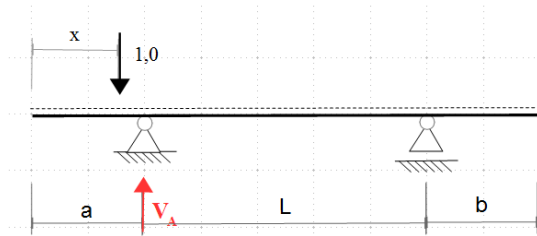
- oś odniesienia przyjąć prostopadle do kierunku siły jednostkowej,
- rzędne linii wpływu odkładać równoległe do kierunku siły jednostkowej, tak by rzędne dodatnie były zgodne ze zwrotem siły.

- **Wymiarem rzędnej linii wpływu** jest wymiar wielkości „Z” podzielony przez wymiar jednostkowej siły uogólnionej.
- Linie wpływu wyznacza się:
 - **sposobem statycznym** (bazuje on na warunkach równowagi sił analizowanego układu)
 - **sposobem kinematycznym** (bazuje on na zasadzie prac przygotowanych przy jednokrotnym wymuszeniu kinematycznym).
- **Celem wyznaczania linii wpływu** wielkości statycznych jest:
 - określenie wartości wielkości statycznej „Z” od dowolnie zadanego obciążenia stałego.
 - określenie ekstremalnej wielkości statycznej „Z” dla różnych możliwych konfiguracji obciążenia zmiennego (użytkowego, technologicznego),
 - wyznaczanie obwiedni wielkości statycznej czyli wykresu przedstawiającego maksymalne i minimalne wartości wielkości statycznej w każdym przekroju konstrukcji przy zadanym zestawie obciążeń.
- **W ustrojach statycznie wyznaczalnych (SW)** linia wpływu wielkości statycznej „Z” składa się z odcinków prostych. Każdy z odcinków prostej obejmuje swoim zakresem zakres tarczy na której zaznaczony jest tor położenia siły.

Linii wpływu wielkości statycznych – sposób statyczny

Przykład a)

Sposobem statycznym wyznaczyć linię wpływu reakcji V_A w belce jak na rysunku.



Dziedzina zmiennej geometrycznej x :

$$0 \leq x \leq L + a + b$$

Warunek równowagi:

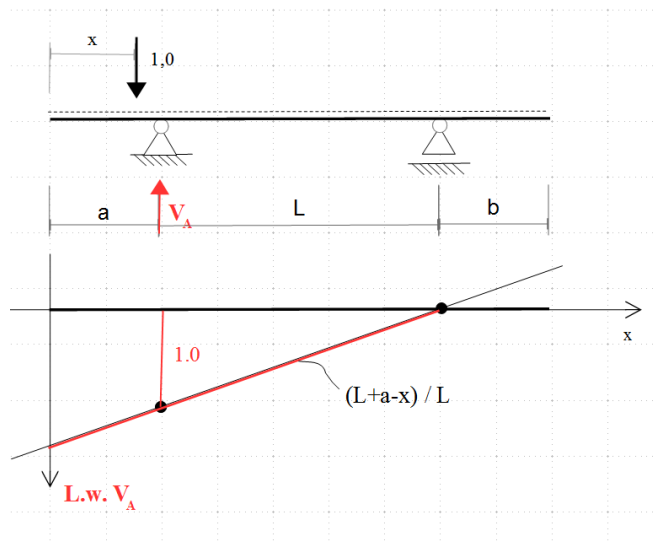
$$\sum M_B = 0$$

$$V_A * L - 1(a + L - x) = 0$$

$$V_A = \frac{L + a - x}{L}$$

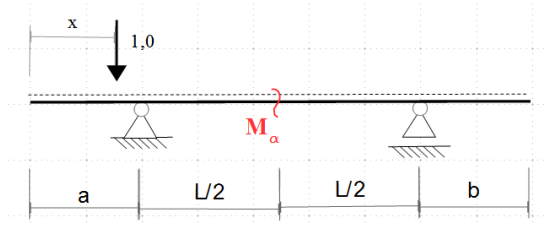
Niech: $x = a$, $V_A = \frac{L + a - a}{L} = 1$

Niech: $x = L + a$, $V_A = \frac{L + a - (L + a)}{L} = 0$



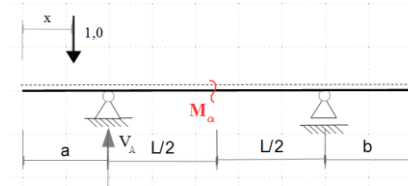
Przykład b)

Sposobem statycznym wyznaczyć linię wpływu momentu zginającego M_α w belce jak na rysunku.



- Dziedzina zmiennej geometrycznej x :

$$0 \leq x \leq a + \frac{L}{2}$$



Wyznaczenie funkcji M_α :

$$M_\alpha(x) = V_A(x) * \frac{L}{2} - 1 \left(a + \frac{L}{2} - x \right) = \left(\frac{L + a - x}{L} \right) * \frac{L}{2} - 1 \left(a + \frac{L}{2} - x \right)$$

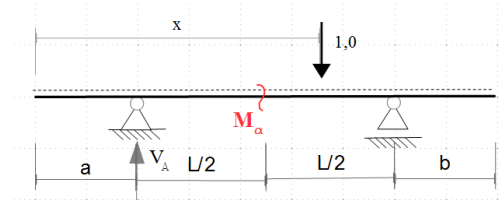
$$M_\alpha(x) = \frac{x - a}{2}$$

Niech: $x = a$ $M_\alpha(a) = \frac{a-a}{2} = 0$

Niech: $x = \frac{L}{2} + a$ $M_\alpha\left(\frac{L}{2} + a\right) = \frac{\frac{L}{2} + a - a}{2} = \frac{L}{4}$

- Dziedzina zmiennej geometrycznej x :

$$a + \frac{L}{2} < x \leq a + b + L$$



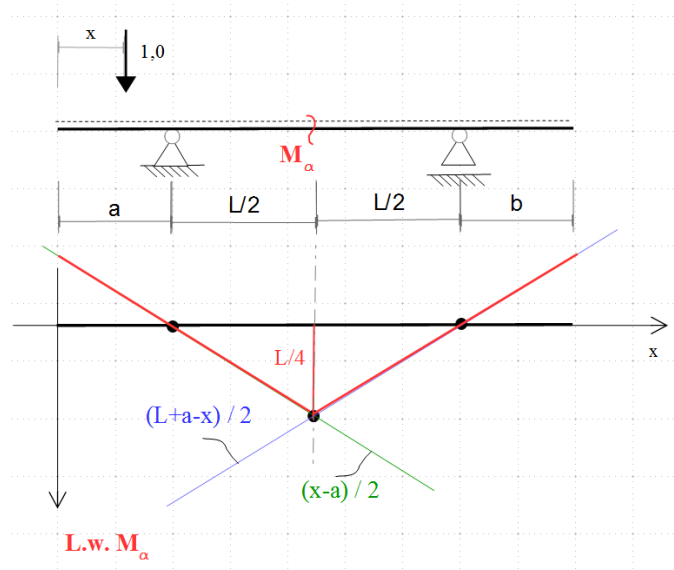
Wyznaczenie funkcji M_α :

$$M_\alpha(x) = V_A(x) * \frac{L}{2} = \left(\frac{L + a - x}{L} \right) * \frac{L}{2}$$

$$M_\alpha(x) = \frac{L + a - x}{2}$$

Niech: $x = a + L$ $M_\alpha(a + L) = \frac{L + a - (a + L)}{2} = 0$

Niech: $x = \frac{L}{2} + a$ $M_\alpha\left(\frac{L}{2} + a\right) = \frac{L + a - (\frac{L}{2} + a)}{2} = \frac{L}{4}$

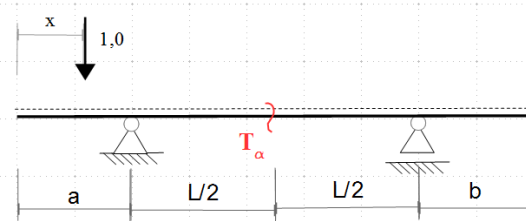


Osobliwość linii wpływu momentu zginającego w przekroju:

pod przekrojem następuje załamanie dwóch prostych odpowiadających rzędnym z zakresu usytuowania siły na dwóch traczach związanych z przekrojem.

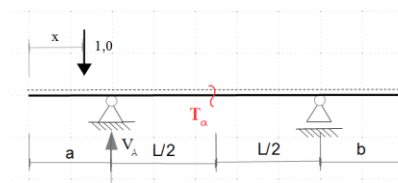
Przykład c)

Sposobem statycznym wyznaczyć linię wpływu momentu zginającego T_α w belce jak na rysunku.



- Dziedzina zmiennej geometrycznej x :

$$0 \leq x \leq a + \frac{L}{2}$$



Wyznaczenie funkcji T_α :

$$T_\alpha(x) = V_A(x) - 1 = \left(\frac{L + a - x}{L} \right) - 1$$

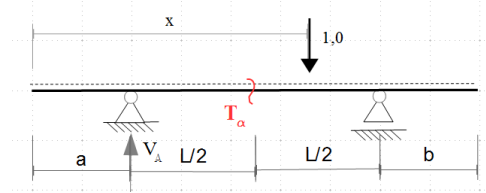
$$T_\alpha(x) = \frac{a - x}{L}$$

Niech: $x = a$ $T_\alpha(a) = \frac{a-a}{L} = 0$

Niech: $x = \frac{L}{2} + a$ $T_\alpha\left(\frac{L}{2} + a\right) = \frac{a - (\frac{L}{2} + a)}{L} = -\frac{1}{2}$

- Dziedzina zmiennej geometrycznej x :

$$a + \frac{L}{2} < x \leq a + b + L$$



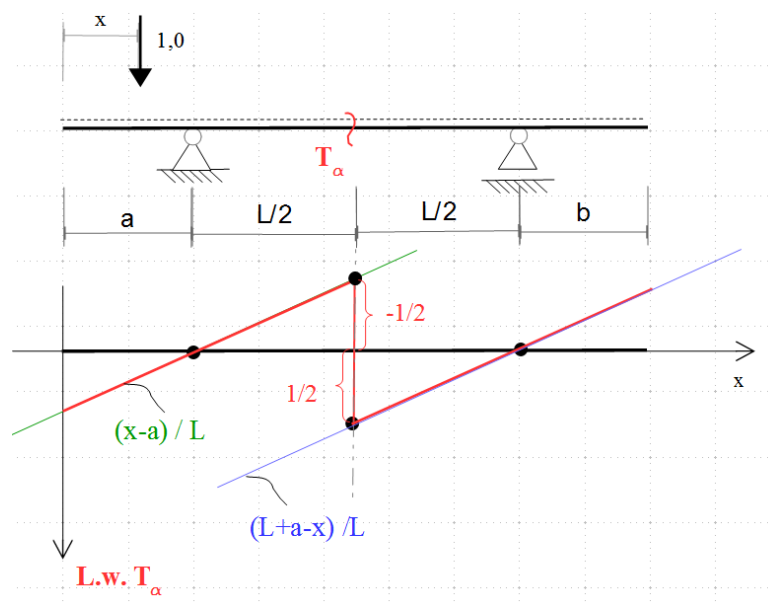
Wyznaczenie funkcji T_α :

$$T_\alpha(x) = V_A(x) = \left(\frac{L + a - x}{L} \right)$$

$$T_\alpha(x) = \frac{L + a - x}{L}$$

Niech: $x = a + L$ $T_\alpha(a + L) = \frac{L + a - (a + L)}{L} = 0$

Niech: $x = \frac{L}{2} + a$ $T_\alpha\left(\frac{L}{2} + a\right) = \frac{L + a - \left(\frac{L}{2} + a\right)}{L} = \frac{1}{2}$



Osobliwość linii wpływu siły tnącej w przekroju:

pod przekrojem następuje nieciągłość funkcji odpowiadających rzędnym z zakresu usytuowania siły na dwóch traczach związanych z przekrojem (nieciągłość lewo i prawostronnej funkcji w otoczeniu przekroju). Miarą otrzymanej nieciągłości jest rzut siły jednostkowej na płaszczyznę przekroju.

