



Politechnika Wrocławska

MECHANIKA BUDOWLI

Wykład 4 WPŁYWY TERMICZNE I PRZEMIESZCZENIA PODPÓR

1

Prowadzący: dr inż. Olga Szytko-Bigus

1. Obciążenie temperaturą

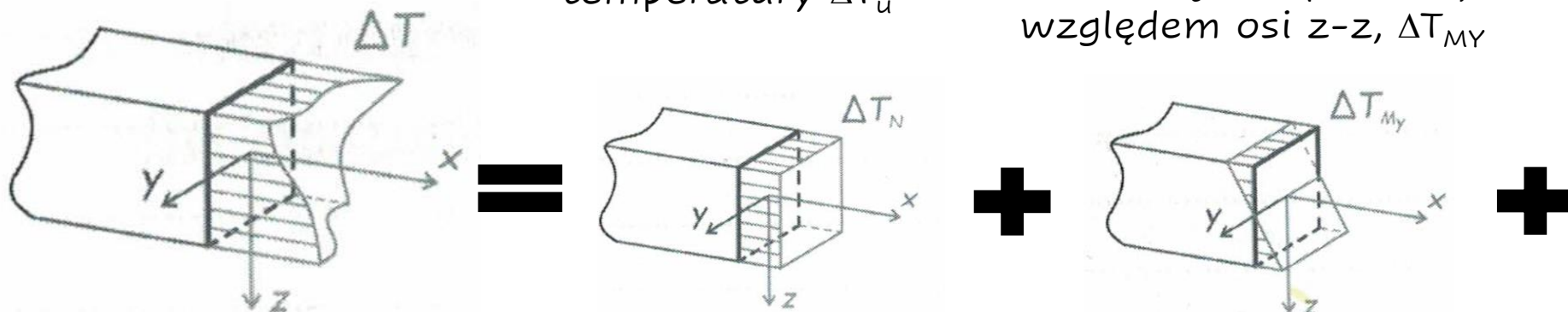
Jednym z czynników atmosferycznych, jaki wpływa na konstrukcje budowlane jest temperatura, a dokładniej jej wahania.

- **Zmiany temperatury w układach statycznie wyznaczalnych wpływają na stan deformacji**
- **Zmiany temperatury w układach przesztywnionych (statycznie niewyznaczalnych) poza wpływaniem na stan deformacji, generują dodatkowo siły wewnętrzne.**

1. Obciążenie temperaturą

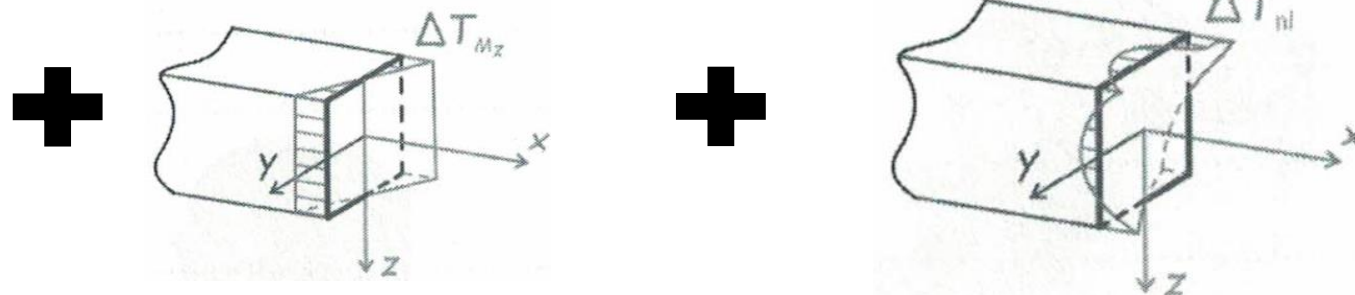
Składowa równomierna
temperatury ΔT_u

Składowa liniowo-
zmiennej temperatury
względem osi z-z, ΔT_{My}

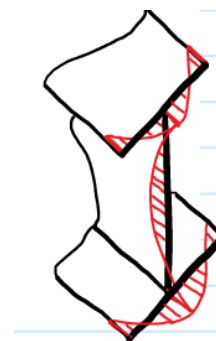


Składowa liniowo-
zmiennej temperatury
względem osi y-y, ΔT_{Mz}

Składowa nieliniowa
zmiennej różnicy
temperatury, ΔT_E .



