



Politechnika Wrocławska

MECHANIKA BUDOWLI

Wykład 3

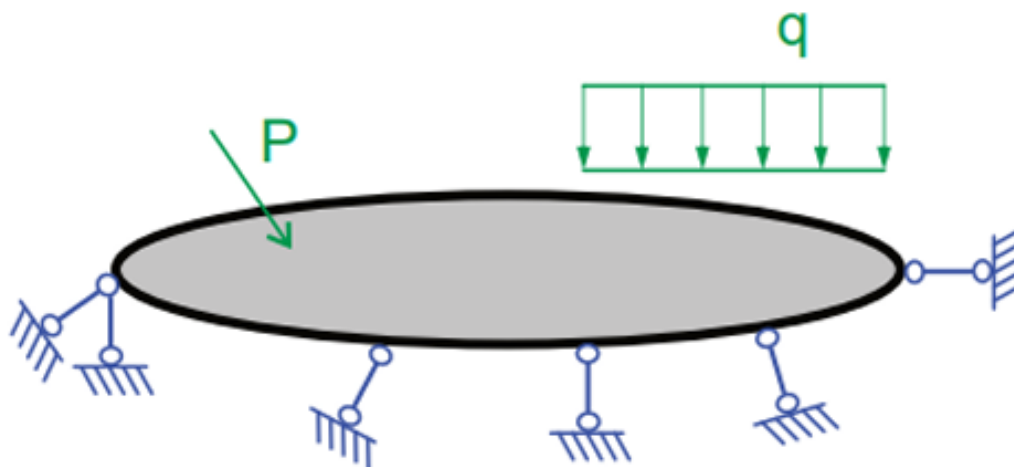
PRZESTRZENNE UKŁADY PRĘTOWE SN METODA SIŁA

Prowadzący: dr inż. Olga Szytko-Bigus

METODA SIŁ - PRZYPOMNIENIE

KROK 1. Obliczenie stopienia statycznej niewyznaczalności układu n_h

Układ rzeczywisty GN i SN



Układy przestrzenne

$$n_h = e - 6t$$

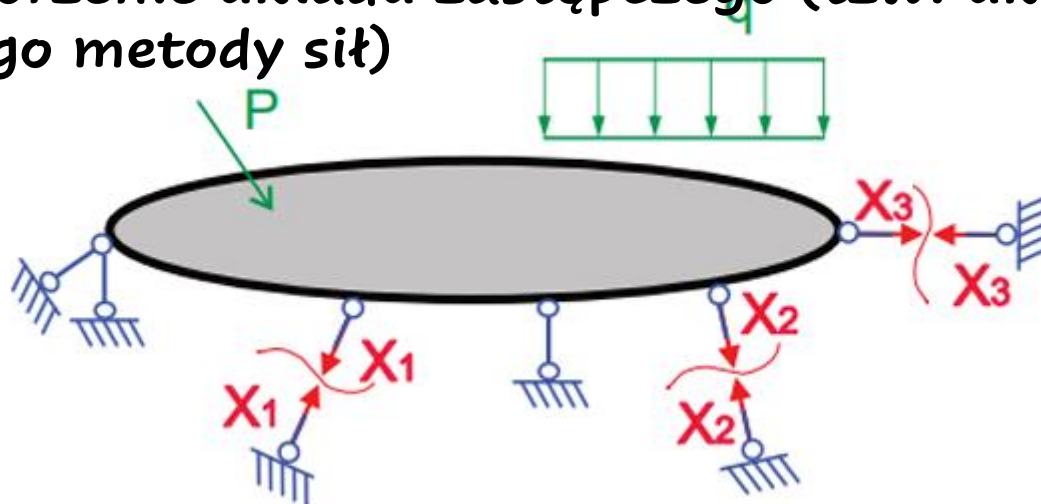
Układy płaskie

$$n_h = e - 3t$$

Konieczność przeprowadzenia pełnej analizy kinematycznej!

METODA SIŁ - PRZYPOMNIENIE

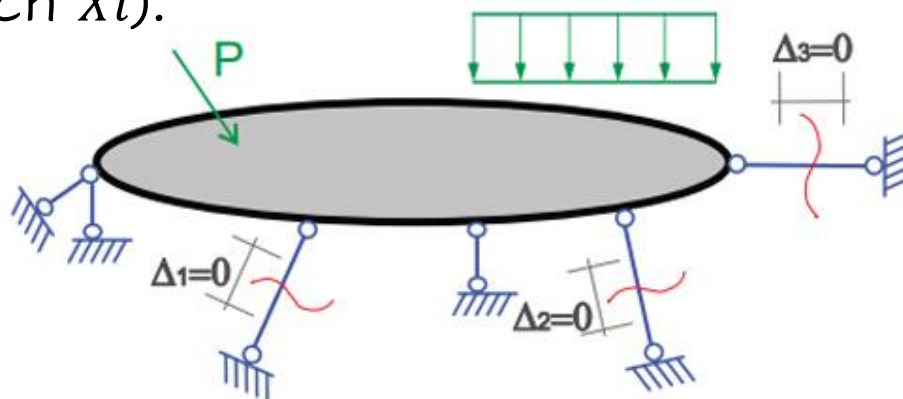
KROK 2. Utworzenie układu zastępczego (tzw. układu podstawowego metody sił)



1. Aby utworzyć układ zastępczy, układ rzeczywisty pozbawia się wszystkich nadliczbowych n_h więzi, tak by po przecięciu tych więzi układ pozostał geometrycznie niezmienny GN. Jeżeli przetniemy dokładnie n_h więzi to układ zastępczy będzie także statycznie wyznaczalny SW.
2. W miejsce przeciętych więzi wprowadza się niewiadome siły uogólnione tzw. siły hiperstatyczne, oznaczone jako X_i , $i = \{1, \dots, n_h\}$, które zastępują oddziaływanie przeciętej więzi na obydwie części łączonych przez wieź elementów konstrukcji.

METODA SIŁ - PRZYPOMNIENIE

KROK 3. Zbudowanie układu równań metody sił (z tego układu wylicza się wartości nadliczbowych sił hiperstatycznych X_i).



$$\bar{\Delta}_i = \sum_{j=1}^{n_h} \delta_{ij} X_j + \bar{\Delta}_{iF}$$

1. Przemieszczenia w układzie rzeczywistym Δ_i są przemieszczeniami w miejscu i na kierunku istniejących więzi, stąd każde z tych przemieszczeń musi równać się zero $\Delta_i = 0$, $i = \{1, \dots, n_h\}$.

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \bar{\Delta}_{1F} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \bar{\Delta}_{2F} = 0$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \bar{\Delta}_{3F} = 0$$

Zapis macierzowy

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_{1F} \\ \bar{\Delta}_{2F} \\ \bar{\Delta}_{3F} \end{bmatrix} = 0$$

METODA SIŁ -Równanie kanoniczne

Ogólna postać liniowego układu równań metody sił (warunkowy układ równań metody sił, gdyż równania wynikają z warunku ciągłości konstrukcji, czyli ograniczeń jakie nakłada się na przemieszczenia konstrukcji w miejscu i na kierunku przeciętych więzi warunkowych Δ_i) ma postać:

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^{n_h} \delta_{ij} X_j + \delta_{iF}$$

Należy wyznaczyć takie wartości sił nadliczbowych X_j , aby odkształcenia i przemieszczenia w układzie podstawowym w miejscu i na kierunku przeciętych więzi były takie jak w układzie rzeczywistym.



METODA SIŁ - PRZYPOMNIENIE

KROK 4. Wyliczenie współczynników układu równań metody sił δ_{ij}

 $\bar{1}_i \delta_{ij}$

$$= \sum_p \int \frac{\bar{M}_x^i \bar{M}_x^j}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_y^i \bar{M}_y^j}{EI_y} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_z^i \bar{M}_z^j}{EI_z} + \sum_p \int \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i \bar{T}_y^j}{GA} dx + \sum_p \int \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i \bar{T}_z^j}{GA} dx + \sum_p \int \frac{\bar{N}^i \bar{N}^j}{EA} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \bar{S}_n^j}{k_n}$$

 $\bar{1}_i \delta_{iF}$

$$= \sum_p \int \frac{\bar{M}_x^i \bar{M}_x^F}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_y^i \bar{M}_y^F}{EI_y} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_z^i \bar{M}_z^F}{EI_z} + \sum_p \int \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i \bar{T}_y^F}{GA} dx + \sum_p \int \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i \bar{T}_z^F}{GA} dx + \sum_p \int \frac{\bar{N}^i \bar{N}^F}{EA} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \bar{S}_n^F}{k_n}$$

Nadkreślenie oznacza, że odpowiednie wartości wyliczane są w układzie podstawowym SW.

METODA SIŁ - PRZYPOMNIENIE

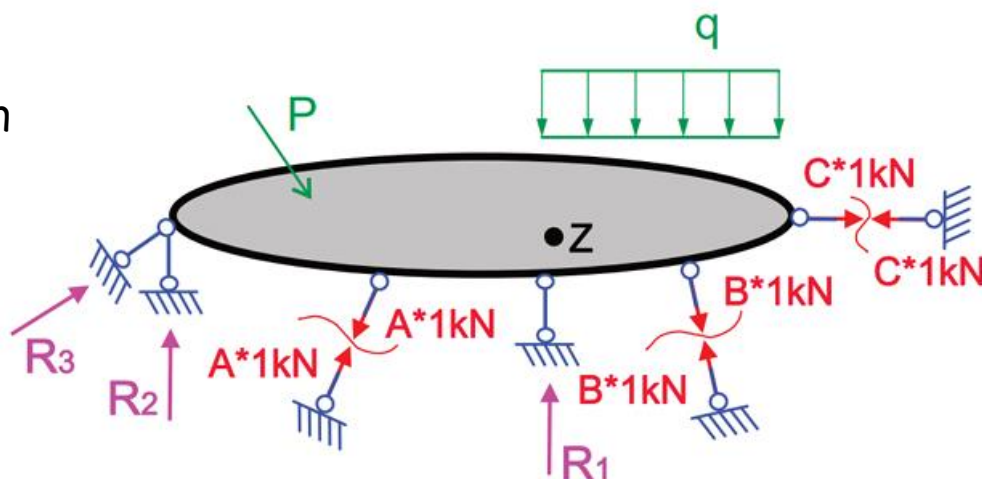
KROK 5. Rozwiązanie układu równań metody sił

Na tym etapie należy wyliczyć wartości niewiadomych sił hiperstatycznych X_i poprzez rozwiązanie układu równań metody sił.

$$X_1 = A, \quad X_2 = B, \quad X_3 = C.$$

KROK 6. Sporządzenie wykresów sił przekrojowych w układzie rzeczywistym SN.

Po wyznaczeniu niewiadomych wartości X_i pozostałe reakcje wylicza się za pomocą równań równowagi sił, czyli rzeczywista konstrukcja na tym etapie jest SW lub korzystając z superpozycji rozwiązania.