W związku z faktem, że linia wpływu wielkości statycznej „Z” w ustroju SW składa się z odcinków prostych wystarczy dla każdej tarczy wyznaczyć dwie rzędne linii wpływu dla dwóch różnych położenia siły jednostkowej. Zazwyczaj (choć niekoniecznie) rzędne linii wpływu wyznacza się w punktach charakterystycznych ustroju.

Tok postępowania przy wyznaczaniu linii wpływu sposobem statycznym:

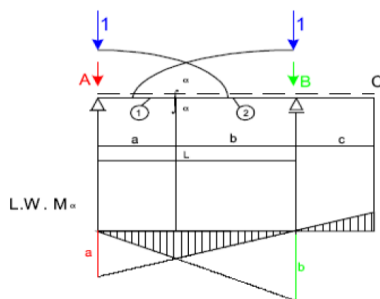
1. Ustala się liczbę tarcz, na których zaznaczony jest tor zmiany położenia siły jednostkowej.
2. W zakresie danej tarczy wyznacza się dwie rzędne linii wpływu, które pozwalają wyznaczyć prostą. (Ustawia się siłę jednostkową w pierwszym punkcie charakterystycznym tarczy i wyznacza z warunków równowagi sił wartość wielkości „Z”, która wywołana jest zadaną siłą, następnie przesuwa się siłę jednostkową w drugim punkcie charakterystycznym tej samej tarczy i znów wyznacza się z warunków równowagi sił wartość wielkości „Z”. Uzyskuje się w ten sposób w zakresie danej tarczy dwie rzędne wielkości „Z”, na podstawie których wykreśla się prostą.)
3. Punkt 2 powtarza się w zakresie każdej tarczy uzyskując liczbę prostych równą liczbie tarcz, na których zaznaczony jest tor położenia siły jednostkowej.
4. Ustala się ostateczny zakres ważności prostych zależnie od zakresu toru położenia siły jednostkowej.

Uwaga* punkty charakterystyczne mogą być to dowolne przekroje analizowanej tarczy.

Belki proste

Przykład 1.

Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha-\alpha$.



Rys. 5.3

Punktami charakterystycznymi są podpory A i B.

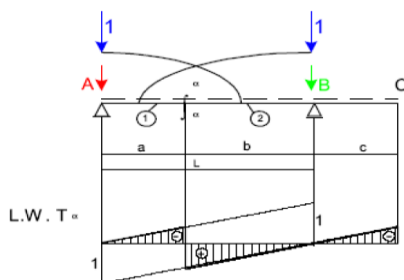
Przekrój $\alpha-\alpha$ dzieli belkę na dwie tarcze: $(A-\alpha)=1$; $(\alpha-B)=2$. Dla tarczy 1, gdy siła stoi nad podporą w punkcie A $M_\alpha = 0$, a gdy stoi na „fajcie” nad punktem B to $M_\alpha = b$. Dla tarczy 2, gdy siła stoi nad podporą w punkcie B $M_\alpha = 0$, gdy na „fajcie” nad punktem A to $M_\alpha = -a$.

Rzędne odkładamy po stronie włókien rozciąganych.

Źródło: Wykład Prof. P. Śniadego

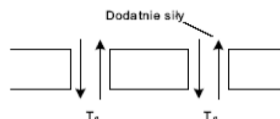
Przykład 2.

Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



Rys. 5.4

Znakowanie sił tnących:



Dla tarczy 1 = $(A-\alpha)$ siłę stawiamy w punkcie A, gdzie $T_\alpha = 0$ oraz na „fajcie” w punkcie B, gdzie $T_\alpha = -1$.

Dla tarczy 2 = $(\alpha-B)$ w punkcie A na „fajcie”, gdzie siła tnąca $T_\alpha = 1$ oraz w punkcie B, gdzie $T_\alpha = 0$.

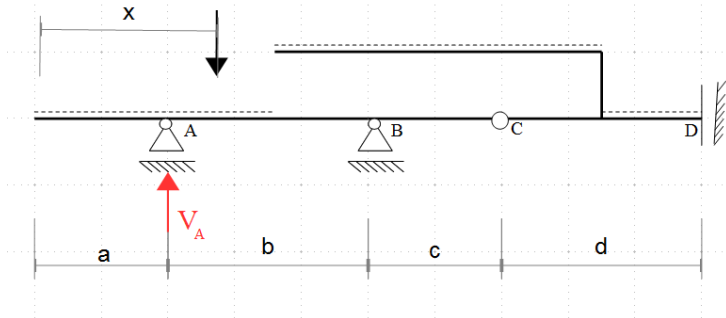
Źródło: Wykład Prof. P. Śniadego

Belki złożone

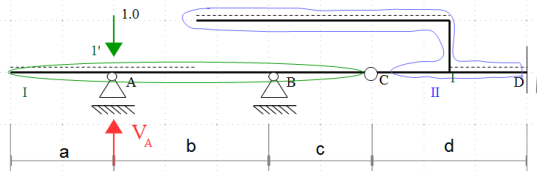
Przykład 1.

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu reakcji V_A w belce jak na rysunku

L.w. $V_A = ?$



Ustawienie siły 1'

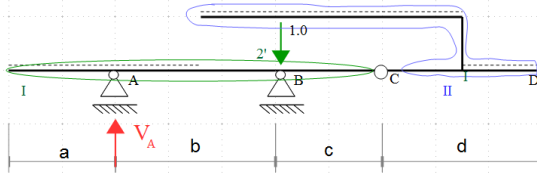


Wylczenie V_A :

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases}; \begin{cases} 1 - V_A - V_B = 0 \\ V_A * (b + c) - 1 * (b + c) + V_B * c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_A = 1, 0; V_B = 0$$

Ustawienie siły 2'

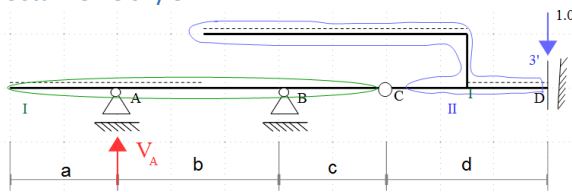


Wylczenie V_A :

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases}; \begin{cases} 1 - V_A - V_B = 0 \\ V_A * (b + c) - 1 * c + V_B * c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_A = 0; V_B = 1$$

Ustawienie siły 3'

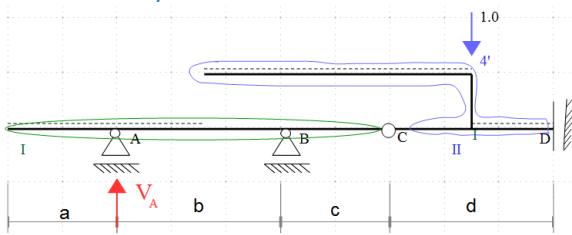


Wylczenie V_A :

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases}; \begin{cases} 1 - V_A - V_B = 0 \\ V_A * (b + c) + V_B * c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_A = -\frac{c}{b}; V_B = 1 + \frac{c}{b}$$

Ustawienie siły 4'

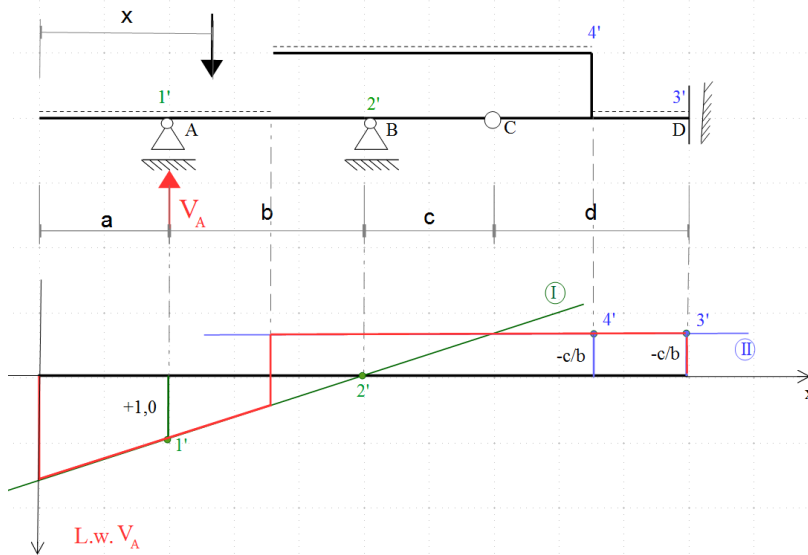


Wylczenie V_A :

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases}; \begin{cases} 1 - V_A - V_B = 0 \\ V_A * (b + c) + V_B * c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_A = -\frac{c}{b}; V_B = 1 + \frac{c}{b}$$

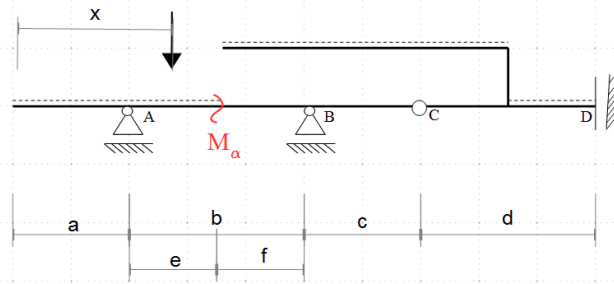
L.w. V_A



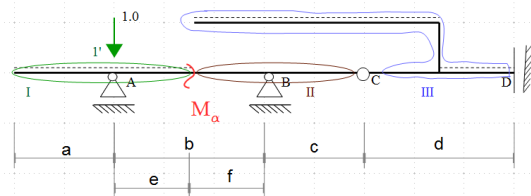
Przykład 2.

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu momentu M_α w belce jak na rysunku

L.w. $M_\alpha = ?$



ustawienie siły 1'

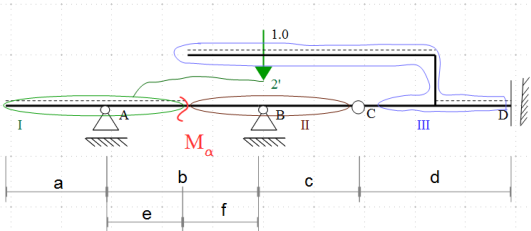


Wyciągnięcie M_α

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases} ; \Rightarrow V_A = 1,0; V_B = 0$$

$$M_\alpha = V_A * e - 1 * e = 0$$

ustawienie siły 2'



Wyciągnięcie M_α

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases} ; \Rightarrow V_A = 0; V_B = 1$$

$$\sum M_C^P = 0; \Rightarrow M_D = 0$$

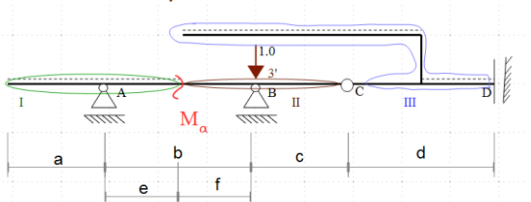
Równoważąc siły z prawej strony przekroju

$$M_\alpha = V_B * f = f$$

Równoważąc siły z lewej strony przekroju

$$M_\alpha = 1 * f$$

Ustawienie siły 3'

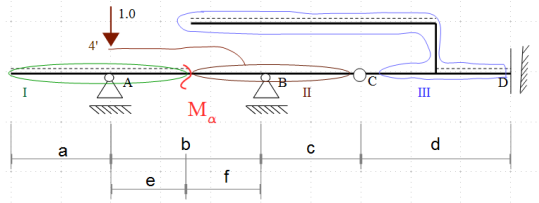


Wyciągnięcie M_α

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases} ; \Rightarrow V_A = 0; V_B = 1$$

$$M_\alpha = V_A * e = 0$$

Ustawienie siły 4'



Wyliczenie M_α

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases} ; \Rightarrow V_A = 1; V_B = 0$$

$$\sum M_C^P = 0; \Rightarrow M_D = 0$$

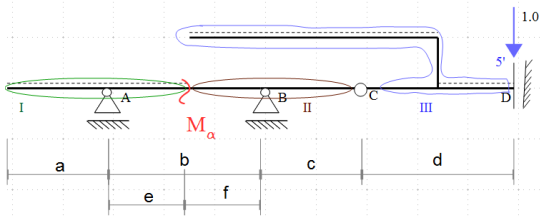
Równoważąc siły z prawej strony przekroju:

$$M_\alpha = 1 * e = e$$

Równoważąc siły z lewej strony przekroju:

$$M_\alpha = V_A * e = e$$

Ustawienie siły 5'