Samozrównoważone
naprężenia
walcownicze





2. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych zmianami temperatury

Podobnie jak w przypadku obciążeń siłowych, wychodząc z zasady prac przygotowanych możemy zapisać dla obciążenia temperaturą:

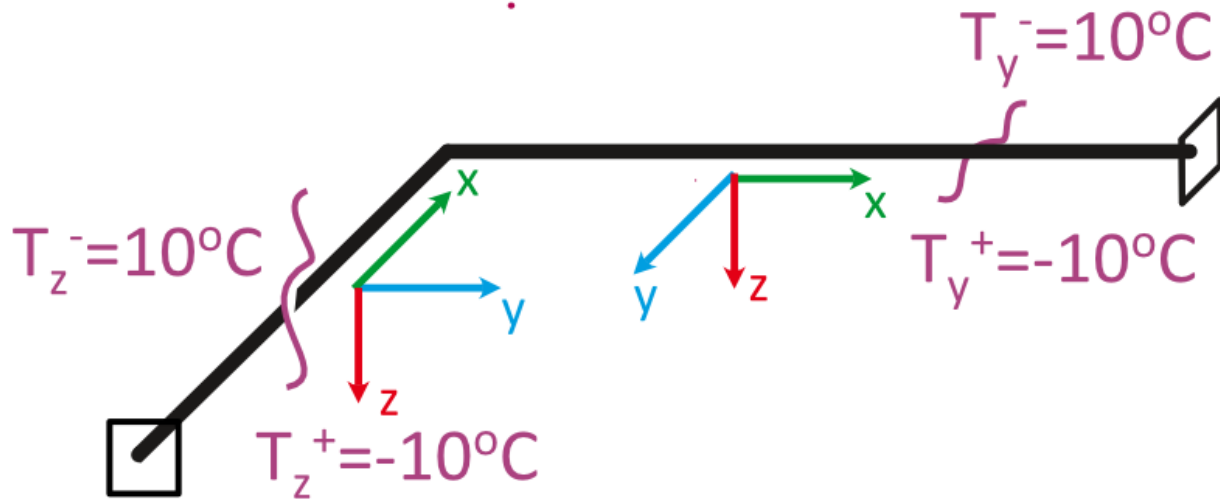
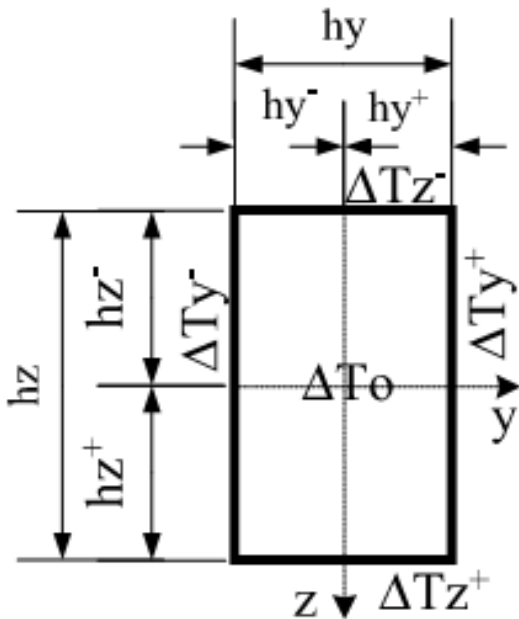
$$\sum_{\bar{F}} \bar{F} \delta = \sum_P \int_L \left(\frac{\bar{M}_x^i M_x^j}{GI_x} + \frac{\bar{M}_y^i M_y^j}{EI_y} + \frac{\bar{M}_z^i M_z^j}{EI_z} + \frac{\bar{N}^i N^j}{EA} + \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i T_y^j}{GA} + \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i T_z^j}{GA} \right) dx + \sum_P \int_L \left(\bar{M}_y^i \Delta d\varphi_y^T + \bar{M}_z^i \Delta d\varphi_z^T + \bar{N}^i \Delta dx^T \right).$$

$$\text{gdzie: } \Delta d\varphi_y^T = \frac{\alpha_T (T_z^{(+)} - T_z^{(-)})}{h_z}, \Delta d\varphi_z^T = \frac{\alpha_T (T_y^{(-)} - T_y^{(+)})}{h_y}, \Delta dx^T = \alpha_T T_0 dx$$