METODA SIŁ - PRZYPOMNIENIE

KROK 7. Kontrola poprawności uzyskanych rozwiązań

Kontrola statycznej dopuszczalności uzyskanych rozwiązań

Aby sprawdzić czy rozwiązanie jest statycznie dopuszczalne należy :

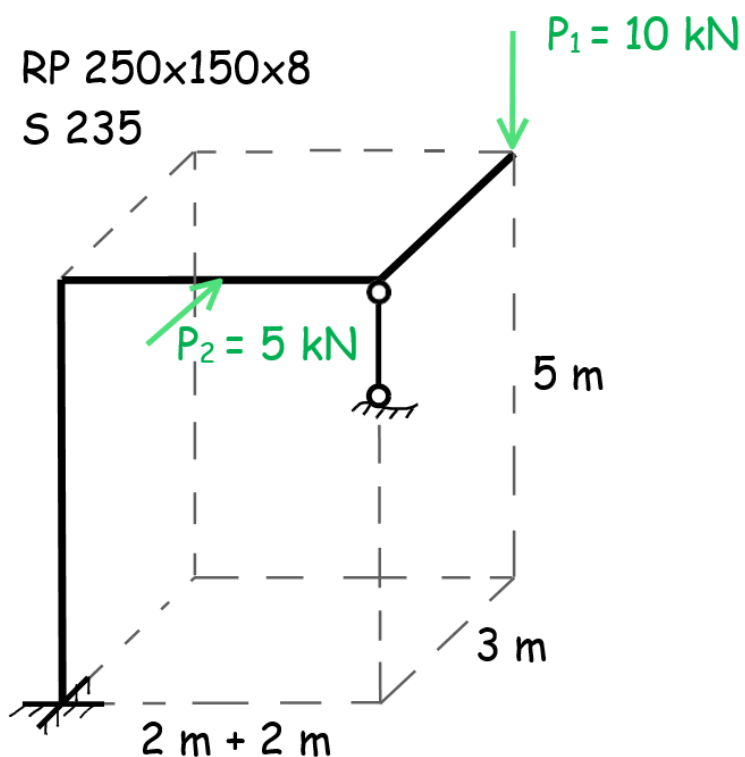
- sprawdzić równowagę sił we wszystkich węzłach
- sprawdzić równowagę sił we wszystkich prętach
- sprawdzić czy układ sił czynnych (obciążenie) i układ sił biernych (reakcje) tworzą zrównoważony układ sił

Kontrola kinematycznej dopuszczalności uzyskanych rozwiązań

Jest to tzw. kontrola ciągłości konstrukcji w wybranych jej punktach- zwykle w miejscu nadliczbowych sił, choć nie jest to warunek konieczny. W ramach kontroli kinematycznej sprawdzamy czy wyliczone przemieszczenia w układzie zadany są zgodne z warunkami podparcia i ciągłości konstrukcji.

PRZYKŁAD – METODA SIŁ

1. Analiza GN i SW układu



Warunek ilościowy:

$$nh = e - 6t$$

$e = 7$ (liczba więzi elementarnych)

$t = 1$ (liczba tarcz otwartych)

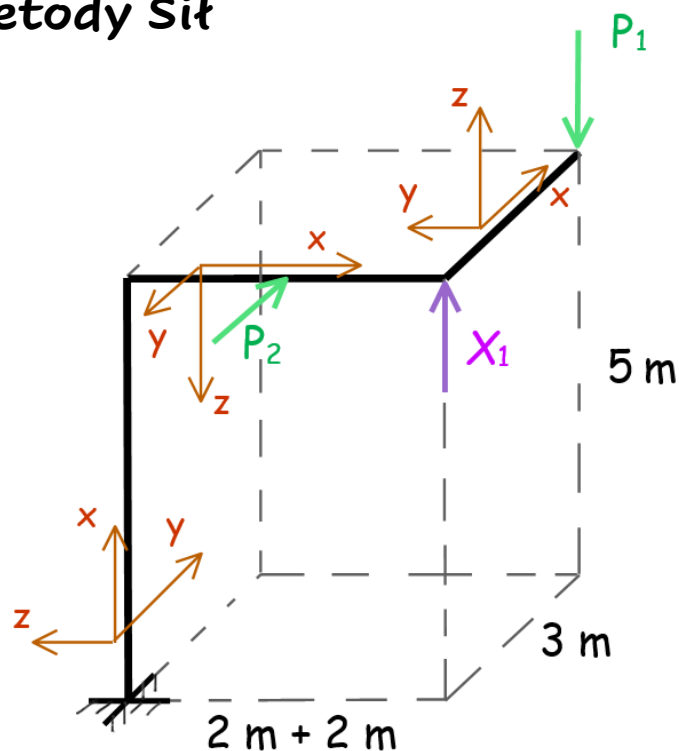
$$nh = 7 - 6 \cdot 1 = 1$$

Warunek jakościowy:

Sprawdzenie warunku jakościowego może wymagać analizy wyznacznika macierzy sztywności lub podatności. W sytuacji, gdy wyznacznik ten jest równy zero, czyli macierz jest osobliwa, a wówczas układ jest geometrycznie zmienny.

PRZYKŁAD – METODA SIŁ

2. Dobór układu podstawowego Metody Sił



Wartości sztywności:

$$GI_x = 3\,985,48 \text{ kNm}^2$$

$$EI_y = 10\,733,10 \text{ kNm}^2$$

$$EI_z = 4\,825,80 \text{ kNm}^2$$

$$EA = 1\,276\,800,00 \text{ kN}$$
$$GA = 492\,480,00 \text{ kN}$$

Współczynniki kształtu przy ścinaniu:

$$K_y = 2,67 \text{ (wg EC 3)}$$

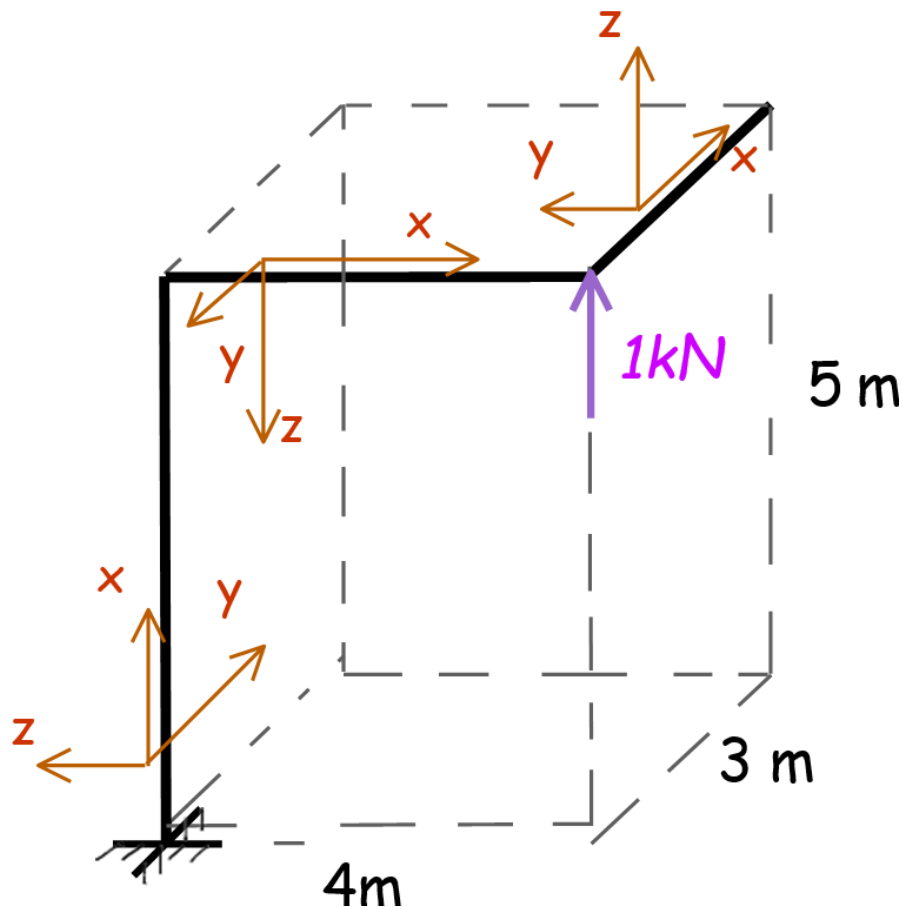
$$K_z = 1,60 \text{ (wg EC 3)}$$

Układ podstawowy – zastępczy Metody Sił tworzymy z układu rzeczywistego poprzez „przecięcie” wszystkich nadliczbowych n_h więzi, tak by po przecięciu tych więzi układ pozostał geometrycznie niezmienny GN. Jeżeli przetniemy dokładnie n_h więzi to układ zastępczy będzie także statycznie wyznaczalny SW.

PRZYKŁAD – METODA SIŁ

3. Rozwiązanie układu podstawowego

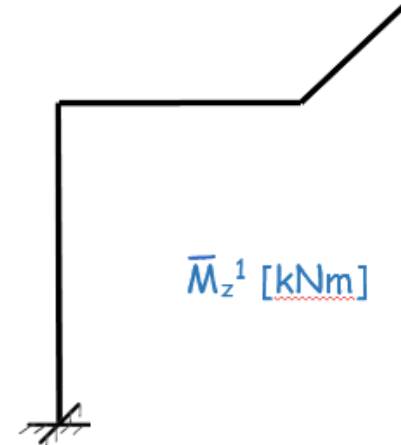
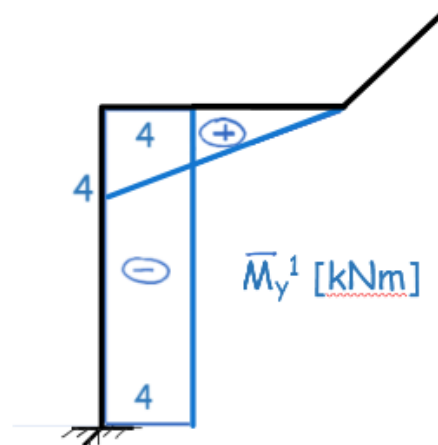
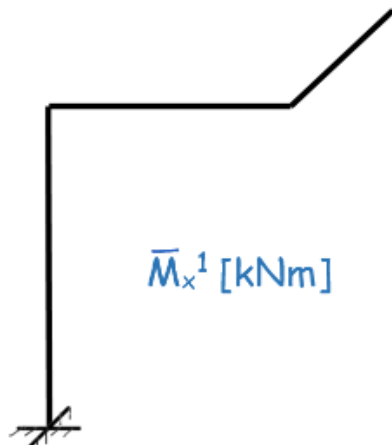
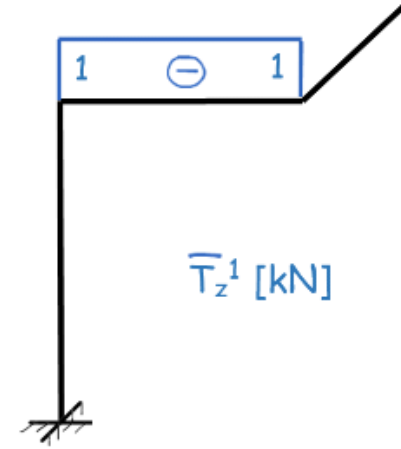
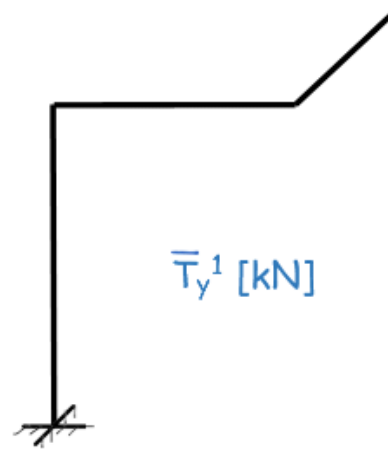
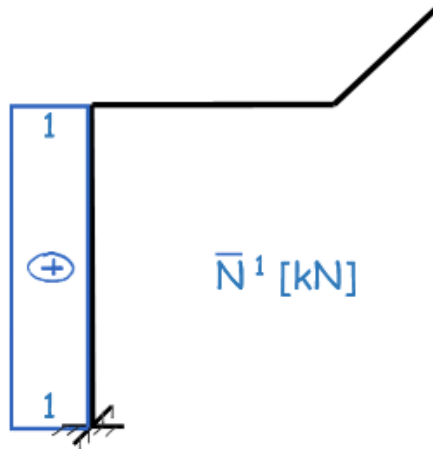
3.1. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego przyłożonego w miejscu i na kierunku przeciętej więzi nadliczbowej