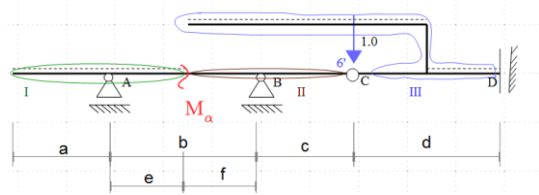
Wyliczenie M_α

$$\begin{cases} \sum Z = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases} ; \begin{cases} 1 - V_A - V_B = 0 \\ V_A * (b + c) + V_B * c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_A = -\frac{c}{b}; V_B = 1 + \frac{c}{b}$$

$$M_\alpha = V_A * e = -\frac{c * e}{b}$$

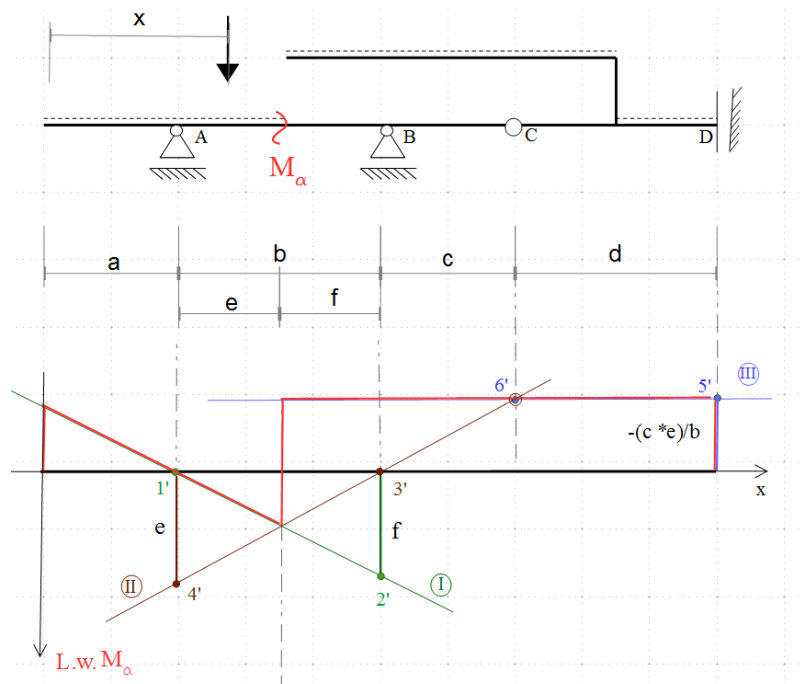
Ustawienie siły 6'



Wyliczenie M_α

Wartość momentu zginającego wynika z wykresu drugiej (II) prostej, gdyż punkt 6' jest wspólnym przekrojem tarczy (II) i (III), stąd nie trzeba przeprowadzać obliczeń.

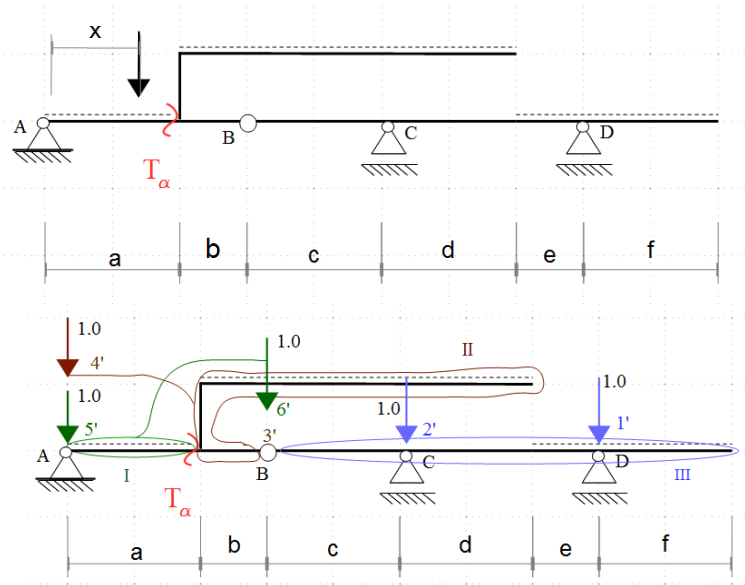
L.w. M_α



Przykład 3.a)

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły tnącej T_α w belce jak na rysunku.

L.w. $T_\alpha = ?$



Ustawienie siły 1'

$$\sum M_B^L = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$T_\alpha = V_A = 0$$

Ustawienie siły 3'

Wartość T_α wynika z wykresu prostej związanej z tarczą (III)

$$T_\alpha = V_A = 0$$

Ustawienie siły 5'

$$\sum M_B^L = 0$$

$$V_A * (a + b) - 1 * (a + b) = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 1$$

$$T_\alpha = V_A - 1 = 0$$

Ustawienie siły 2'

$$\sum M_B^L = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$T_\alpha = V_A = 0$$

Ustawienie siły 4'

$$\sum M_B^L = 0$$

$$V_A * (a + b) - 1 * (a + b) = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 1$$

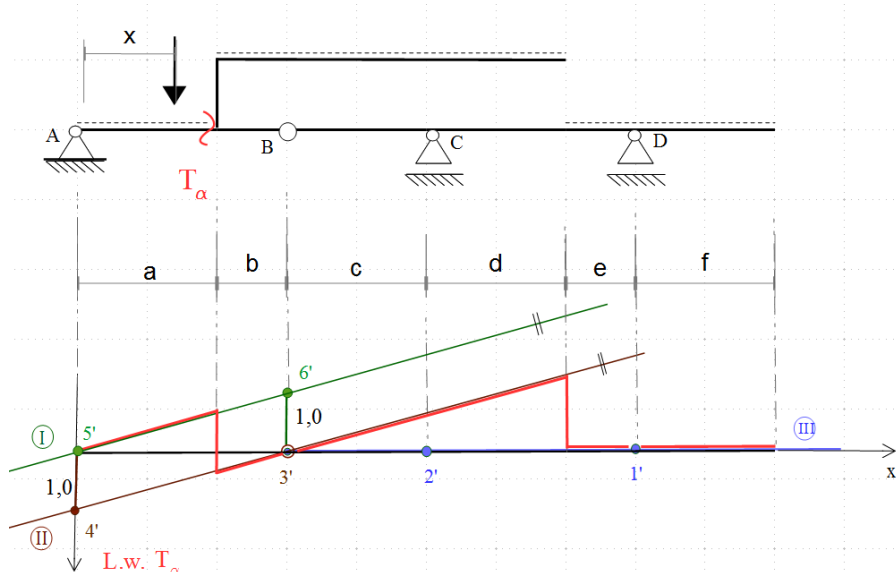
$$T_\alpha = V_A = 1$$

Ustawienie siły 6'

Przy tym ustawieniu siły reakcje muszą być takie same jak dla ustawienia 3' stąd $V_A = 0$

$$T_\alpha = V_A - 1 = -1$$

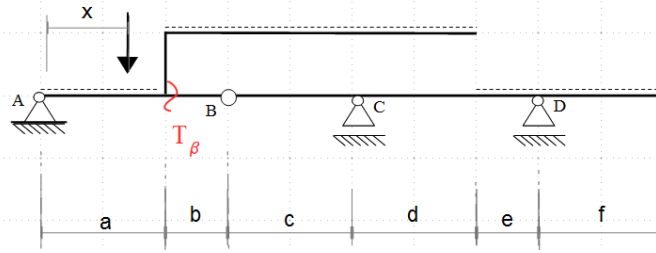
L.w. T_α



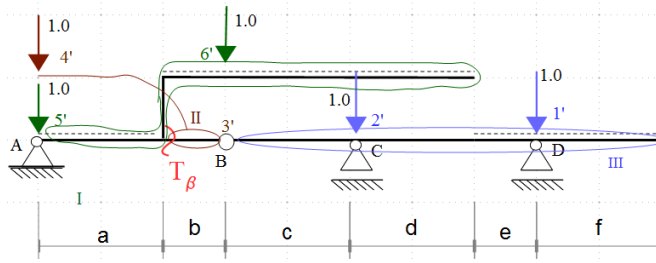
Przykład 3.b)

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły tnącej T_β w belce jak na rysunku

L.w. $T_\beta = ?$



Jest to ta sama belka jak w przykładzie 3.a) i przekrój β jest w tym samym miejscu jednak z drugiej strony wysięgnika stąd przy ustawianiu siły w tych samych punktach charakterystycznych jak w przykładzie 3.a) reakcje będą takie same w obu zadaniach i wartości sił tnących się nie zmienią. Różnica będzie w ostatecznym zakresie ważności wyznaczanej funkcji gdyż zmienił się zakres tarczy I i II w stosunku do poprzedniego zadania.



Ustawienie siły 1'

$$\sum M_B^L = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$T_\beta = V_A = 0$$

Ustawienie siły 3'

Wartość T_β wynika z wykresu prostej związanej z tarczą (III)

$$T_\beta = V_A = 0$$

Ustawienie siły 5'

$$\sum M_B^L = 0$$

$$V_A * (a + b) - 1 * (a + b) = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 1$$

$$T_\beta = V_A - 1 = 0$$

Ustawienie siły 2'

$$\sum M_B^L = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$T_\beta = V_A = 0$$

Ustawienie siły 4'

$$\sum M_B^L = 0$$

$$V_A * (a + b) - 1 * (a + b) = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 1$$

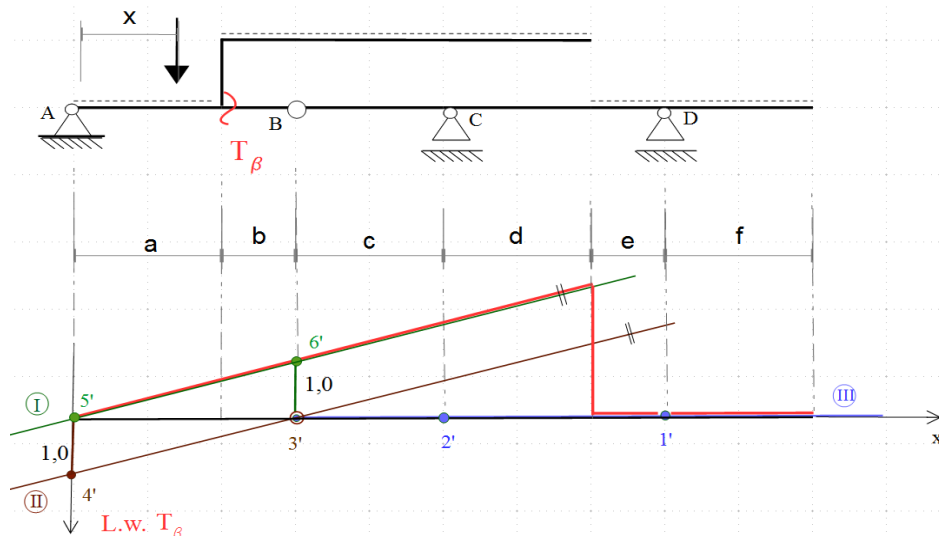
$$T_\beta = V_A = 1$$

Ustawienie siły 6'