Indeks górny "T" oznacza wpływy termiczne, T_0 opisuje temperaturę na poziomie środka ciężkości przekroju. Przez $T_z^{(+)}$ oraz $T_z^{(-)}$ – oznaczono temperaturę w skrajnych włóknach elementu, odpowiednio po dodatniej i ujemnej stronie osi z LUW pręta.

2. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych zmianami temperatury

$$\sum_{\bar{F}} \bar{F} \delta = \sum_P \int_L \left(\frac{\bar{M}_x^i M_x^j}{GI_x} + \frac{\bar{M}_y^i M_y^j}{EI_y} + \frac{\bar{M}_z^i M_z^j}{EI_z} + \frac{\bar{N}^i N^j}{EA} + \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i T_y^j}{GA} + \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i T_z^j}{GA} \right) dx + \sum_P \int_L \left(\bar{M}_y^i \Delta d\varphi_y^T + \bar{M}_z^i \Delta d\varphi_z^T + \bar{N}^i \Delta dx^T \right).$$



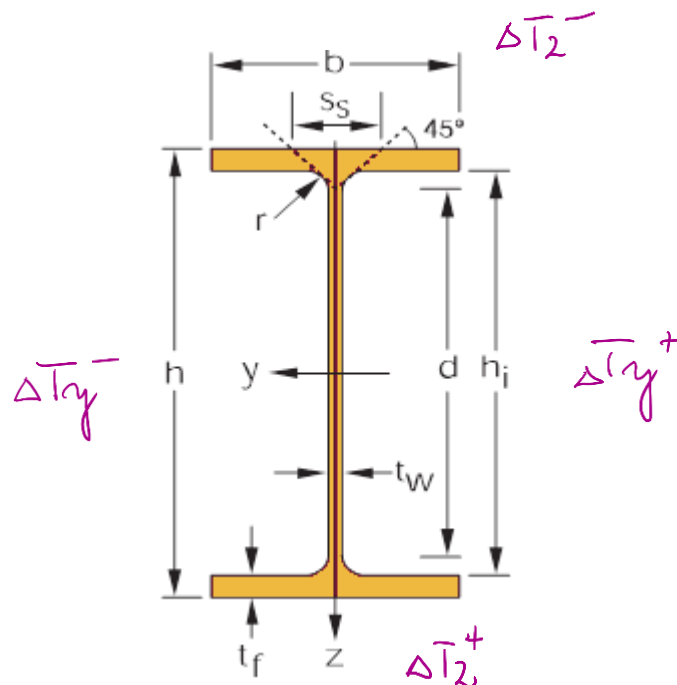
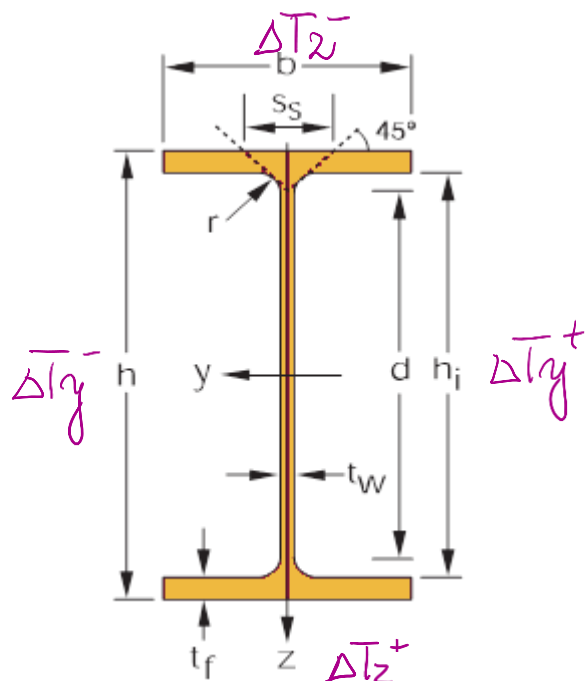
$$\Delta d\varphi_y^T = \frac{\alpha_T (T_z^{(+)} - T_z^{(-)})}{h_z}$$