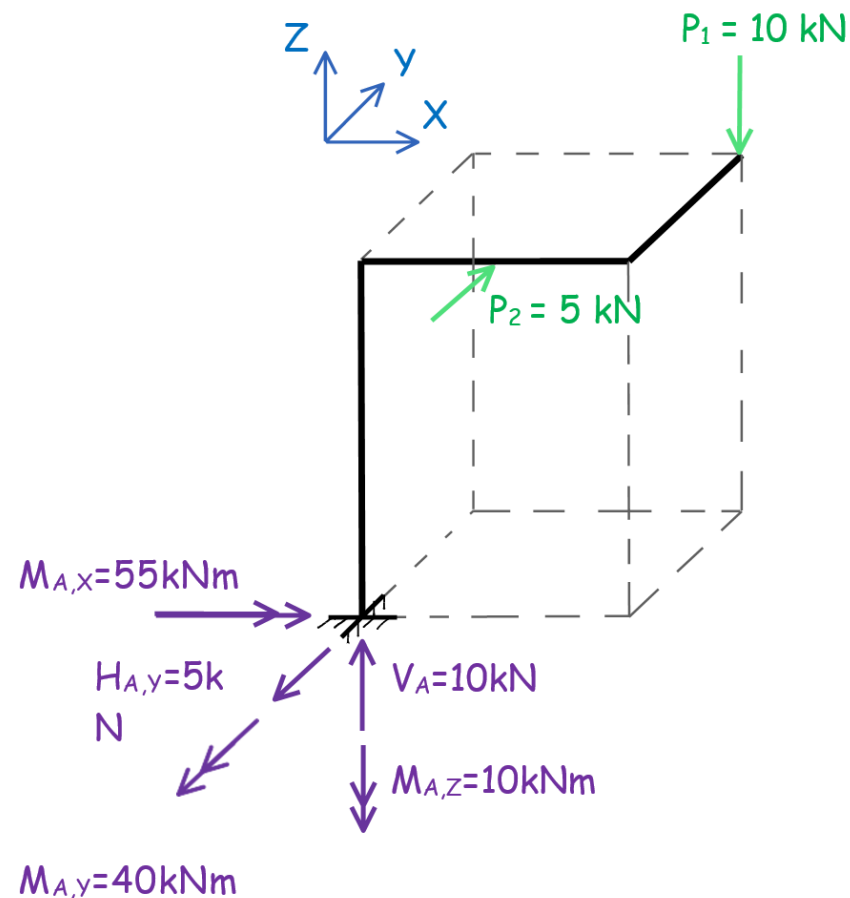
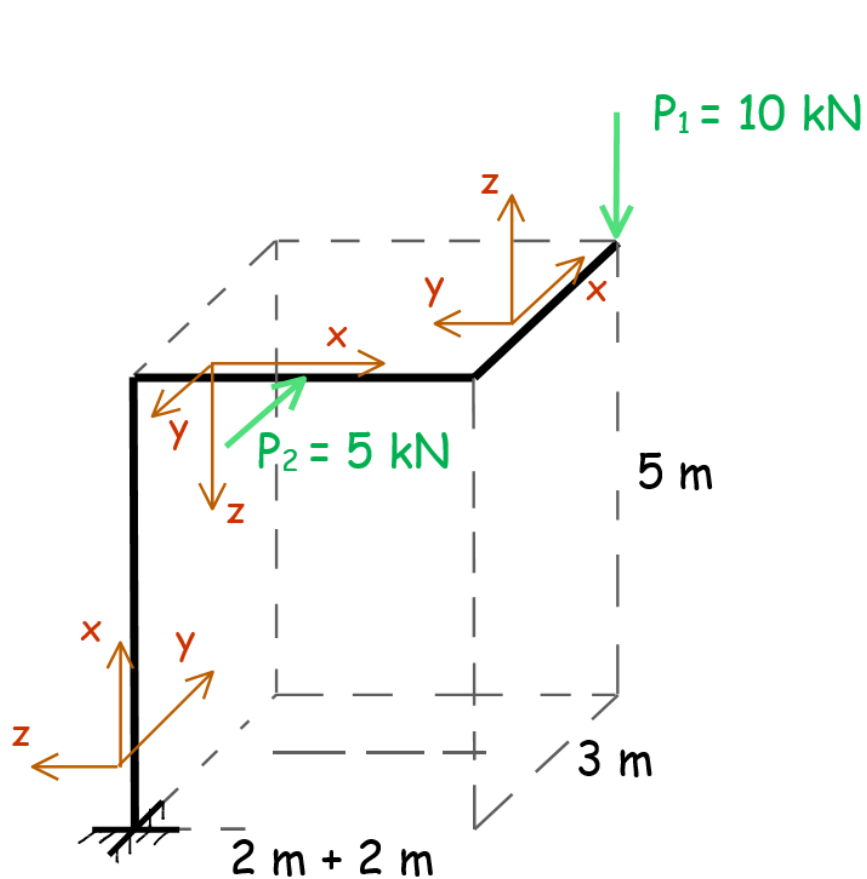
PRZYKŁAD – METODA SIŁ

Wykresy sił wewnętrznych - stan $X_1 = 1$ kN



PRZYKŁAD – METODA SIŁ

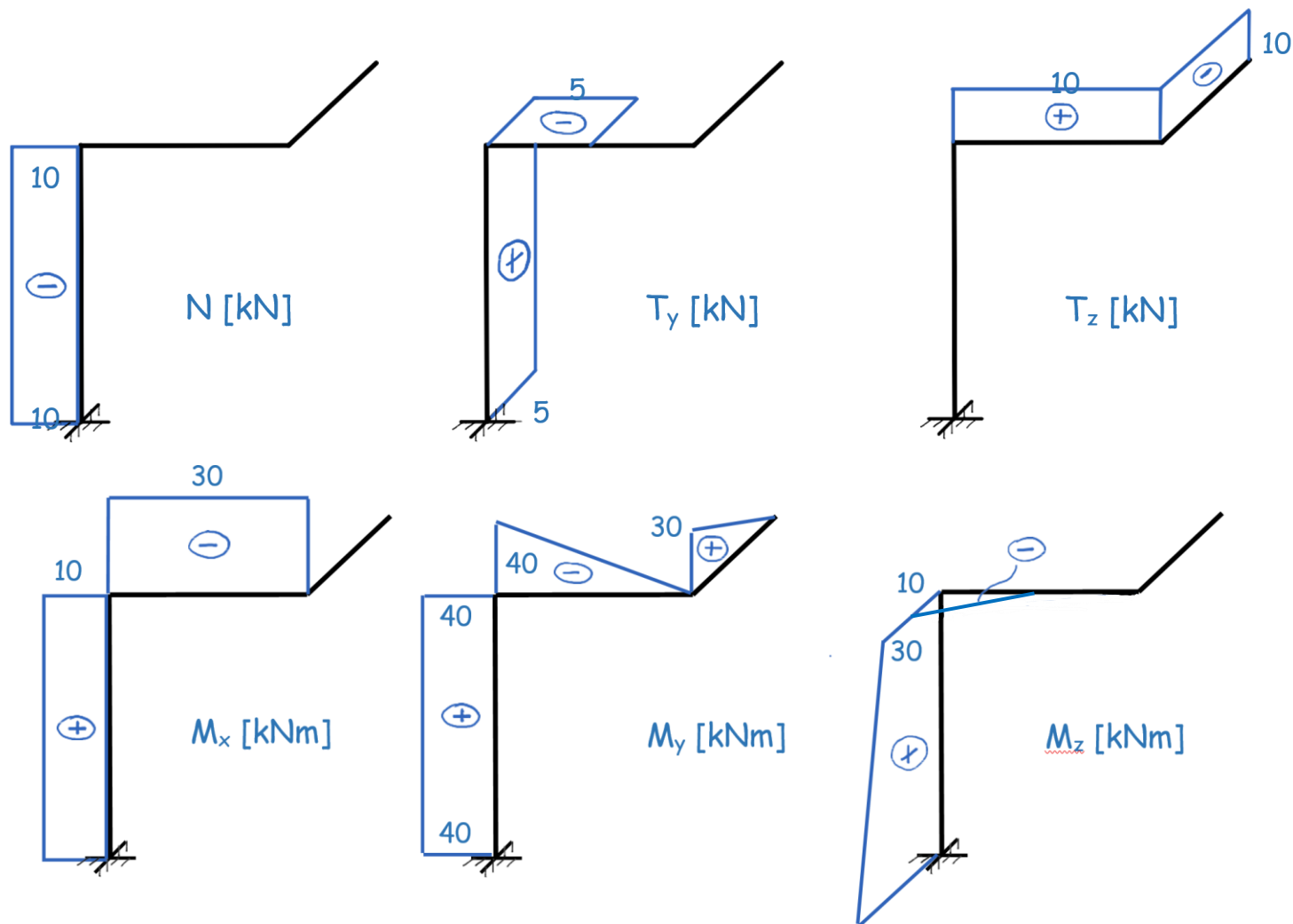
3.2. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia zadanego (zewnętrznego)





PRZYKŁAD – METODA SIŁ

Wykresy sił wewnętrznych – stan F (P, M, q)





PRZYKŁAD – METODA SIŁ

4. Równanie kanoniczne Metody Sił

Ogólna postać liniowego układu równań metody sił ma postać:

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^{n_h} \delta_{ij} X_j + \delta_{iF}$$

$$\bar{1}_i \delta_{ij}$$

$$= \sum_p \int \frac{\bar{M}_x^i \bar{M}_x^j}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_y^i \bar{M}_y^j}{EI_y} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_z^i \bar{M}_z^j}{EI_z} dx + \sum_p \int \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i \bar{T}_y^j}{GA} dx + \sum_p \int \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i \bar{T}_z^j}{GA} dx + \sum_p \int \frac{\bar{N}^i \bar{N}^j}{EA} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \bar{S}_n^j}{k_n}$$

$$\bar{1}_i \delta_{iF}$$

$$= \sum_p \int \frac{\bar{M}_x^i \bar{M}_x^F}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_y^i \bar{M}_y^F}{EI_y} dx + \sum_p \int \frac{\bar{M}_z^i \bar{M}_z^F}{EI_z} dx + \sum_p \int \kappa_y \frac{\bar{T}_y^i \bar{T}_y^F}{GA} dx + \sum_p \int \kappa_z \frac{\bar{T}_z^i \bar{T}_z^F}{GA} dx + \sum_p \int \frac{\bar{N}^i \bar{N}^F}{EA} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \bar{S}_n^F}{k_n}$$

PRZYKŁAD – METODA SIŁ

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1F} = 0$$

$$1kN \cdot \delta_{11} = \sum_p \int \frac{\bar{M}_y^1 \bar{M}_y^1}{EI_y} dx + \sum_p \int \kappa_z \frac{\bar{T}_z^1 \bar{T}_z^1}{GA} dx + \sum_p \int \frac{\bar{N}^1 \bar{N}^1}{EA} dx$$

$$\delta_{11} = 9,441 \cdot 10^{-3} + 3,916 \cdot 10^{-6} + 1,300 \cdot 10^{-5} = 9,445 \cdot 10^{-3} + 1,300 \cdot 10^{-5} = 9,458 \cdot 10^{-5} [m]$$

Właściwości węzła : 8 - ...