Przy tym ustawieniu siły reakcje muszą być takie same jak dla ustawienia 3' stąd $V_A = 0$

$$T_\beta = V_A - 1 = -1$$

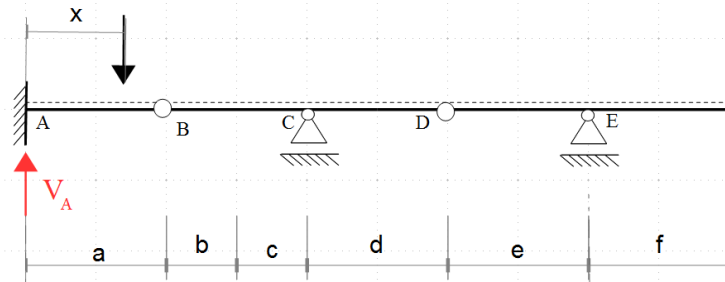
L.w. T_β



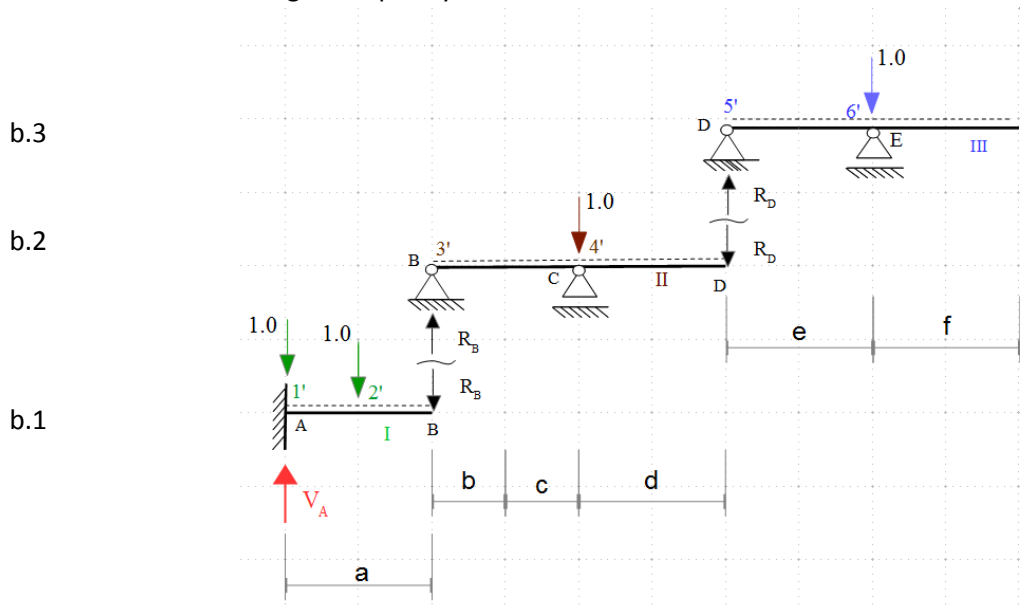
Przykład 4.a)

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu reakcji V_A w belce jak na rysunku.

L.w. $V_A = ?$



Rozbicie układu na szereg belek prostych



Ustawienie siły 1'

$$R_D = 0; R_B = 0$$

$$(b.1): \sum Z = 0 \Rightarrow V_A = 1$$

Ustawienie siły 3'

Wartość V_A wynika z wykresu prostej związanej z tarczą (I)

$$R_D = 0; R_B = 1$$

$$(b.1): \sum Z = 0 \Rightarrow V_A = 1$$

Ustawienie siły 5'

Wartość V_A wynika z wykresu prostej związanej z tarczą (II). Punkt D jest wspólnym przekrojem dla belki II i III.

Ustawienie siły 2'

$$R_D = 0; R_B = 0$$

$$(b.1): \sum Z = 0 \Rightarrow V_A = 1$$

Ustawienie siły 4'

$$R_D = 0;$$

$$(b.2) \sum M_B = 0 \Rightarrow V_C = 1$$

$$(b.2): \sum Z = 0 \Rightarrow R_B = 0$$

$$(b.1): \sum Z = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

Ustawienie siły 6'

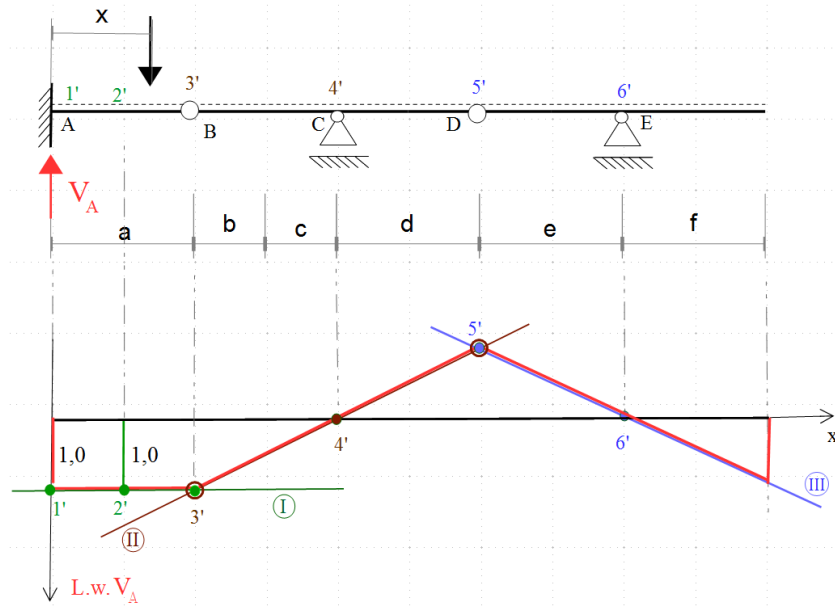
$$(b.3) \sum M_D = 0 \Rightarrow V_E = 1$$

$$(b.3): \sum Z = 0 \Rightarrow R_D = 0$$

$$(b.2) \text{ nie obciążona} \Rightarrow R_B = 0$$

$$(b.1): \sum Z = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

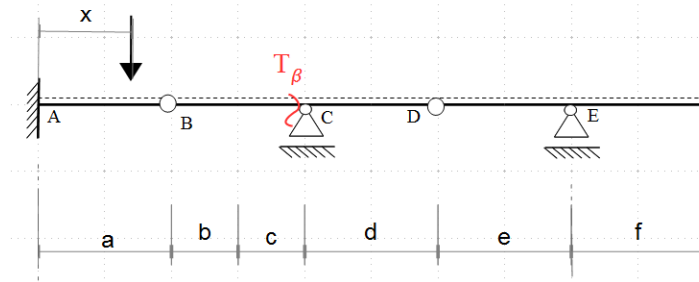
L.w. V_A



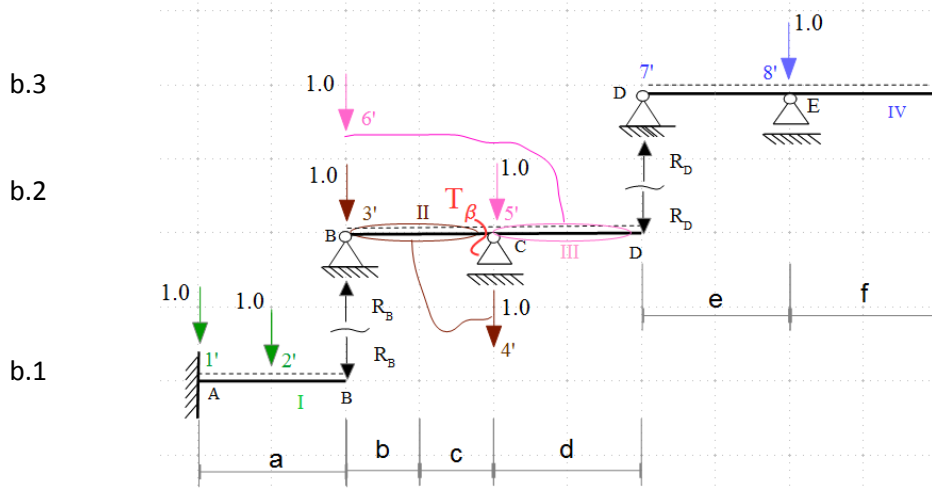
Przykład 4.b)

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły tnącej T_β w belce jak na rysunku

L.w. $T_\beta = ?$



Rozbicie układu na szereg belek prostych:



Ustawienie siły 1'

$$R_D = 0;$$

(b.2) nieobciążona
 $\Rightarrow T_\beta = 0$

Ustawienie siły 3'

$$R_D = 0;$$

$$(b.2) \sum M_B = 0 \Rightarrow V_C = 0$$

$$(II): \sum Z = 0 \Rightarrow R_B = 1$$

$$T_\beta = R_B - 1 = 0$$

Ustawienie siły 5'

$$R_D = 0;$$

$$(b.2) \sum M_B = 0 \Rightarrow V_C = 1$$

$$= 1$$

$$(b.2): \sum Z = 0 \Rightarrow R_B = 0$$

$$T_\beta = R_B = 0$$

Ustawienie siły 7'

Wartość T_β wynika z wykresu prostej związanej z tarczą (III)
 Punkt D jest wspólnym przekrojem dla belki III i IV.

Ustawienie siły 2'

$$R_D = 0;$$

(b.2) nieobciążona
 $\Rightarrow T_\beta = 0$

Ustawienie siły 4'

$$R_D = 0;$$

$$(b.2) \sum M_B = 0 \Rightarrow V_C = 1$$

$$(b.2): \sum Z = 0 \Rightarrow R_B = 0$$

$$T_\beta = R_B - 1 = -1$$

Ustawienie siły 6'

$$R_D = 0;$$

$$(b.2) \sum M_B = 0 \Rightarrow V_C = 0$$

$$= 0$$

$$(b.2): \sum Z = 0 \Rightarrow R_B = 1$$

$$T_\beta = R_B = 1$$

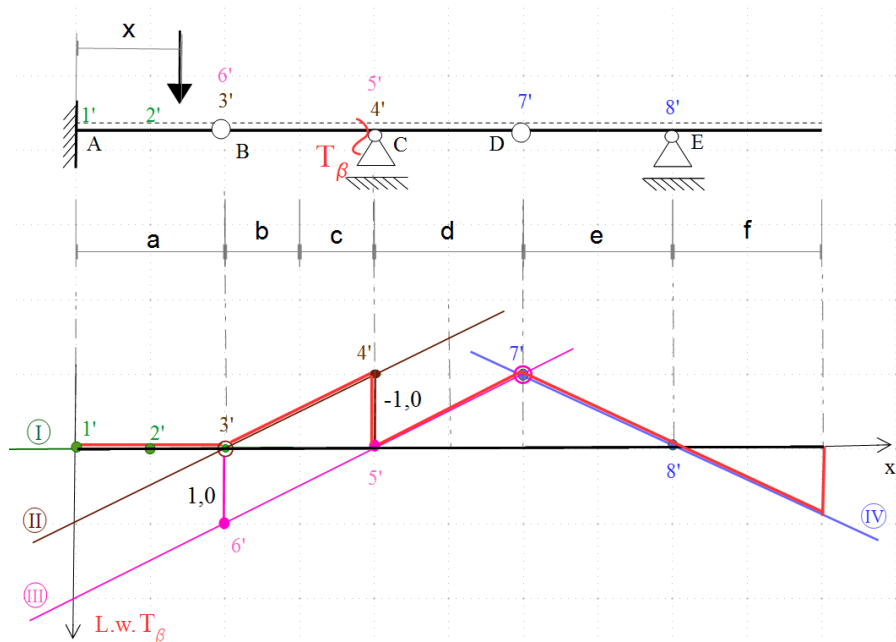
Ustawienie siły 8'

$$(b.3) \sum M_B = 0 \Rightarrow V_E = 1$$

$$(b.3): \sum Z = 0 \Rightarrow R_D = 0$$

(b.2) nieobciążona
 $\Rightarrow T_\beta = 0$

L.w. $T_\beta = ?$

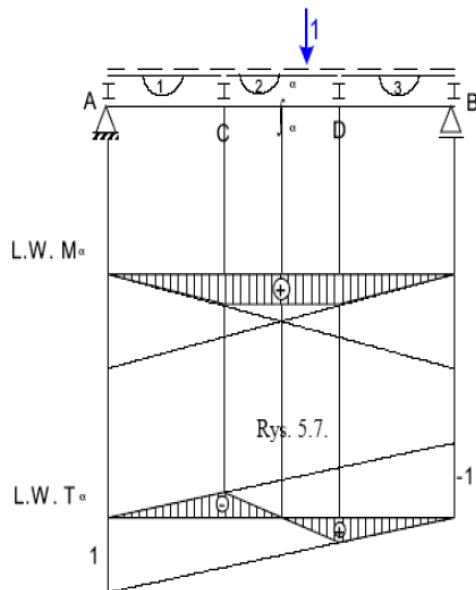


Uwaga: obciążenie pośrednie

Źródło: Wykład Prof. P. Śniadego

Bardzo często mamy sytuację, że obciążenie nie działa bezpośrednio na daną belkę, ale jest przekazywane w sposób pośredni. Na przykład na belki główne, dla których chcemy wyznaczyć linie wpływu obciążenie może być przekazywane poprzez podłużnice i poprzecznie. Wyznamy linię wpływu momentu i siły tnącej dla belki jak na powyższym rysunku. Wykonujemy to w ten sposób, że wyznaczamy linię wpływu jakby siła poruszała się bezpośrednio po belce, a następnie uwzględniamy fakt, że jest przekazywane pośrednio.