$$\Delta d\varphi_z^T = \frac{\alpha_T (T_y^{(-)} - T_y^{(+)})}{h_y}$$

2. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych zmianami temperatury

Rozpatrzmy zwykły dwuteownik i założmy, że zmiana temperatury zachodzi wzdłuż osi y . Przyrost zgodnie z wcześniejszym wzorem na przemieszczenie zależy wówczas od szerokości przekroju.

Pytanie: jaką wartość h_y przyjąć? Czy wziąć szerokość półki czy szerokość środnika? A może jakoś je uśrednić?



2. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych zmianami temperatury

Konsekwencje sposobu działania temperatury mogą być zaskakujące!

Pręt obustronnie utwierdzony obciążony został temperaturą zmieniającą się liniowo wzdłuż wysokości tak, że przyrost temperatury w osi ciężkości jest zerowy.



Obciążenie
temperaturą

stan
deformacji

wykreś
momentów





3. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych przemieszczeniem podpór

Mówiąc o przemieszczeniach podpór możemy wyróżnić dwa rodzaje przemieszczeń:

- **Pierwszy związany z wymuszonym, zwykle niezamierzonym przesunięciem lub obrotem podpory, spowodowanym czynnikiem zewnętrznym** na przykład nierównomiernym osiadaniem podłoża gruntowego
- drugi wynikający z deformacji więzi sprężystej **podpierającej ustrój**

3. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych przemieszczeniem podpór

II sformułowanie ZPP dla obciążenia przemieszczeniem podpory:

$$\begin{aligned} & \sum_{\bar{P}} \bar{P} \delta^{\bar{P}} + \sum_{\bar{R}} \bar{R} \delta^{\bar{R}} + \sum_{\bar{S}} \bar{S} \delta^{\bar{S}} \\ &= \sum_p \int_L \left(\frac{\bar{M}_x^i M_x^j}{GI_x} + \frac{\bar{M}_y^i M_y^j}{EI_y} + \frac{\bar{M}_z^i M_z^j}{EI_z} + \frac{\bar{N}^i N^j}{EA} + \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i T_y^j}{GA} + \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i T_z^j}{GA} \right) dx \end{aligned}$$

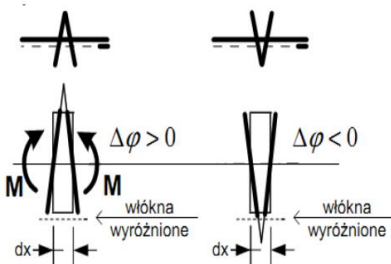
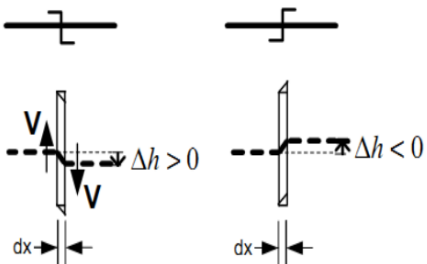
Wzór na obliczanie przemieszczeń związanych z przemieszczeniem podpór

$$\begin{aligned} \sum_{\bar{P}} \bar{P} \delta^{\bar{P}} &= \sum_p \int_L \left(\frac{\bar{M}_x^i M_x^j}{GI_x} + \frac{\bar{M}_y^i M_y^j}{EI_y} + \frac{\bar{M}_z^i M_z^j}{EI_z} + \frac{\bar{N}^i N^j}{EA} + \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i T_y^j}{GA} + \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i T_z^j}{GA} \right) dx \\ &\quad - \sum_{\bar{R}} \bar{R}_i \Delta r + \sum_{\bar{S}} \frac{\bar{S}_i S}{k_s} \end{aligned}$$

4. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych błędami montażu

II sformułowanie ZPP dla obciążenia błędami montażu:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\bar{P}} \bar{P} \delta^{\bar{P}} + \sum_{\bar{S}} \bar{S} \delta^{\bar{S}} \\
 &= \sum_p \int_L \left(\frac{\bar{M}_x^i M_x^\Delta}{GI_x} + \frac{\bar{M}_y^i M_y^\Delta}{EI_y} + \frac{\bar{M}_z^i M_z^\Delta}{EI_z} + \frac{\bar{N}^i N^\Delta}{EA} + \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i T_y^\Delta}{GA} + \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i T_z^\Delta}{GA} \right) dx \\
 &+ \sum_{mx} \bar{M}_x^i \cdot \Delta\varphi_{mx}^\Delta + \sum_{my} \bar{M}_y^i \cdot \Delta\varphi_{my}^\Delta + \sum_{mz} \bar{M}_z^i \cdot \Delta\varphi_{mz}^\Delta + \sum_n \bar{N}_n^i \cdot \Delta L_n^\Delta + \sum_{vy} \bar{V}_{vy}^i \cdot \Delta h_{vy}^\Delta \\
 &+ \sum_{vz} \bar{V}_{vz}^i \cdot \Delta h_{vz}^\Delta
 \end{aligned}$$

łączenie elementów pod niewłaściwym kątem - imperfekcja kątowa $\Delta d\varphi_\Delta$	łączenie elementów nie współliniowo - imperfekcja postaciowa Δdh_Δ	łączenie elementów zbyt krótkich lub zbyt długich - imperfekcja podłużna ΔdL_Δ
		<p>$\Delta dL_\Delta > 0$ gdy element jest zbyt długi $\Delta dL_\Delta < 0$ gdy element jest zbyt krótki</p>



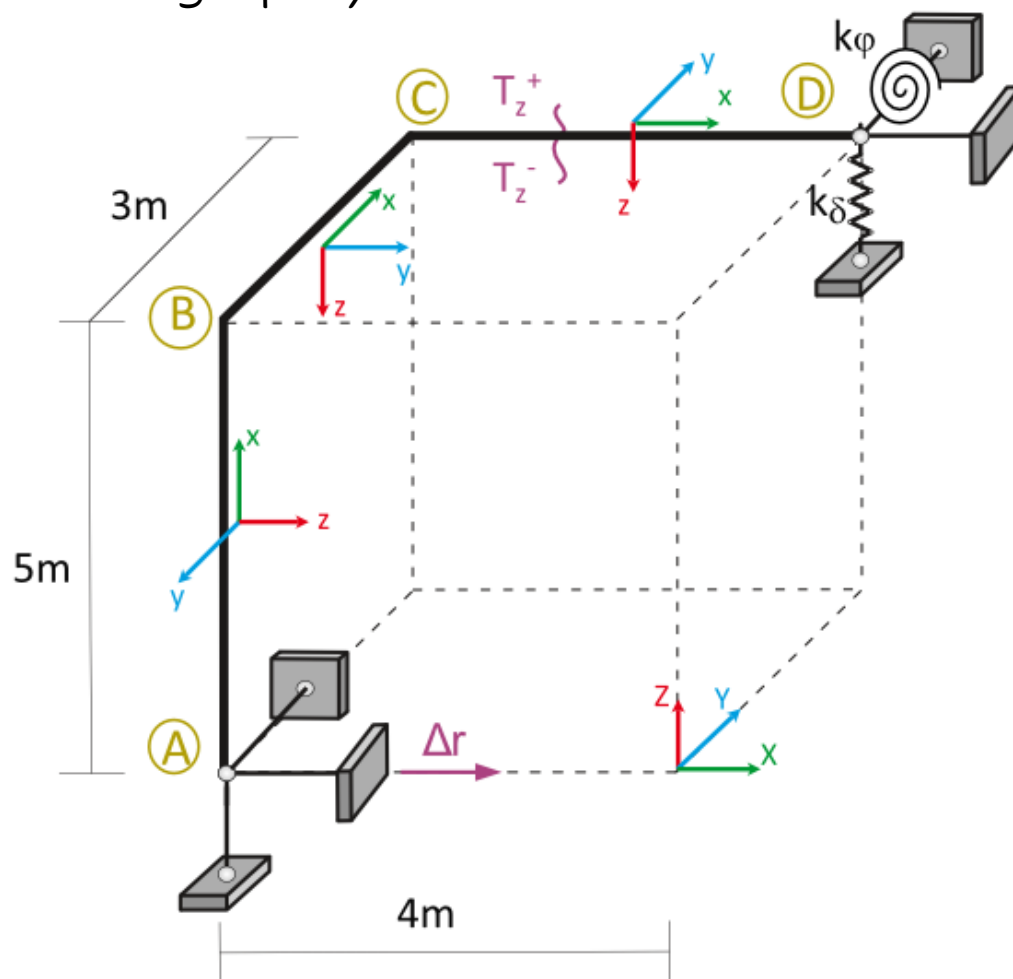
4. Obliczanie przemieszczeń spowodowanych błędami montażu