Geometria Przemieszczenia Reakcje

Węzeł nr : 8

UX (m)	UY (m)	UZ (m)
-4,658e-03	9,324e-18	9,445e-03

RX (Rad)	RY (Rad)	RZ (Rad)
-0,000	-0,003	-0,000

Zamknij Wydruk Pomoc

Właściwości węzła : 8 - ...

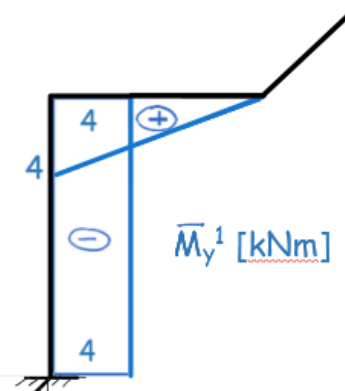
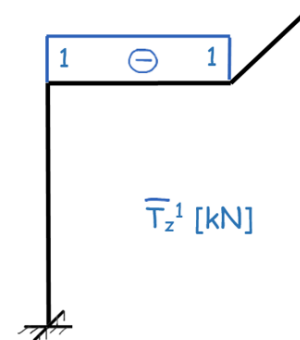
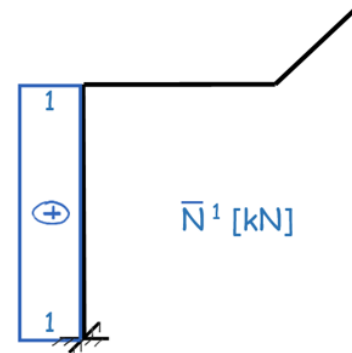
Geometria Przemieszczenia Reakcje

Węzeł nr : 8

UX (m)	UY (m)	UZ (m)
-4,6585e-03	1,3336e-17	9,4575e-03

RX (Rad)	RY (Rad)	RZ (Rad)
0,000	-0,003	0,000

Zamknij Wydruk Pomoc

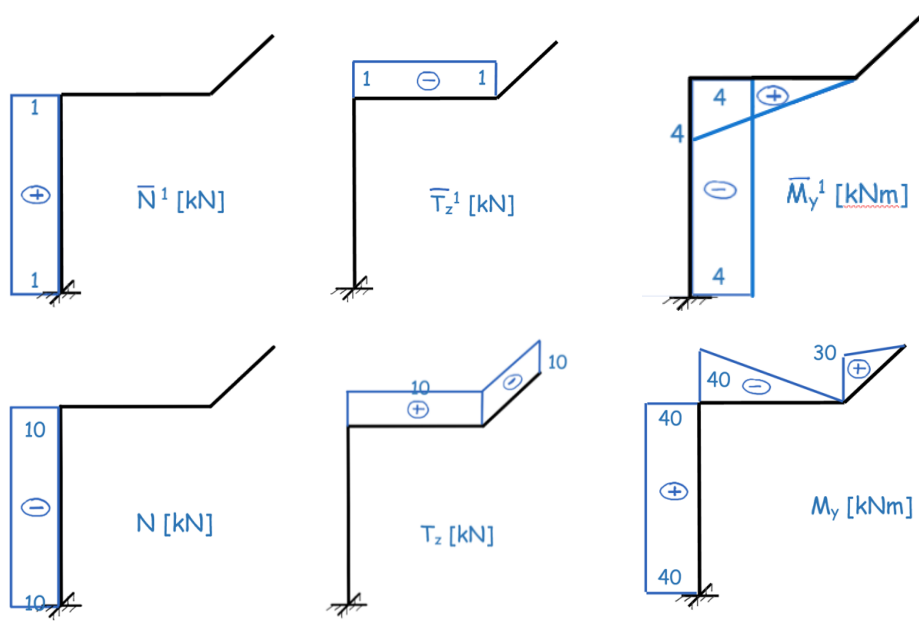




PRZYKŁAD – METODA SIŁ

$$1 \text{ kN} \cdot \delta_{1F} = \sum_p \int \frac{\bar{M}_y^1 \bar{M}_y^F}{EI_y} dx + \sum_p \int \kappa_z \frac{\bar{T}_z^1 \bar{T}_z^F}{GA} dx + \sum_p \int \frac{\bar{N}^1 \bar{N}^F}{EA} dx$$

$$\delta_{1F} = -9,4412 \cdot 10^{-2} - 3,916 \cdot 10^{-5} - 1,2995 \cdot 10^{-4} = -9,445 \cdot 10^{-2} - 1,2995 \cdot 10^{-4} = -9,4581 \cdot 10^{-2} [\text{m}]$$



Po podstawieniu do równania kanonicznego otrzymujemy:

$$9,458 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot X_1 - 9,4581 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0$$

$$X_1 = 10$$

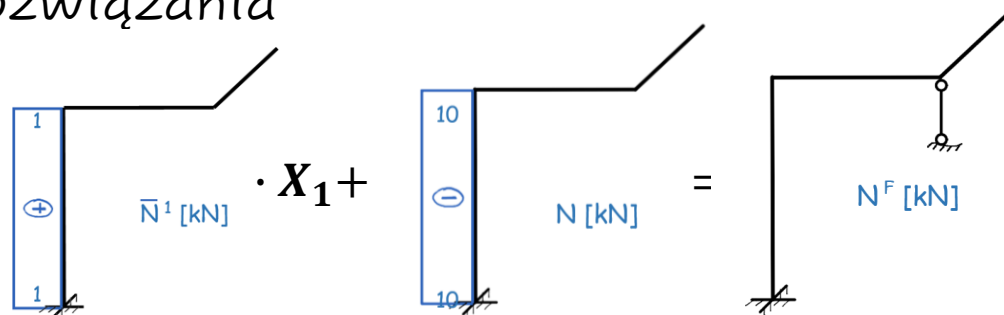
PRZYKŁAD – METODA SIŁ

5. Siły wewnętrzne – obliczenia

Po wyznaczeniu niewiadomych wartości X_i pozostałe reakcje i siły wewnętrzne wylicza się korzystając z jednej z dwóch metod:

- za pomocą równań równowagi sił, czyli rzeczywista konstrukcja na tym etapie jest SW i obciążona jednocześnie obciążeniem zadaniem i znanymi już siłami hiperstatycznymi
- Za pomocą superpozycji rozwiązania

$$S^F = \bar{S}^1 \cdot X_1 + \bar{S}^F$$



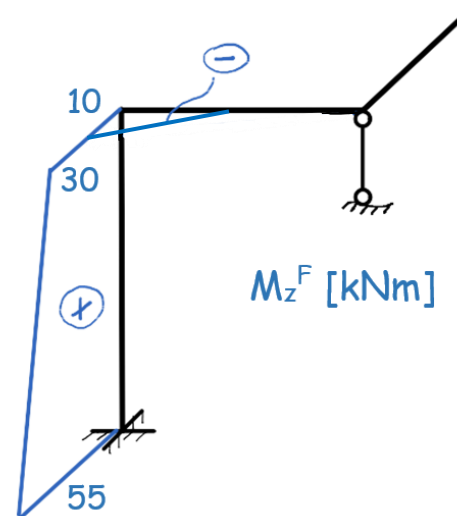
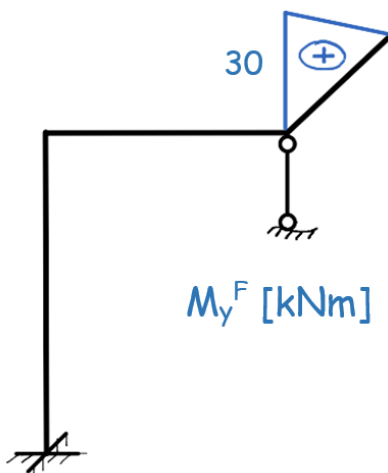
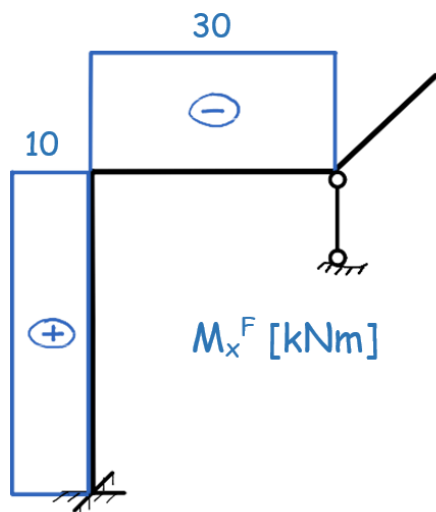
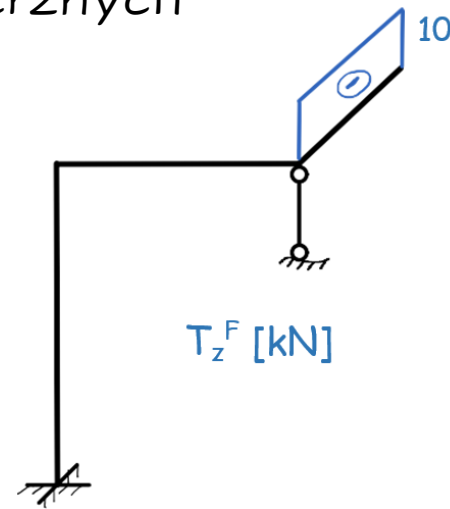
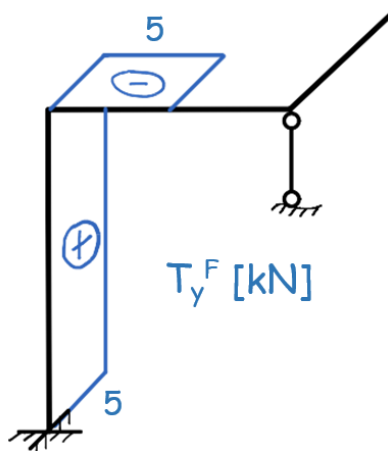
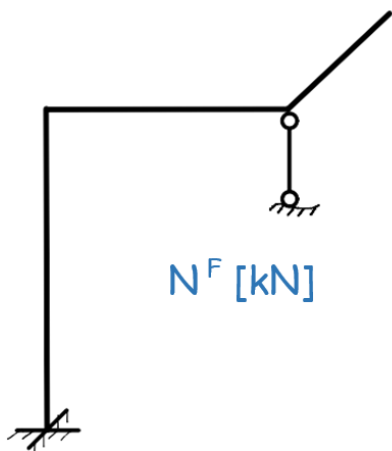
Symbol **S** może tutaj oznaczać zarówno reakcję podporową, jak i dowolną siłę wewnętrzną.

Indeksy górne „i” oraz „F” odnoszą się do stanu jednostkowego i zadanego.