PRZYKŁAD



Gdy siła porusza się po podłużnicy 2 przekazywana jest w punktach C i D na belkę co powoduje zmniejszenie ekstremum wartości.

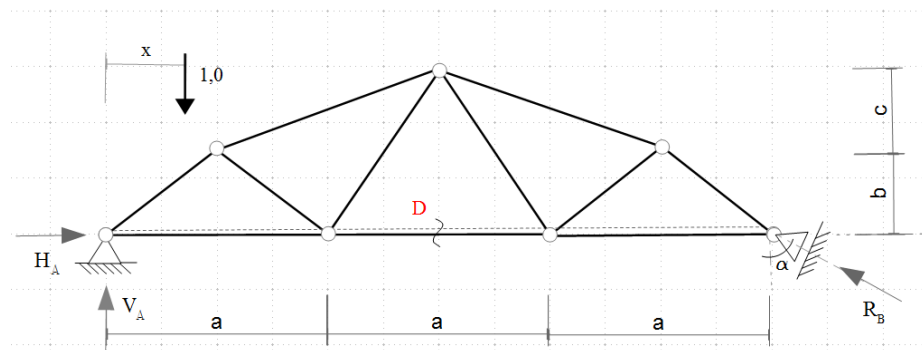
Tutaj został cięty skok linii wpływu, gdyż obciążenie przekazywane jest w punktach C i D z podłużnicy na belkę.

Kratownice

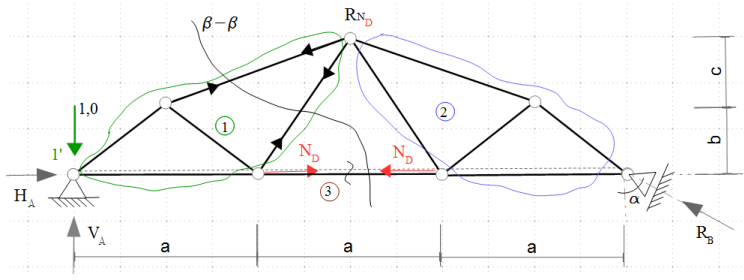
Przykład 1.

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły osiowej w przęcie D w kratownicy jak na rysunku.

L.w. $N_D = ?$



ustawienie siły 1'

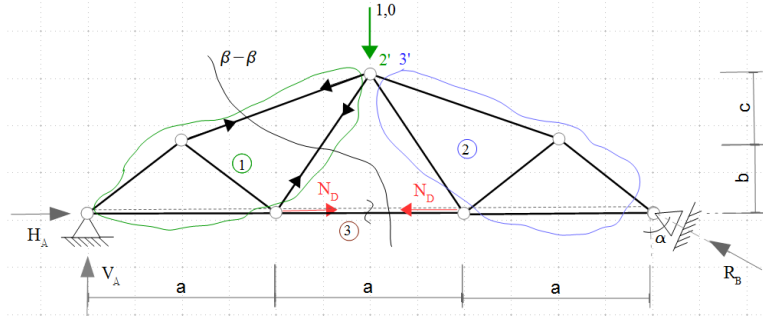


Wyliczenie N_D :

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; & \Rightarrow V_A = 1, 0 \\ \sum Z = 0; & \Rightarrow R_{B(Z)} = 0; \Rightarrow R_{B(X)} = 0 \\ \sum X = 0; & \Rightarrow H_A = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{R_{N_D}}^{L(\beta-\beta)} = 0 \\ V_A * \left(a + \frac{a}{2}\right) - 1 * \left(a + \frac{a}{2}\right) - N_D(b+c) - H_A(b+c) = 0 \\ \Rightarrow N_D = 0 \end{aligned}$$

ustawienie siły 2'



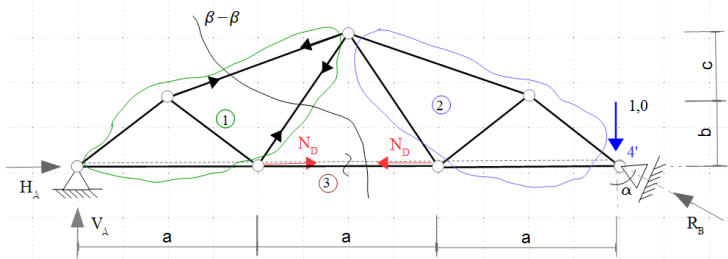
Wyliczenie N_D :

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; & \Rightarrow V_A = \frac{1}{2} \\ \sum Z = 0; & \Rightarrow R_{B(Z)} = \frac{1}{2}; \Rightarrow R_B = \frac{1}{2 \cos(\alpha)} \Rightarrow R_{B(X)} = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\alpha) \\ \sum X = 0; & \Rightarrow H_A = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{R_{N_D}}^{L(\beta-\beta)} = 0 \\ V_A * \left(a + \frac{a}{2}\right) - N_D(b+c) - H_A(b+c) = 0 \\ \Rightarrow N_D = \frac{3a}{b+c} - \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\alpha) \end{aligned}$$

ustawienie siły 3' = ustawienie siły 2'

ustawienie siły 4'



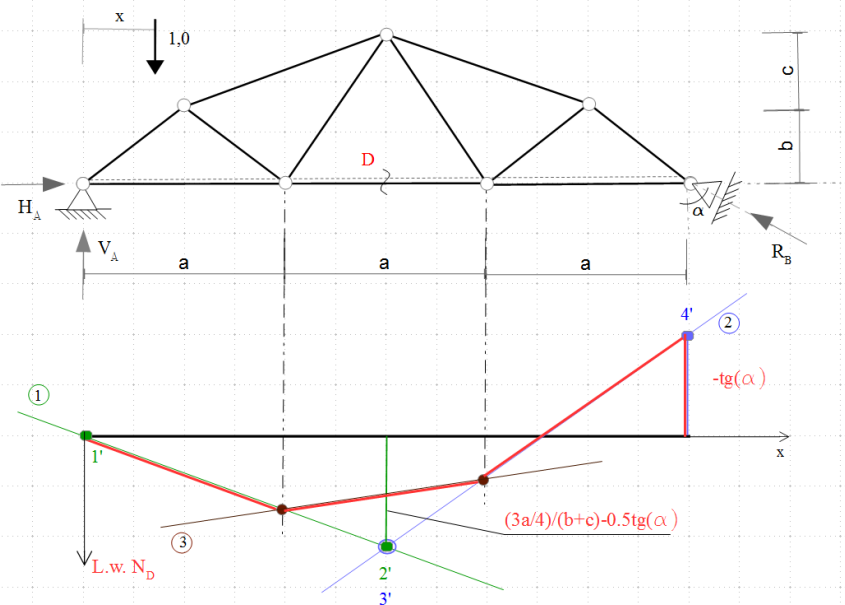
Wyniki takie same jak przy ustawieniu siły w punkcie 2'

Wyliczenie N_D :

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; & \Rightarrow V_A = 0 \\ \sum Z = 0; & \Rightarrow R_{B(Z)} = 1; \Rightarrow R_B = \frac{1}{\cos(\alpha)} \Rightarrow R_{B(X)} = \operatorname{tg}(\alpha) \\ \sum X = 0; & \Rightarrow H_A = \operatorname{tg}(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{R_{N_D}}^{L(\beta-\beta)} = 0 \\ V_A * \left(a + \frac{a}{2}\right) - N_D(b+c) - H_A(b+c) = 0 \\ \Rightarrow N_D = -\operatorname{tg}(\alpha) \end{aligned}$$

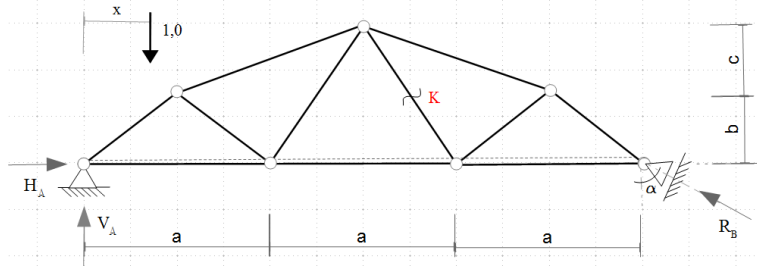
L.w. N_D



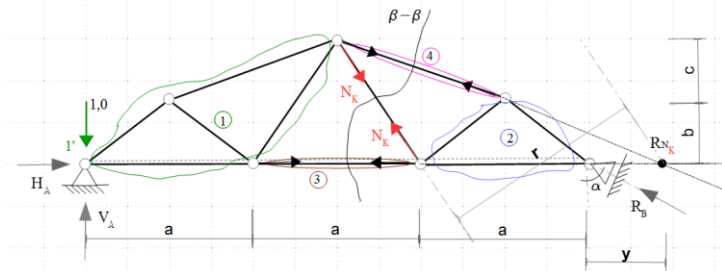
Przykład 2. a)

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły osiowej w przęcie K w kratownicy jak na rysunku.

L.w. $N_K = ?$



ustawienie siły 1'

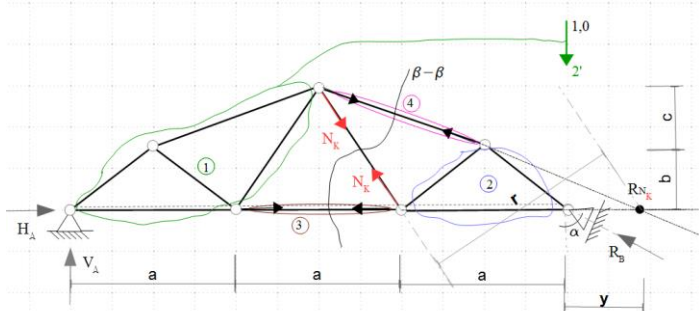


Wyliczenie N_D :

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; &\Rightarrow V_A = 1,0 \\ \sum Z = 0; &\Rightarrow R_{B(Z)} = 0; \Rightarrow R_{B(X)} = 0 \\ \sum X = 0; &\Rightarrow H_A = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{RN_K}^{L(\beta-\beta)} &= 0 \\ V_A * (3a + y) - 1 * (3a + y) - N_K * r &= 0 \\ \Rightarrow N_K &= 0 \end{aligned}$$

ustawienie siły 2'

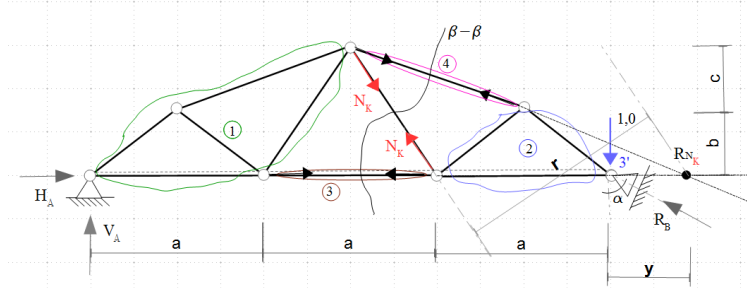


Wyliczenie N_D :

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; &\Rightarrow V_A = 0 \\ \sum Z = 0; &\Rightarrow R_{B(Z)} = 1; \Rightarrow R_B = \frac{1}{\cos(\alpha)} \Rightarrow R_{B(X)} = \\ &tg(\alpha) \\ \sum X = 0; &\Rightarrow H_A = tg(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{RN_K}^{L(\beta-\beta)} &= 0 \\ V_A * (3a + y) - 1 * y - N_K * r &= 0 \\ \Rightarrow N_K &= -y/r \end{aligned}$$

ustawienie siły 3'