Wzór na obliczanie przemieszczeń związanych z błędami montażu

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\bar{P}} \bar{P} \delta^{\bar{P}} \\
 &= \sum_p \int_L \left(\frac{\bar{M}_x^i M_x^\Delta}{GI_x} + \frac{\bar{M}_y^i M_y^\Delta}{EI_y} + \frac{\bar{M}_z^i M_z^\Delta}{EI_z} + \frac{\bar{N}^i N^\Delta}{EA} + \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i T_y^\Delta}{GA} + \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i T_z^\Delta}{GA} \right) dx \\
 &+ \sum_{mx} \bar{M}_x^i \cdot \Delta \varphi_{mx}^\Delta + \sum_{my} \bar{M}_y^i \cdot \Delta \varphi_{my}^\Delta + \sum_{mz} \bar{M}_z^i \cdot \Delta \varphi_{mz}^\Delta + \sum_n \bar{N}_n^i \cdot \Delta L_n^\Delta \\
 &+ \sum_{vy} \bar{V}_{vy}^i \cdot \Delta h_{vy}^\Delta + \sum_{vz} \bar{V}_{vz}^i \cdot \Delta h_{vz}^\Delta + \sum_{\bar{S}} \frac{\bar{S}_i S}{k_s}
 \end{aligned}$$

4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY NR 1

Przedstawić tok postępowania prowadzący do sporządzenia rzeczywistych sił przekrojowych, ilustrując go obliczeniami dla poniższego przykładu.