PRZYKŁAD – METODA SIŁ

Rzeczywiste wykresy sił wewnętrznych



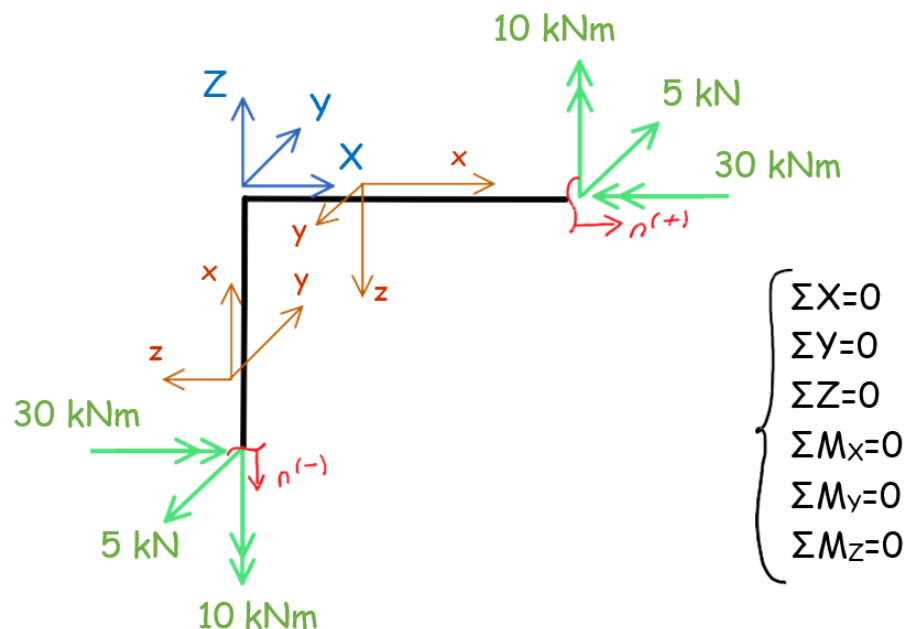
PRZYKŁAD – METODA SIŁ

6. Kontrola rozwiązania

Sprawdzenie – kontrola statycznej i kinematycznej zgodności

Aby zweryfikować poprawność statyczną rozwiązania należy sprawdzić równowagę każdego „wyciętego” myślowo pręta i węzła.

Aby zweryfikować kinematyczną poprawność rozwiązania należy sprawdzić zgodność przemieszczeń w tylu punktach ile wynosi stopień statycznej niewyznaczalności układu.

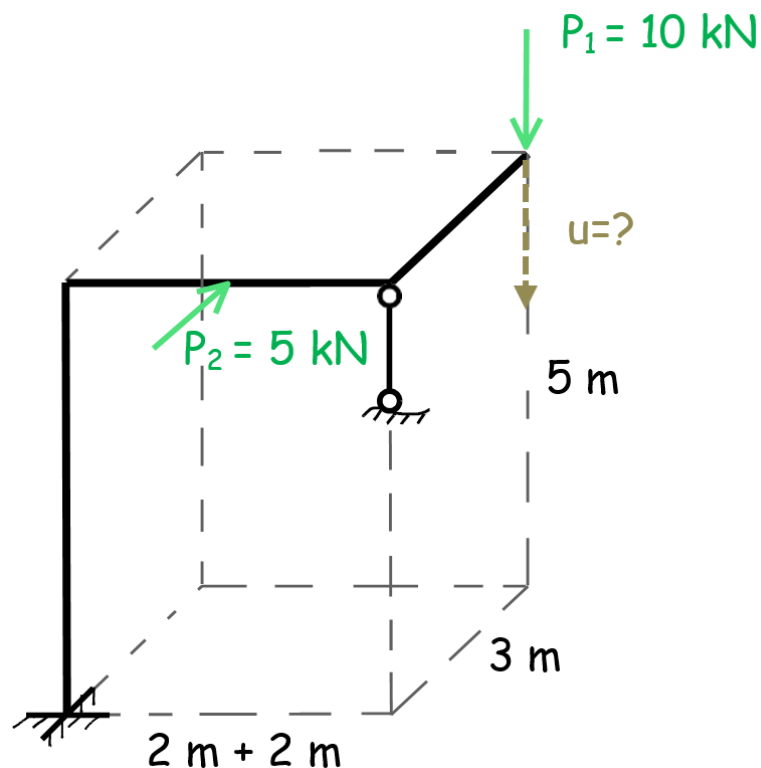


7. Obliczanie przemieszczeń w układach SN

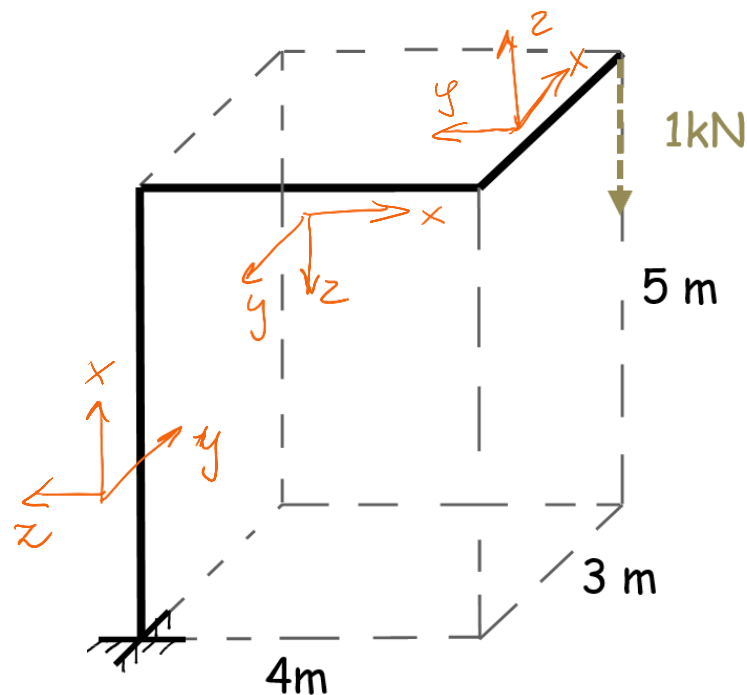
$$\begin{aligned}\Delta_{iF} &= \Delta_i^F \\ &= \sum_p \int \frac{M_x^i M_x^F}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{M_y^i M_y^F}{EI_y} dx + \sum_p \int \frac{M_z^i M_z^F}{EI_z} dx + \sum_p \int \kappa_y \frac{T_y^i T_y^F}{GA} dx \\ &+ \sum_p \int \kappa_z \frac{T_z^i T_z^F}{GA} dx + \sum_p \int \frac{N^i N^F}{EA} dx + \sum_n \frac{S_n^i S_n^F}{k_n} \\ &= \sum_p \int \frac{\overline{M}_x^i \overline{M}_x^F}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{\overline{M}_y^i \overline{M}_y^F}{EI_y} dx + \sum_p \int \frac{\overline{M}_z^i \overline{M}_z^F}{EI_z} dx + \sum_p \int \kappa_y \frac{\overline{T}_y^i \overline{T}_y^F}{GA} dx \\ &+ \sum_p \int \kappa_z \frac{\overline{T}_z^i \overline{T}_z^F}{GA} dx + \sum_p \int \frac{\overline{N}^i \overline{N}^F}{EA} dx + \sum_n \frac{\overline{S}_n^i \overline{S}_n^F}{k_n} \\ &= \sum_p \int \frac{M_x^i \overline{M}_x^F}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{M_y^i \overline{M}_y^F}{EI_y} dx + \sum_p \int \frac{M_z^i \overline{M}_z^F}{EI_z} dx + \sum_p \int \kappa_y \frac{T_y^i \overline{T}_y^F}{GA} dx \\ &+ \sum_p \int \kappa_z \frac{T_z^i \overline{T}_z^F}{GA} dx + \sum_p \int \frac{N^i \overline{N}^F}{EA} dx + \sum_n \frac{S_n^i \overline{S}_n^F}{k_n}\end{aligned}$$

7. Obliczanie przemieszczeń w układach SN

Oblicz wartość zaznaczonego przemieszczenia u .



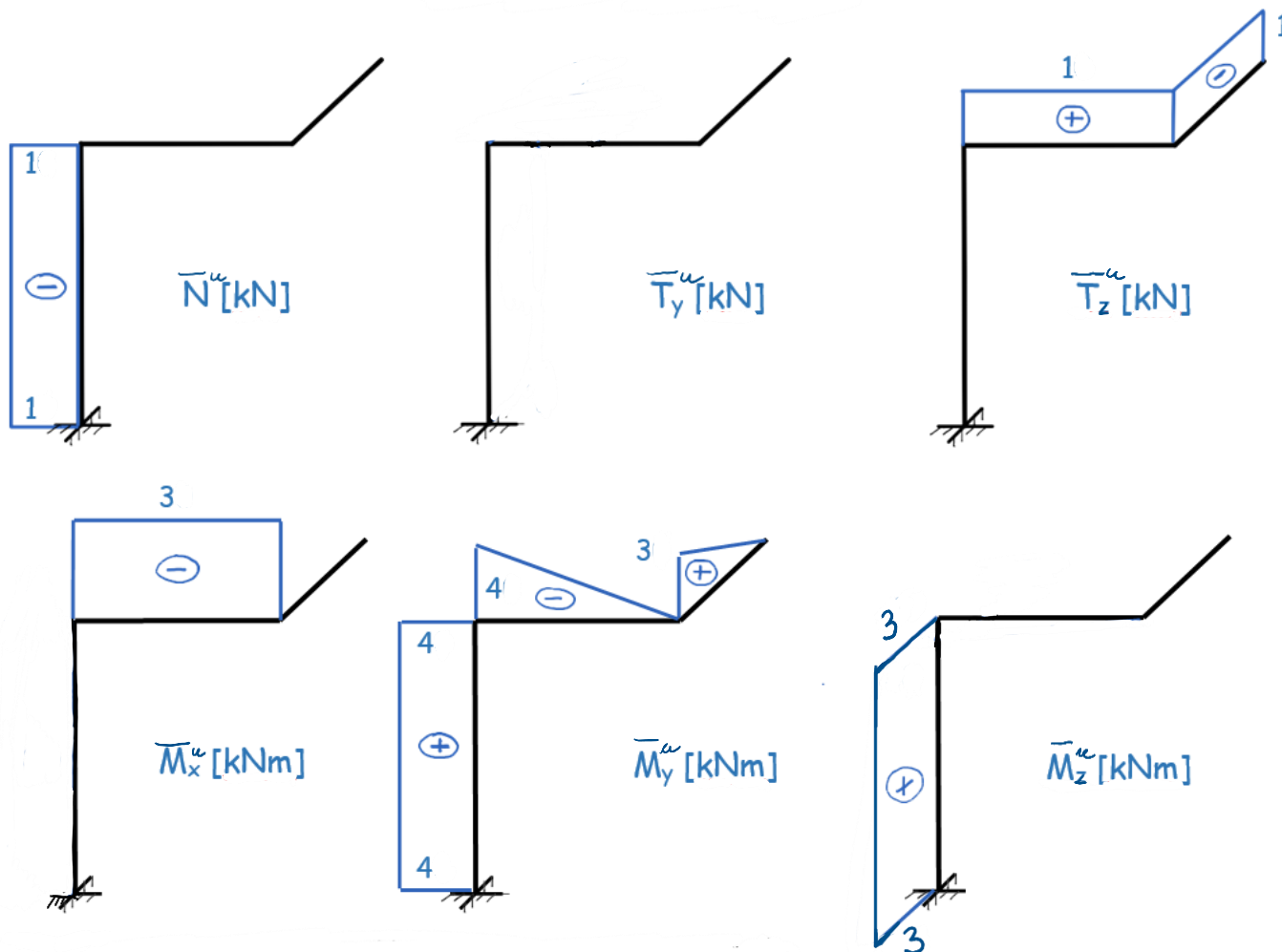
Przyjęty dowolny układ statycznie wyznaczalny wraz z obciążeniem jednostkowym w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia