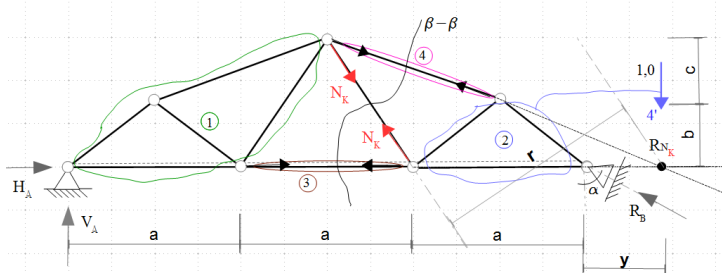


Wyliczenie N_D :

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0; &\Rightarrow V_A = 0 \\ \sum Z = 0; &\Rightarrow R_{B(Z)} = 1; \Rightarrow R_B = \frac{1}{\cos(\alpha)} \Rightarrow R_{B(X)} = \\ &tg(\alpha) \\ \sum X = 0; &\Rightarrow H_A = tg(\alpha) \end{aligned}$$

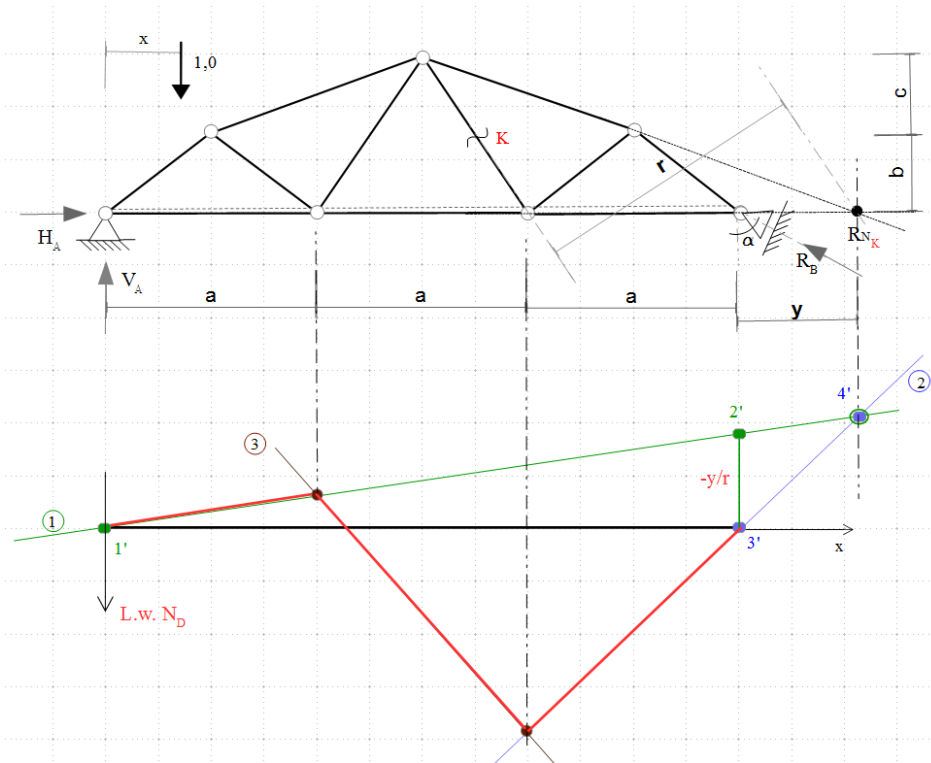
$$\begin{aligned} \sum M_{RN_K}^{L(\beta-\beta)} &= 0 \\ V_A * (3a + y) - N_K * r &= 0 \\ \Rightarrow N_K &= 0 \end{aligned}$$

ustawienie siły 4'



Wyliczenie N_D :

Jest to wartość która wynika z funkcji 1



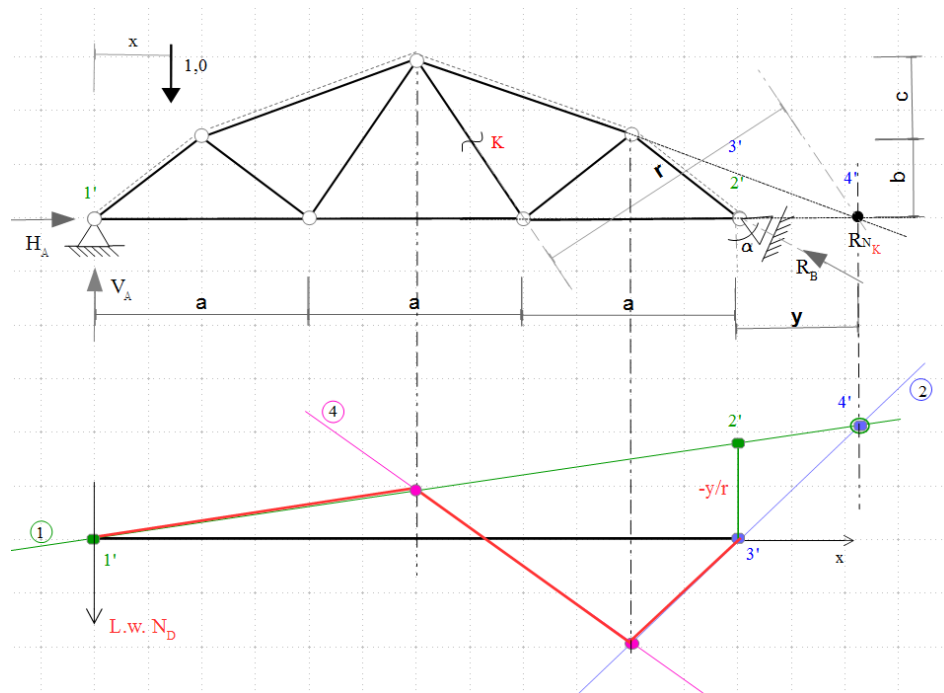
*Odległości r oraz y należy wyliczyć analitycznie

Przykład 2. b)

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły osiowej w pręcie K w kratownicy jak na rysunku. Jest to to samo zadanie co w przykładzie 2a) jedynie zmieniono tor położenia siły jednostkowej z „jazdy dołem” na jazdę górą”.

Wszystkie ustawienia siły, a więc reakcji i wartości siły osiowej N_K pozostają takie same jak w zad.2a). Zmienia się kształt linii wpływu.

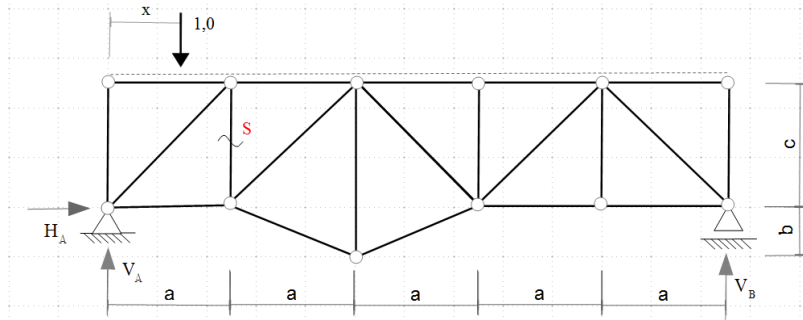
L.w. $N_K = ?$



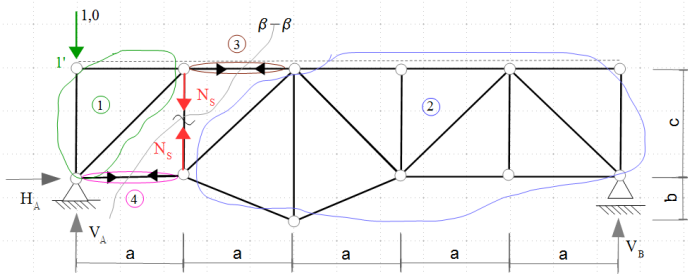
Przykład 3.

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły osiowej w przęcie S w kratownicy jak na rysunku.

L.w. $N_s = ?$



ustawienie siły 1'

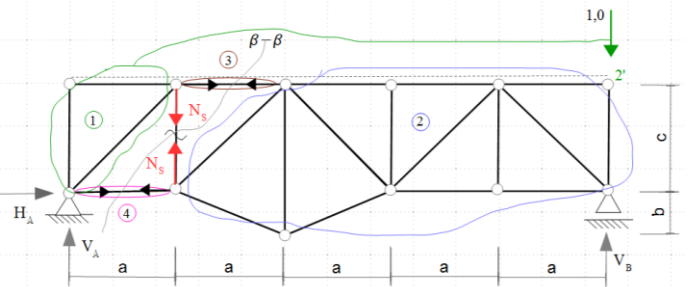


Wylczenie N_s :

$$\sum M_A = 0; \quad -V_B * 5a = 0 \\ \Rightarrow V_B = 0$$

$$\sum Z^{p(\beta-\beta)} = 0 \\ -V_B - N_s = 0 \\ \Rightarrow N_s = 0$$

ustawienie siły 2'

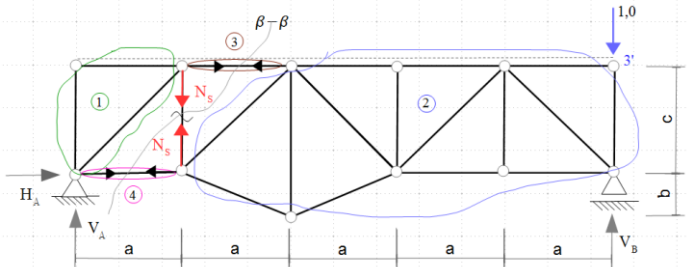


Wylczenie N_s :

$$\sum M_A = 0; \quad -V_B * 5a + 1 * 5a = 0 \\ \Rightarrow V_B = 1$$

$$\sum Z^{p(\beta-\beta)} = 0 \\ -V_B - N_s = 0 \\ \Rightarrow N_s = -1$$

ustawienie siły 3'

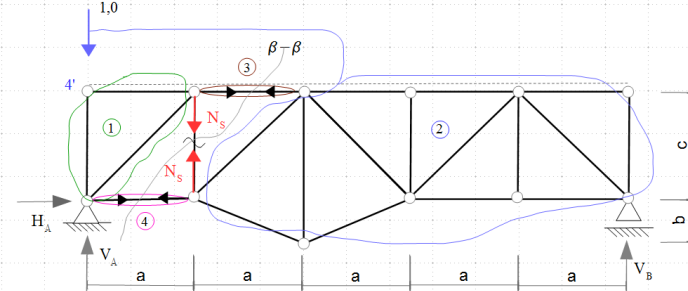


Wylczenie N_s :

$$\sum M_A = 0; \quad -V_B * 5a + 1 * 5a = 0 \\ \Rightarrow V_B = 1$$

$$\sum Z^{p(\beta-\beta)} = 0 \\ -V_B - N_s + 1 = 0 \\ \Rightarrow N_s = 0$$

ustawienie siły 4'