**Wartości
sztywności:**

$$GI_x = 0,769 EI_y$$

$$EI_y = EI_z = \text{const.}$$

$$h_z = 0,4\text{m}$$

$$h_y = 0,5\text{m}$$

$$T_z^{(-)} = 20^\circ\text{C}$$

$$T_z^{(+)} = -20^\circ\text{C}$$

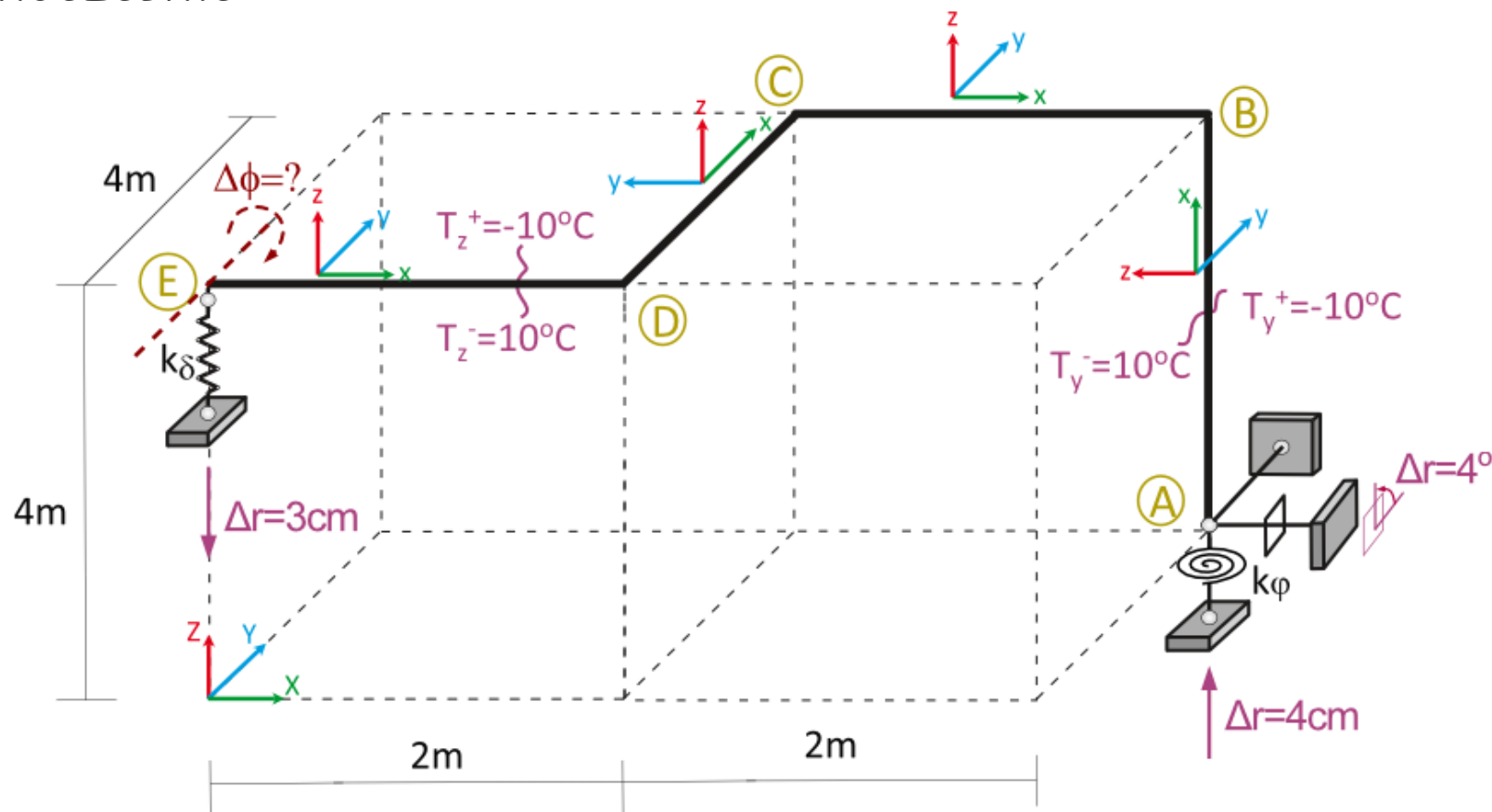
$$\Delta r = 2\text{cm}$$

$$k\phi = 10 EI_y/\text{m}$$

$$k\delta = 5 EI_y/\text{m}^3$$

5. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY NR 2

Obliczyć wartość zaznaczonego przemieszczenia $\Delta\phi$ od obciążenia temperaturą i osiadaniem podpory działających jednocześnie.



Przyjęto profil RP 120x60x10, Stal 235, $k_\delta = \frac{5500\text{kN}}{\text{m}}$, $k_\phi = \frac{6500\text{kNm}}{\text{rad}}$.

5. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY – układ SW

1. Analiza kinematyczna układu
2. Rozwiązanie układu od obciążenia danego
3. Rozwiązanie układu od obciążenia jednostkowego przyłożonego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia
4. Zastosowanie II sformułowania ZPP do obliczenia szukanego przemieszczenia

$$\begin{aligned} \overline{1kNm} \cdot \Delta\varphi = & \sum_p \int_L \left(\frac{\bar{M}_x^1 M_x^R}{GI_x} + \frac{\bar{M}_y^1 M_y^R}{EI_y} + \frac{\bar{M}_z^1 M_z^R}{EI_z} + \frac{\bar{N}^1 N^R}{EA} + \kappa_y \frac{\bar{T}_y^1 T_y^R}{GA} + \kappa_z \frac{\bar{T}_z^1 T_z^R}{GA} \right) dx \\ & + \sum_{\bar{S}} \frac{\bar{S}^1 S^R}{k_s} + \sum_P \int_L (\bar{M}_y^1 \Delta d\varphi_y^T + \bar{M}_z^1 \Delta d\varphi_z^T + \bar{N}^1 \Delta dx^T) - \sum_{\bar{R}} \bar{R}_1 \Delta r \end{aligned}$$