7. Obliczanie przemieszczeń w układach SN

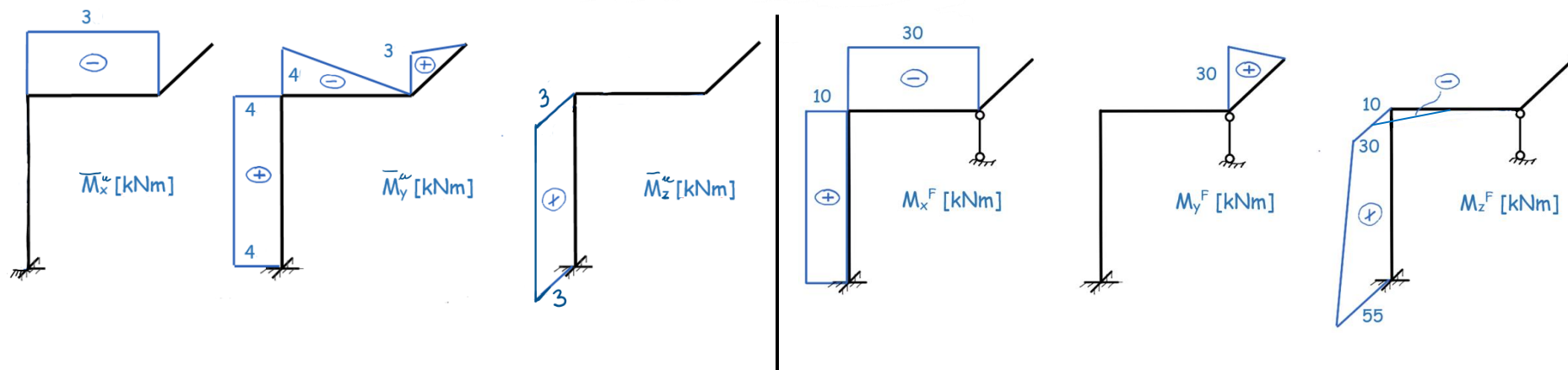
Wykresy sił wewnętrznych - stan $u = 1$ kN





7. Obliczanie przemieszczeń w układach SN

Obliczenie szukanego przemieszczenia



$$1\text{kN} \cdot \Delta_{iu} = \frac{(-3\text{kN}) \cdot 4\text{m} \cdot (-30\text{kN})}{EI_x} + \frac{0.5 \cdot 3\text{m} \cdot 3\text{kNm} \cdot \frac{2}{3} \cdot 30\text{kNm}}{EI_y} +$$

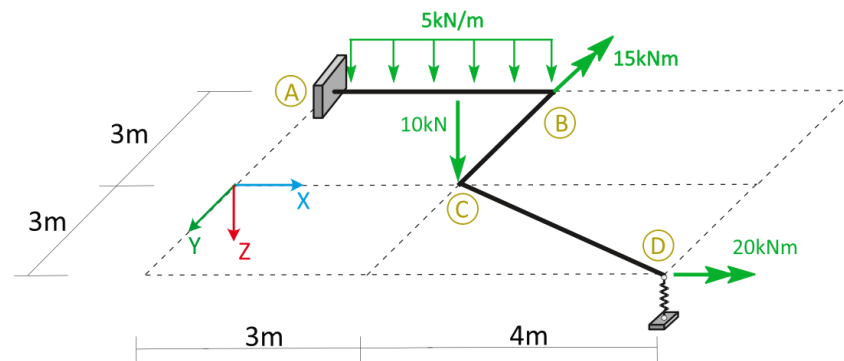
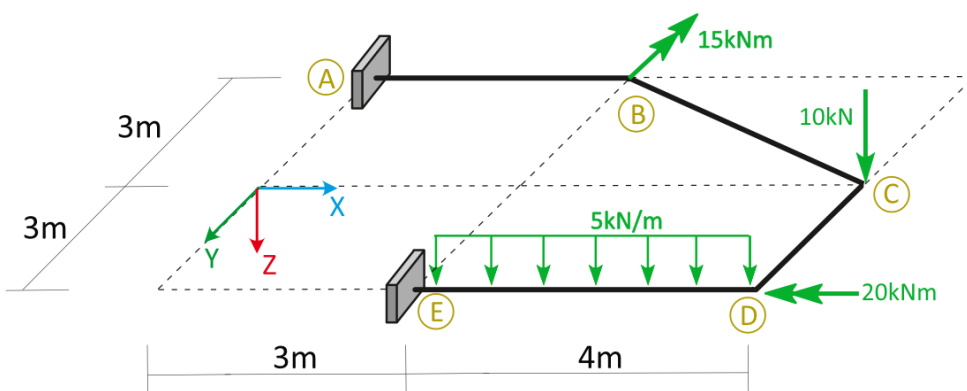
$$\frac{0.5 \cdot (10\text{kNm} + 55\text{kNm}) \cdot 5\text{m} \cdot 3\text{kNm}}{EI_z} = \frac{360(\text{kN})^2\text{m}}{3985,48\text{kNm}^2} +$$

$$\frac{90(\text{kN})^2\text{m}}{10733,10\text{kNm}^2} + \frac{487,5(\text{kN})^2\text{m}}{4825,8\text{kNm}^2} = (0,90328 + 0,008385 + 0,10102) \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\Delta_{iu} = 0,199733\text{m}$$

8. Dźwigary załamane w planie

Dźwigarem załamanym w planie nazywamy złożony płaski układ prętowy (położony w jednej płaszczyźnie), przeznaczony do przenoszenia obciążeń prostopadłych do płaszczyzny dźwigara (lub ewentualnie obciążenia w płaszczyźnie dźwigara).

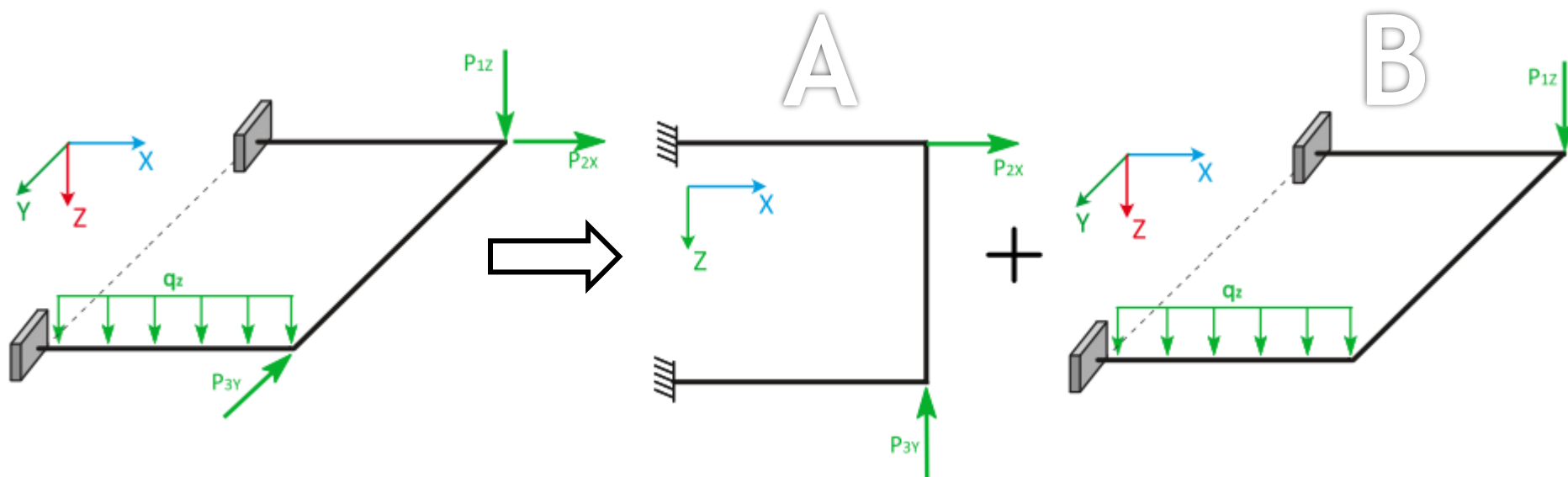


- Jeżeli w każdym przekroju pręta jedna z głównych osi bezwładności leży w płaszczyźnie dźwigara (x, y) a druga oś główna jest do tej płaszczyzny prostopadła ($\parallel z$) to skutki działania obu podzbiorów obciążenia są rozłączne.

Dźwigary załamane w planie są szczególnym przypadkiem konstrukcji przestrzennych.

8. Dźwigary załamane w planie

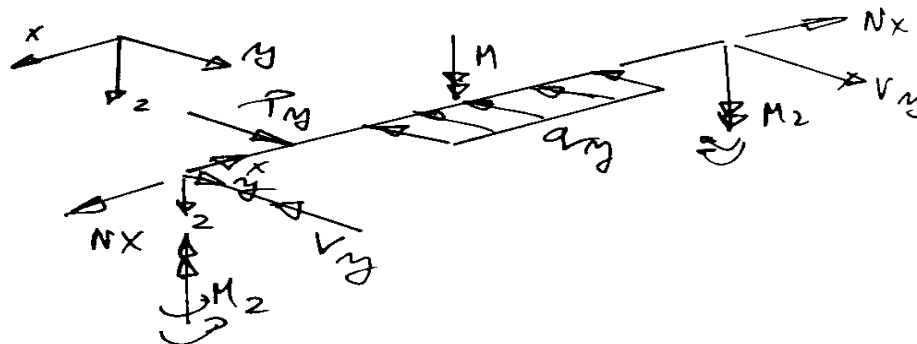
Obciążenie działające na dźwigar załamany w planie można rozłożyć na podzbiór sił działających w płaszczyźnie dźwigara oraz na podzbiór działający prostopadłe do płaszczyzny.



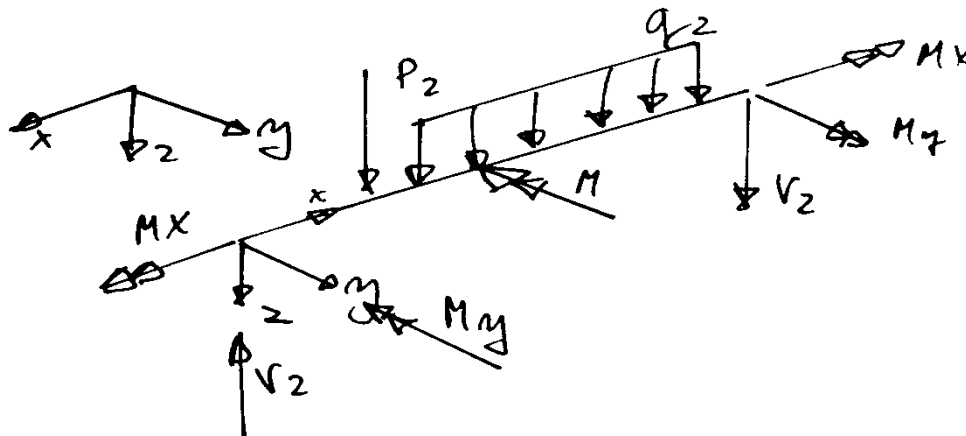
- Wskutek tego można niezależnie rozwiązać układ A oraz B, gdyż układy A i B wywołują inne siły wewnętrzne (działające w innych płaszczyznach).
- Konstrukcja załamana w planie zawsze leży na jednej płaszczyźnie (nie leży w przestrzeni), natomiast siły mogą działać w dowolnej płaszczyźnie.

8. Dźwigary załamane w planie

Podzbiór obciążeń działających w płaszczyźnie dźwigara powoduje płaski stan naprężenia, w którym siły przekrojowe N_x , V_y , M_z są jak w zadaniu płaskim.