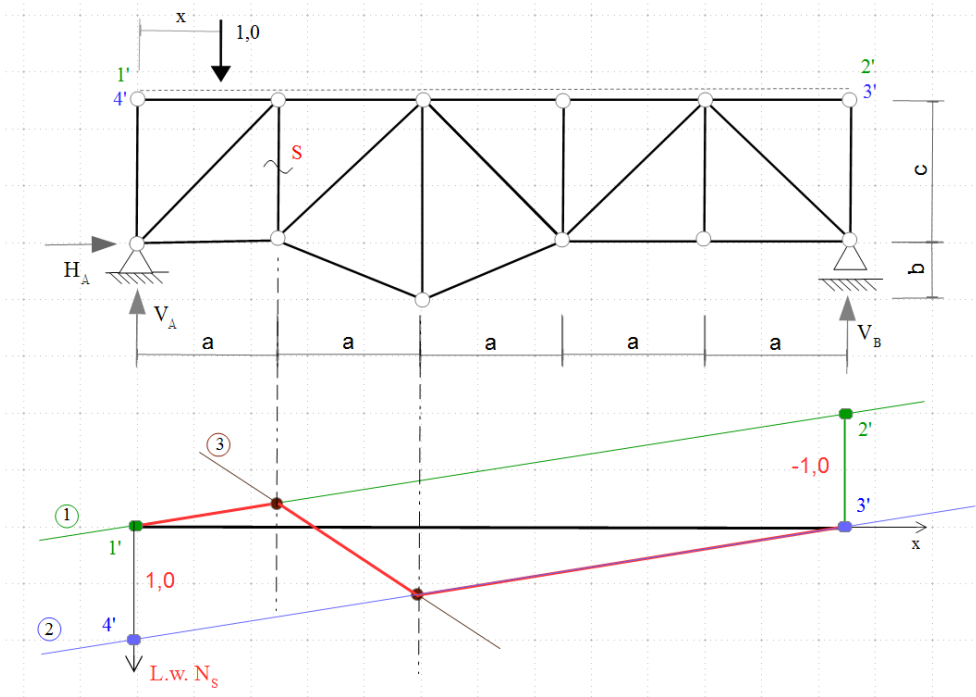


Wylczenie N_s :

$$\sum M_A = 0; \quad -V_B * 5a = 0 \\ \Rightarrow V_B = 0$$

$$\sum Z^{p(\beta-\beta)} = 0 \\ -V_B - N_s + 1 = 0 \\ \Rightarrow N_s = 1$$

L.w. N_s

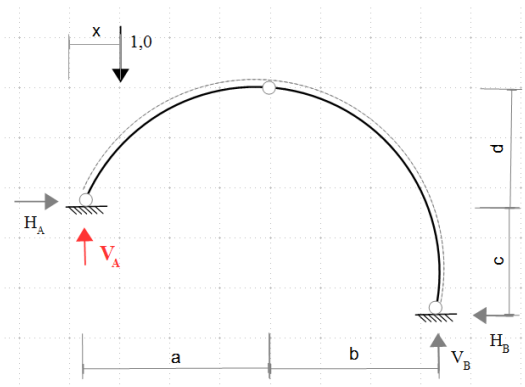


Ramy

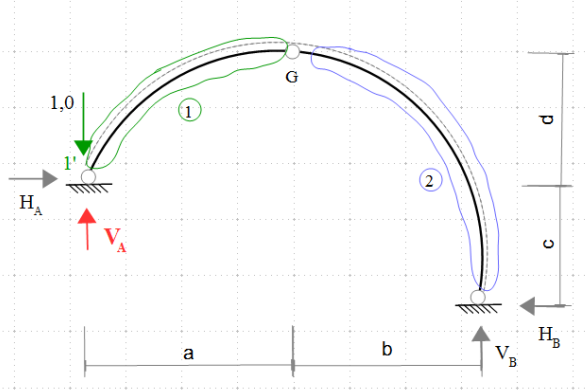
Przykład 1.

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu reakcji V_A w ramie jak na rysunku.

L.w. $V_A = ?$

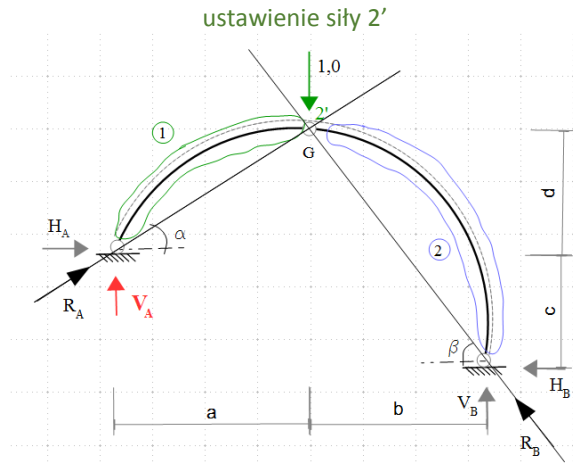


ustawienie siły 1'

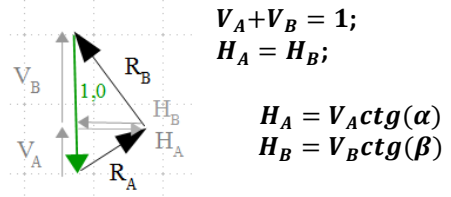


Wylczenie V_A :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_G^L = 0 \end{cases} \Rightarrow V_A = 1; H_A = 0$$



Wylczenie V_A :



$$V_A + V_B = 1;$$

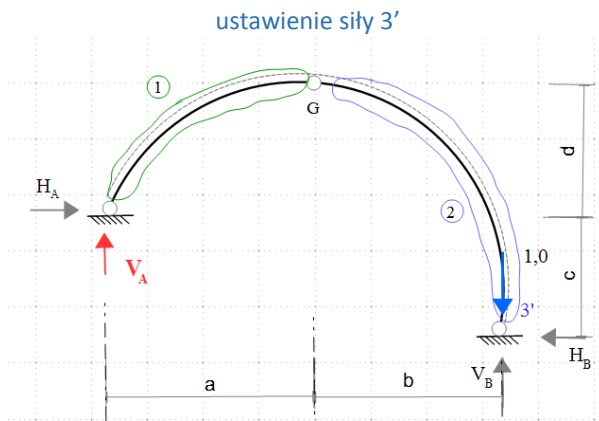
$$H_A = H_B;$$

$$H_A = V_A \operatorname{ctg}(\alpha)$$

$$H_B = V_B \operatorname{ctg}(\beta)$$

$$\begin{cases} V_A + V_B = 1 \\ V_A \operatorname{ctg}(\alpha) = V_B \operatorname{ctg}(\beta) \end{cases}$$

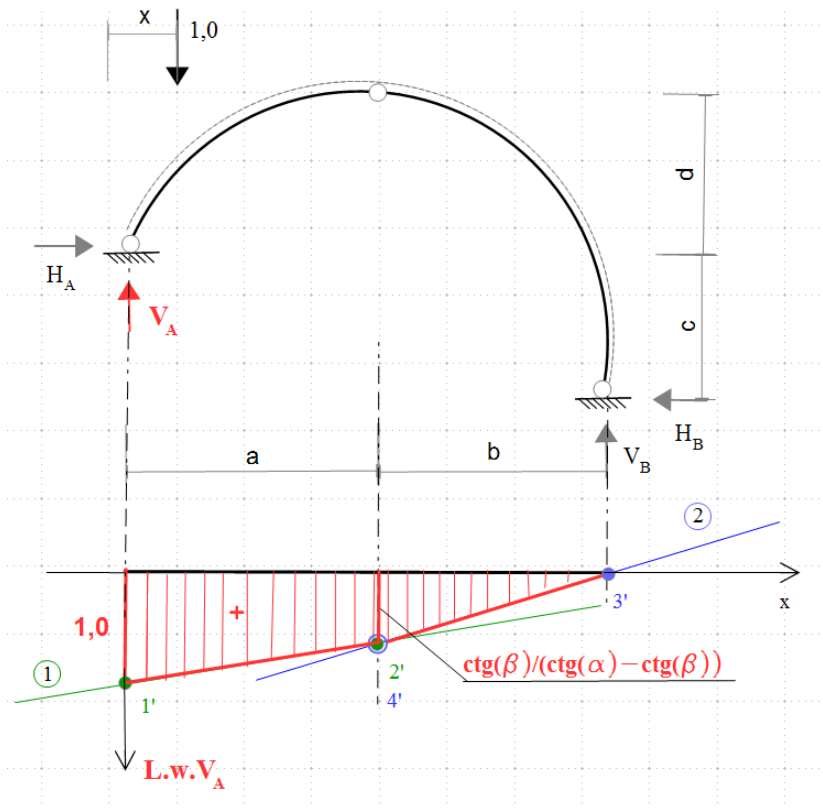
$$\Rightarrow V_A = \operatorname{ctg}(\beta) / (\operatorname{ctg}(\alpha) - \operatorname{ctg}(\beta))$$



Wylczenie V_A :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_G^L = 0 \end{cases} \Rightarrow V_A = 0; H_A = 0$$

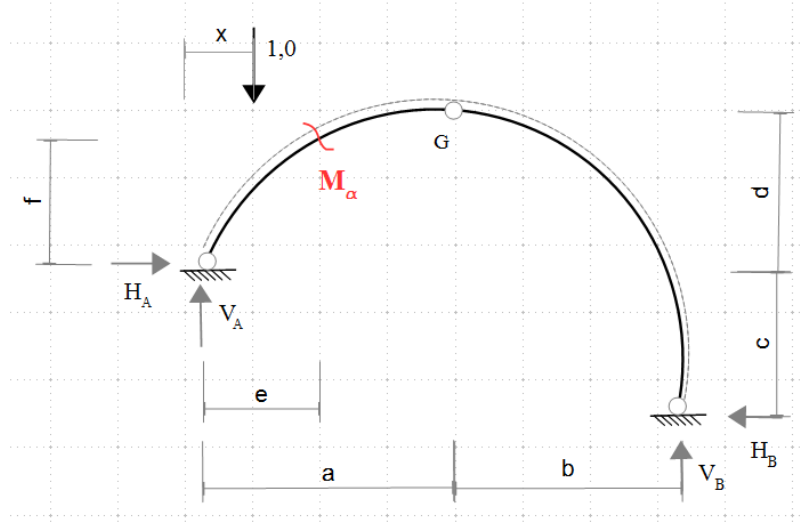
L. w. V_A



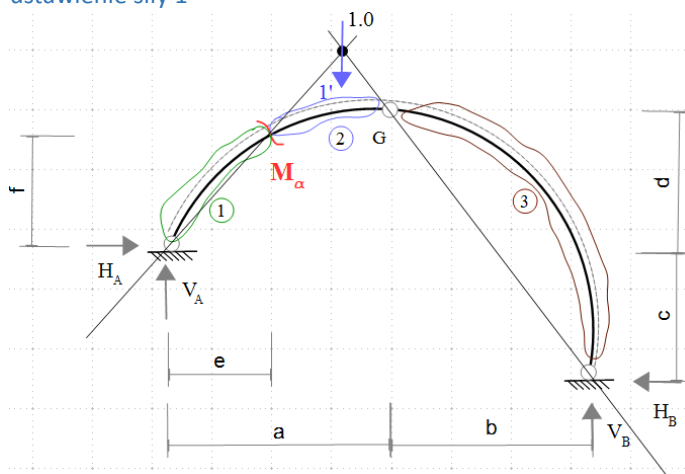
Przykład 2.

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu momentu zginającego M_α w ramie jak na rysunku.

L. w. $M_\alpha = ?$



ustawienie siły 1'

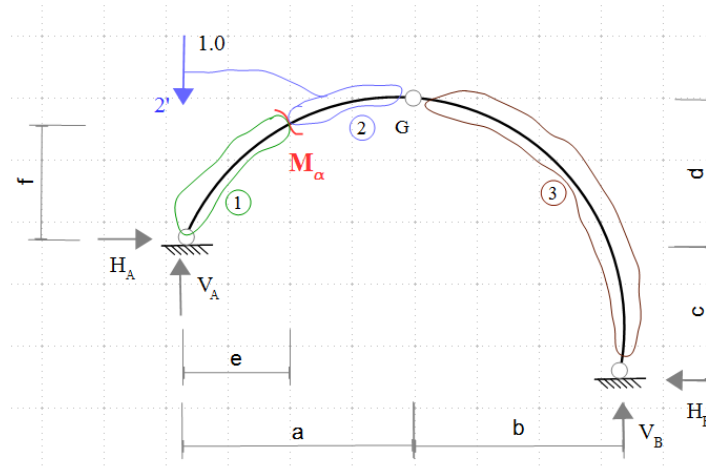


Wylczenie M_α :

Szukane jest takie położenie siły w zakresie tarczy 2 by moment zginający w przekroju α wynosił zero. (Jeżeli tarcza 3 jest nieobciążona wówczas kierunek działania reakcji R_B , której składowe są V_B i H_B musi pokrywać się z prostą G-B. Jeżeli tarcza 1 jest nieobciążona, a moment w przekroju α ma być równy zero wówczas kierunek reakcji R_A , której składowe są V_A i H_A musi pokrywać się z prostą A- α . Przecięcie się obu prostych wyznacza szukany punkt charakterystyczny przyłożenia siły.

$$M_\alpha = 0$$

ustawienie siły 2'

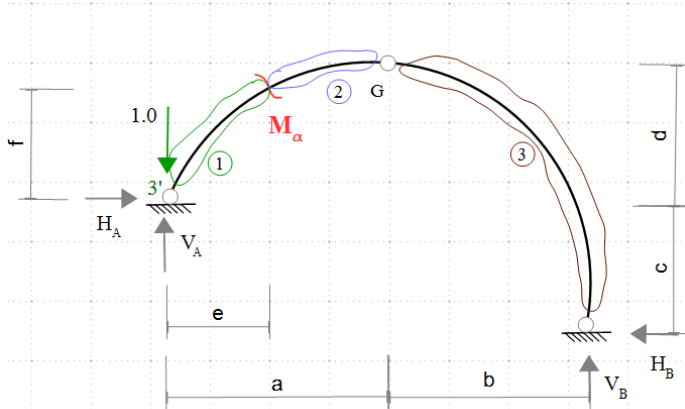


Wylczenie M_α :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_G^L = 0 \end{cases} \Rightarrow V_A = 1; H_A = 0$$

$$M_\alpha = V_A * e - H_A * f = e$$

ustawienie siły 3'

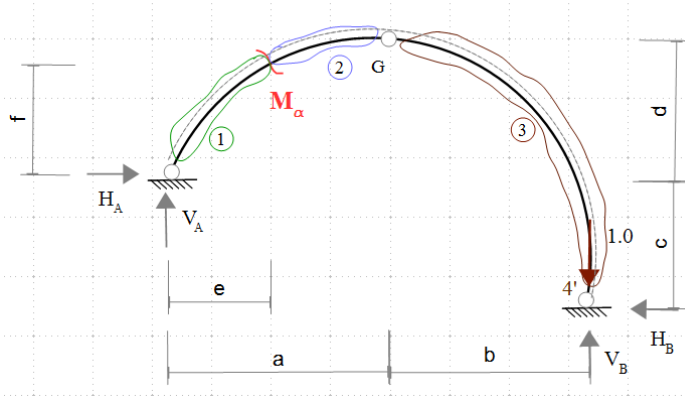


Wyliczenie M_α :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_G^L = 0 \end{cases} \Rightarrow V_A = 1; H_A = 0$$

$$M_\alpha = V_A * e - H_A * f - 1 * e = 0$$

Drugą rzędną w zakresie tarczy 1 wyznaczono korzystając z znanej rzędnej funkcji 2-giej w miejscu przekroju α , gdyż jest to wspólny przekrój dla tarczy 2 i tarczy 1.

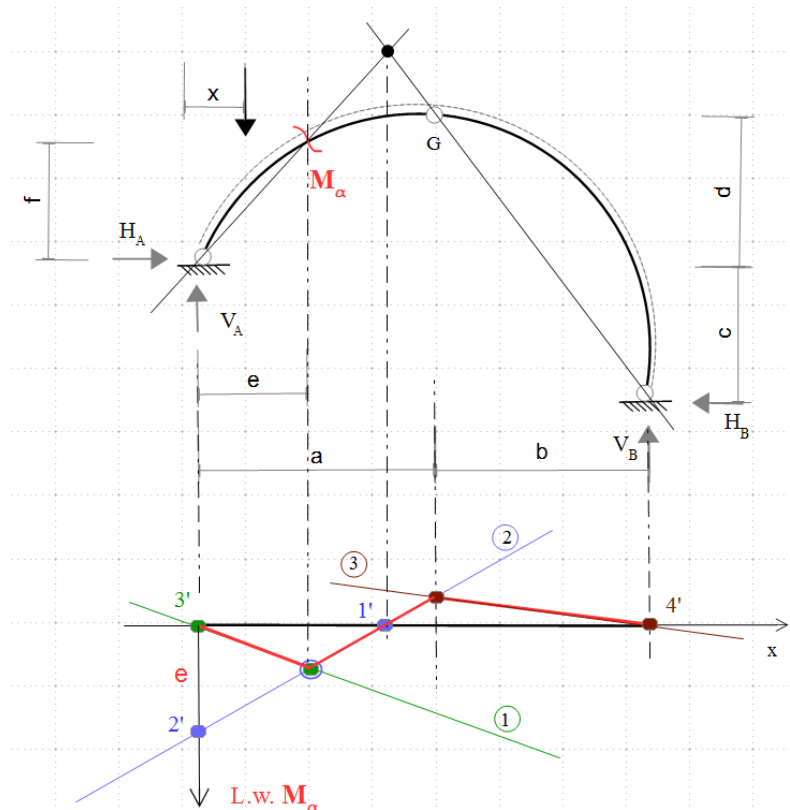


Wyliczenie M_α :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_G^L = 0 \end{cases} \Rightarrow V_A = 0; H_A = 0$$

$$M_\alpha = V_A * e - H_A * f = 0$$

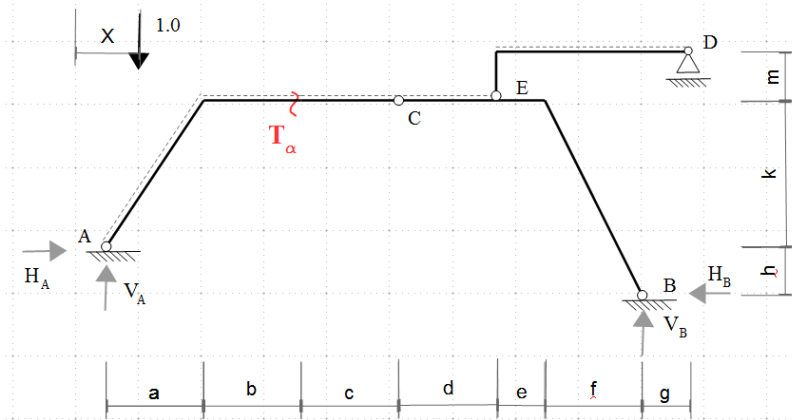
L.w. M_α



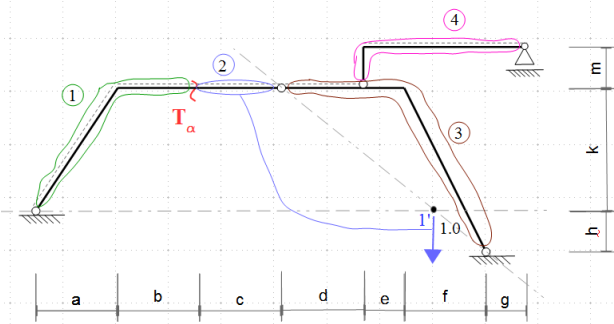
Przykład 3.

Metodą statyczną wyznaczyć linię wpływu siły tnącej T_α w ramie jak na rysunku

L. w. $T_\alpha = ?$



ustawienie siły 1'

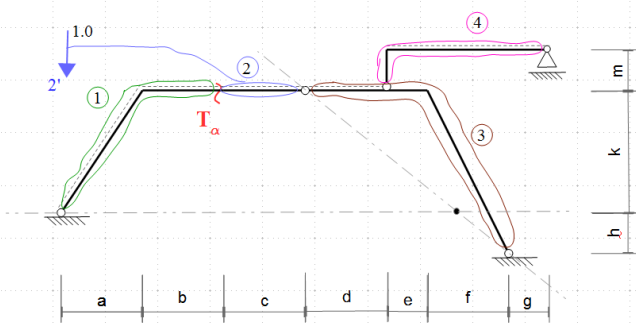


Wylczenie T_α :

Szukane jest takie położenie siły w zakresie tarczy 2, by siła tnąca w przekroju α wynosiła zero. (Jeżeli tarcza 3 jest nieobciążona wówczas kierunek działania reakcji R_B , której składowe są V_B i H_B musi pokrywać się z prostą C-B. Jeżeli tarcza 1 jest nieobciążona, a siła tnąca w przekroju α ma być równy zero wówczas reakcja $R_A = H_A$ i jej kierunek pokrywa się z kierunkiem składowej H_A . Przecięcie się obu prostych wyznacza szukany punkt charakterystyczny przyłożenia siły.

$$T_\alpha = V_A = 0$$

ustawienie siły 2'

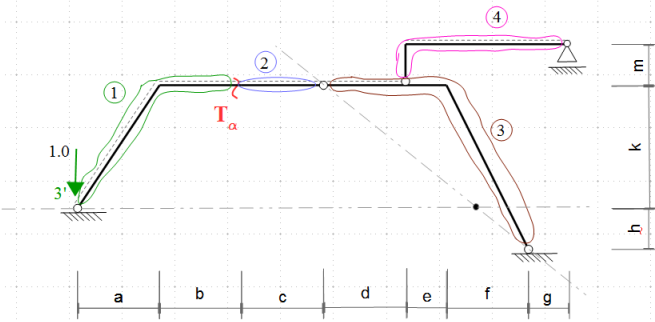


Wylczenie T_α :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases} ; \Rightarrow V_A = 1; H_A = 0$$

$$T_\alpha = V_A = 1$$

ustawienie siły 3'

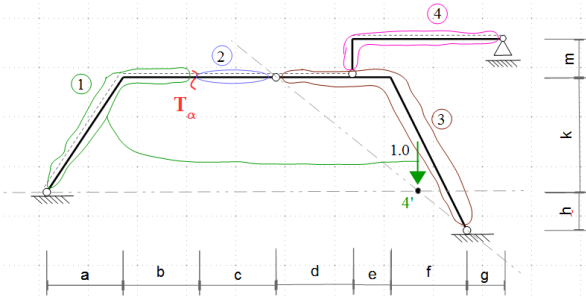


Wylczenie T_α :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_C^L = 0 \end{cases} ; \Rightarrow V_A = 1; H_A = 0$$

$$T_\alpha = V_A - 1 = 0$$

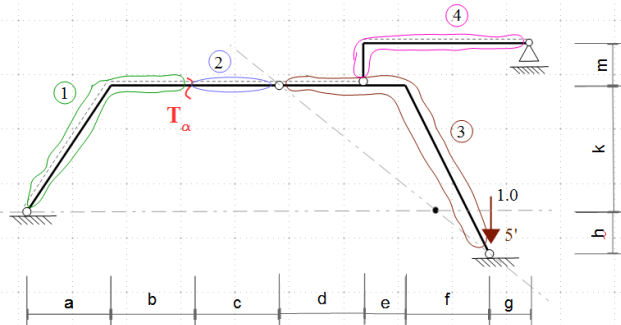
ustawienie siły 4'



Reakcje jakie powstaną od obciążenia jednostkowego stojącego w punkcie 4' muszą być takie same jak w ustawieniu pierwszym 1'.
Czyli $V_A = 0$, reakcja H_A jest nieistotna ponieważ nie daje rzutu na oś prostopadłą do osi pręta w przekroju α .

$$T_\alpha = V_A - 1 = -1$$

ustawienie siły 5'



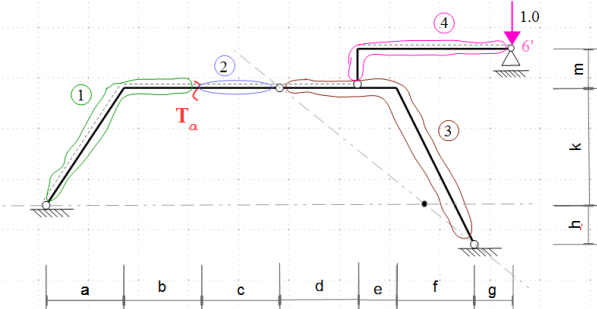
Wylczenie T_α :

$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_C^l = 0 \end{cases} \Rightarrow V_A = 0; H_A = 0$$

$$T_\alpha = V_A = 0$$

Drugą rzędną w zakresie tarczy 3 wyznaczono korzystając z znanej rzędnej funkcji 2-giej w miejscu połączenia tarczy 3 i tarczy 2.

ustawienie siły 3'



$$\sum M_E^{góra} = 0 \Rightarrow V_D = 1$$

Pozostałe reakcje są zerowe, stąd:

$$T_\alpha = V_A = 0$$

L.w. $T_\alpha = ?$