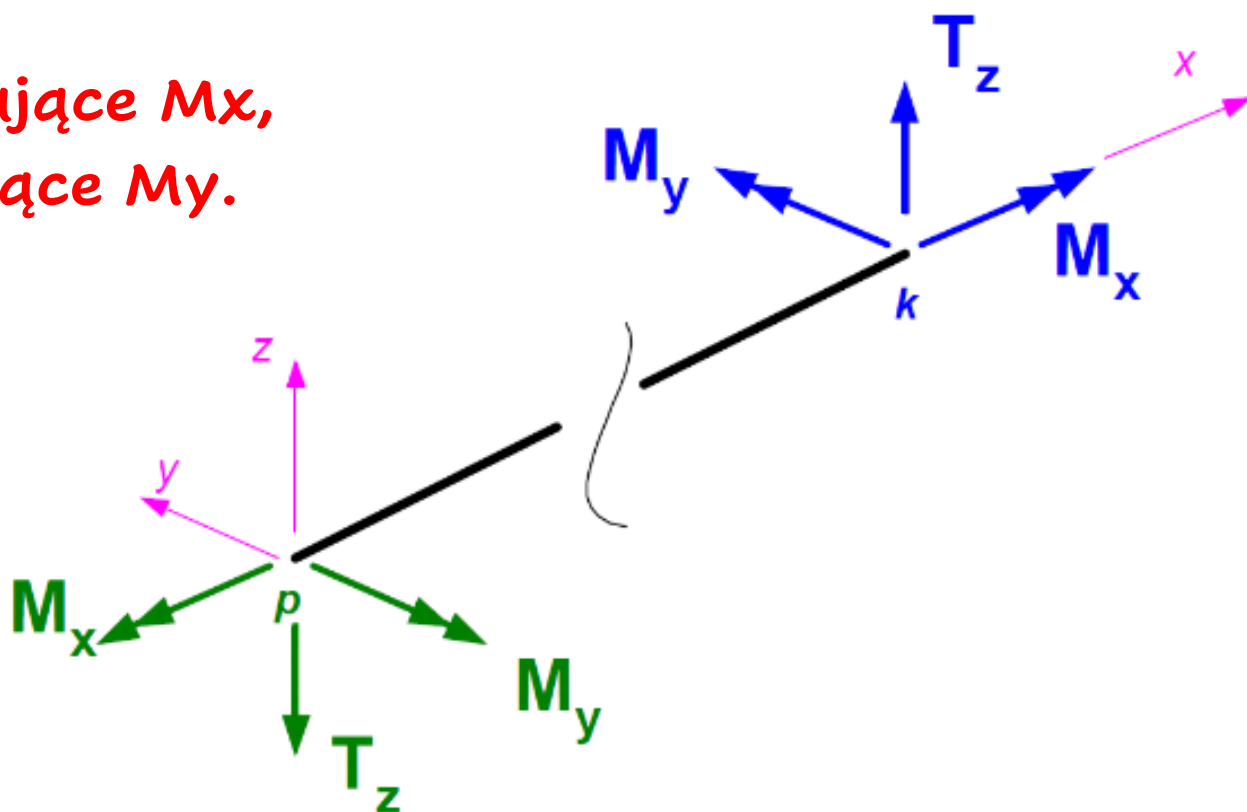
Podzbiór obciążeń działających prostopadłe do płaszczyzny dźwigara powoduje przestrzenny (w ograniczonym zakresie) stan naprężenia, w którym otrzymuje się siły przekrojowe M_x , V_z , M_y .



8. Dźwigary załamane w planie

Siły przekrojowe w układach (dźwigarach) załamanych obciążonych w płaszczyźnie prostopadłej do dźwigara

- Siły pionowe V_z ,
- Momenty skręcające M_x ,
- Momenty zginające M_y .



8. Dźwigary załamane w planie

DŹWIGARY ZAŁAMANE W PLANIE, jakie będziemy rozpatrywać, są układami płaskimi o obciążeniu działającym prostopadle do płaszczyzny dźwigara skonstruowanymi tak, że obciążenia te nie wywołują sił w płaszczyźnie dźwigara.

- W układach tych do liczby e zalicza się tylko więzi translacyjne prostopadłe do płaszczyzny dźwigara i więzi rotacyjne usytuowane w płaszczyznach prostopadłych do płaszczyzny dźwigara.

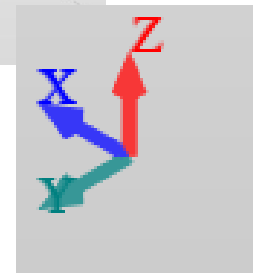
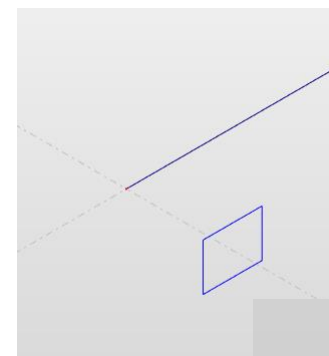
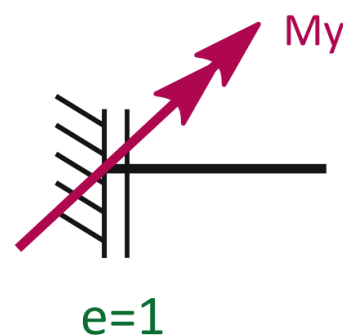
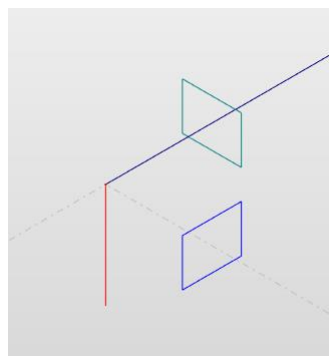
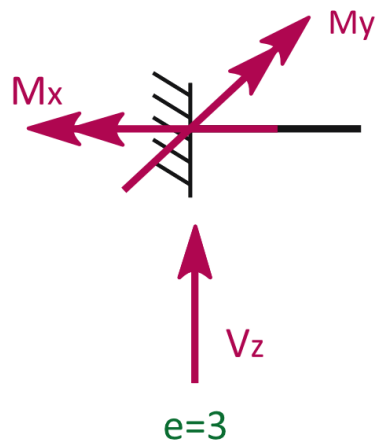
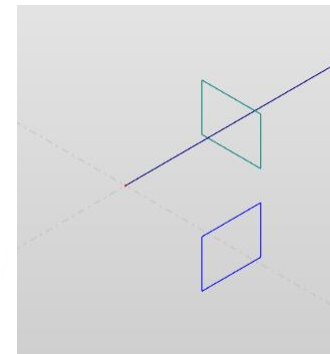
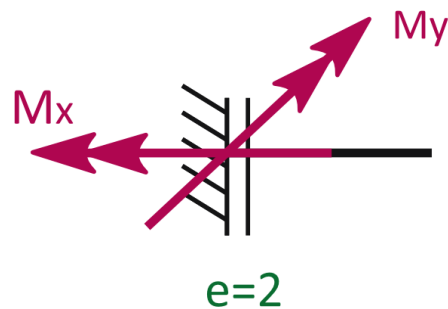
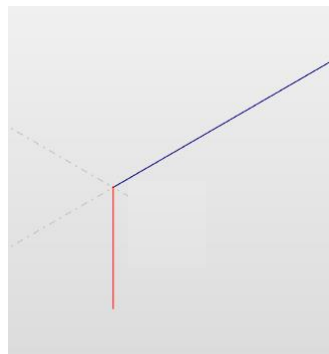
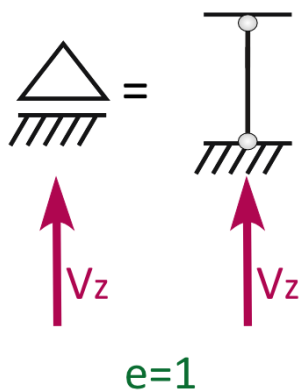
Stopień statycznej niewyznaczalności (SSN) dla układu załamanego w planie, gdzie występują tylko trzy rodzaje sił wewnętrznych tj. M_x , V_z , M_y wynosi:

$$n_h = e - 3t$$

gdzie: e – liczb stopni swobody, t – liczba tarcz.

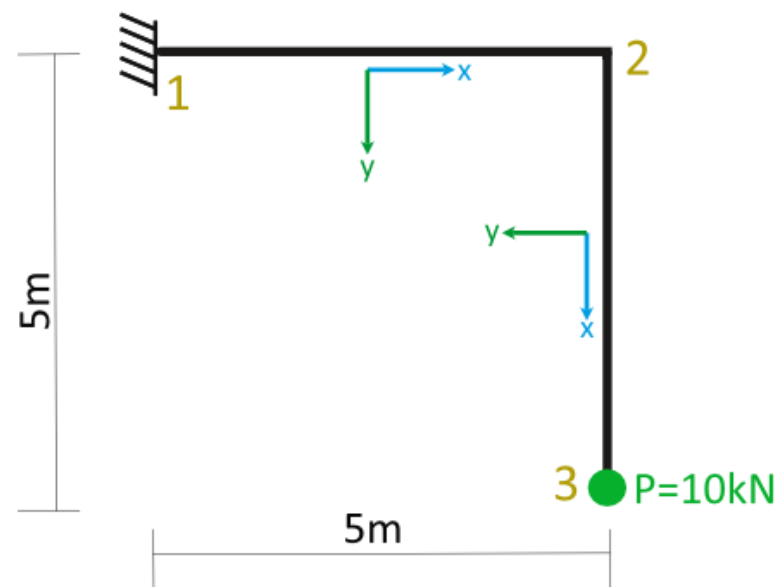
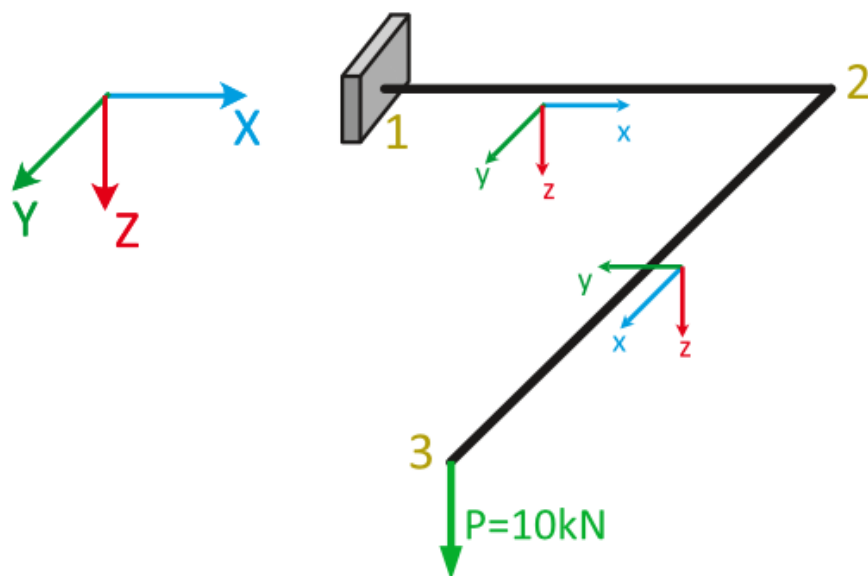
8. Dźwigary załamane w planie

Więzi podporowe i połączenia między tarczami:



8. Dźwigary załamane w planie

Przykład: Wyznaczanie sił wewnętrznych dla SW dźwigarów załamanych w planie – wykonać wykresy M_x , M_y , V_z



$$M_{12}^y = -5m \cdot 10kN = -50kNm$$

$$M_{21}^y = 0 \cdot 10kN = 0kNm$$

$$M_{23}^y = -5m \cdot 10kN = -50kNm$$

$$M_{32}^y = 0 \cdot 10kN = 0kNm$$

$$M_{12}^x = +5m \cdot 10kN = 50kNm$$

$$M_{21}^x = +5m \cdot 10kN = 50kNm$$

$$M_{23}^x = 0 \cdot 10kN = 0kNm$$

$$M_{32}^x = 0 \cdot 10kN = 0kNm$$

$$V_{12}^z = 10kN$$

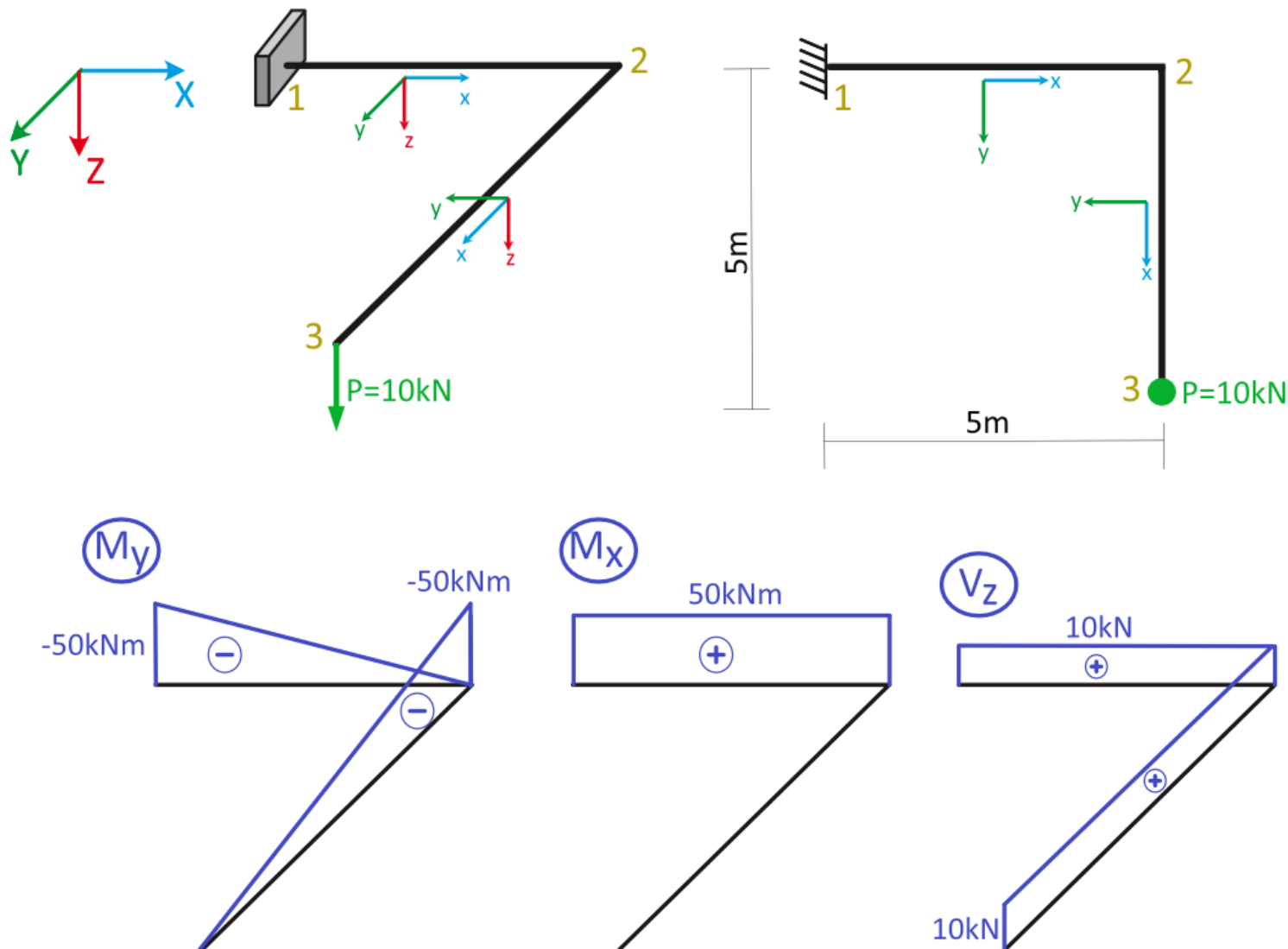
$$V_{21}^z = 10kN$$

$$V_{23}^z = 10kN$$

$$V_{32}^z = 10kN$$



8. Dźwigary załamane w planie



8. Dźwigary załamane w planie

Wyznaczanie przemieszczeń w układach SW załamanych w planie od obciążeń mechanicznych

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \sum_p \int \frac{M_x^i M_x^F}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{M_y^i M_y^F}{EI_y} dx + \sum_p \int \kappa_z \frac{T_z^i T_z^F}{GA} dx + \sum_n \frac{S_n^i S_n^F}{k_n}$$

Δ - przemieszczenie (może być przesunięcie, kąt obrotu lub wzajemne przemieszczenie) lub przyrost określonej wielkości

M_x - moment skręcający

M_y - moment zginający

M_x - siła tnąca

S - siła w więzi sprężystej

κ_z - współczynnik zależny od kształtu przekroju

E, G - moduł sprężystości podłużnej i poprzecznej materiału (Younga i Kirchhoffa)

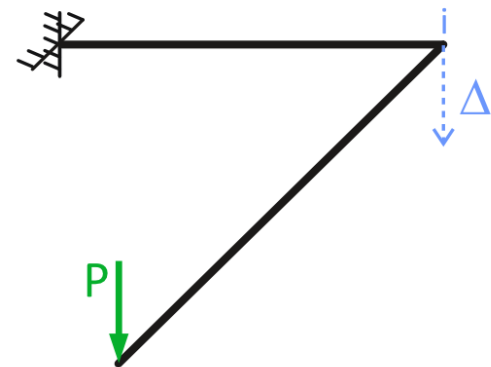
I_y - moment bezwładności poprzecznego przekroju pręta

I_x - moment bezwładności na skręcanie poprzecznego przekroju pręta

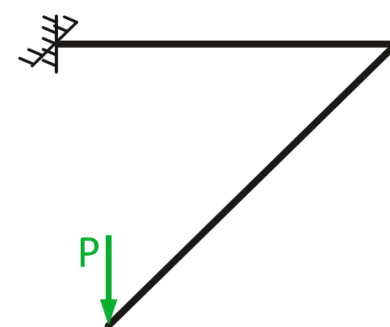
8. Dźwigary załamane w planie

Algorytm postępowania w celu obliczenia przemieszczenia od obciążenia mechanicznego

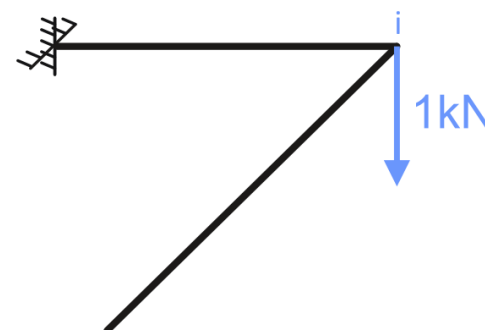
1) Układ dany



2) Rozwiązanie układu od obciążenia danego F



3) Rozwiązanie układu od obciążenia jednostkowego 1

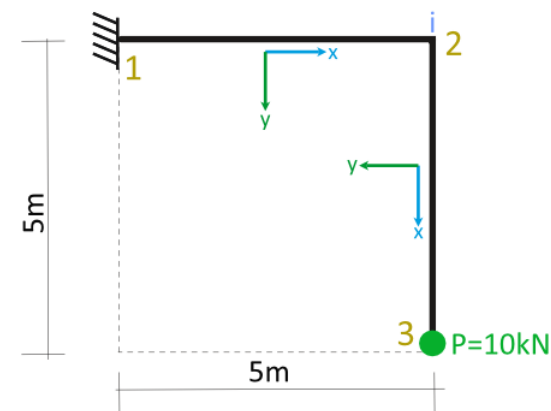
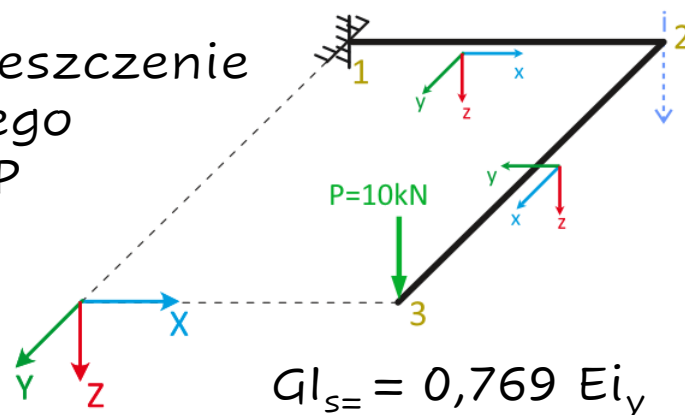


8. Dźwigary załamane w planie

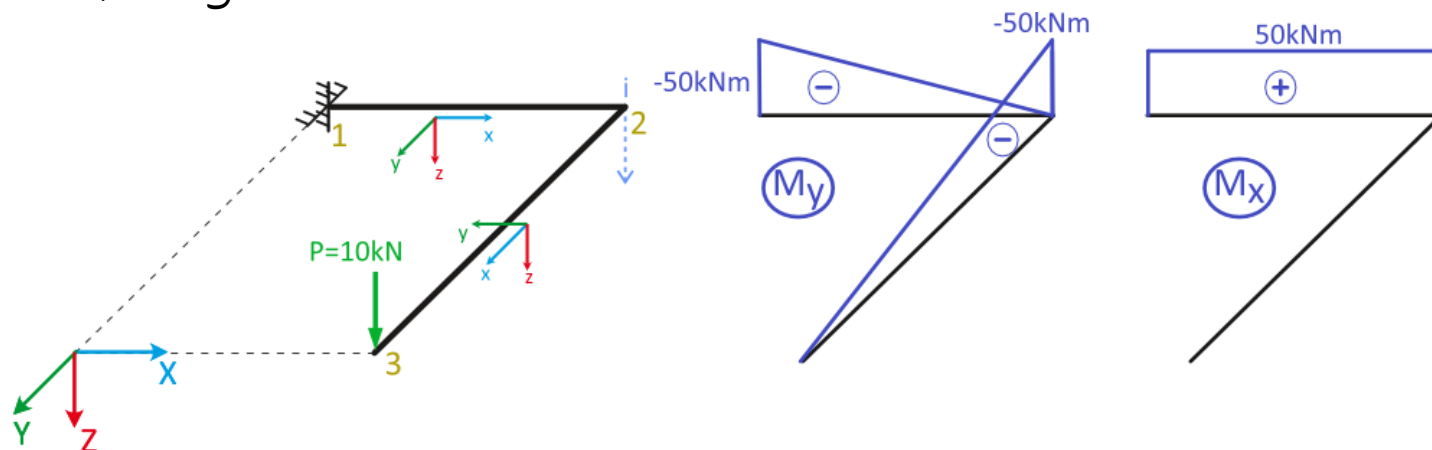
Przykład: Wyznaczanie przemieszczeń w układach SW załamanych w planie od obciążeń mechanicznych

1. Układ dany:

wyznaczyć przemieszczenie od obciążenia danego mechanicznego $F=P$

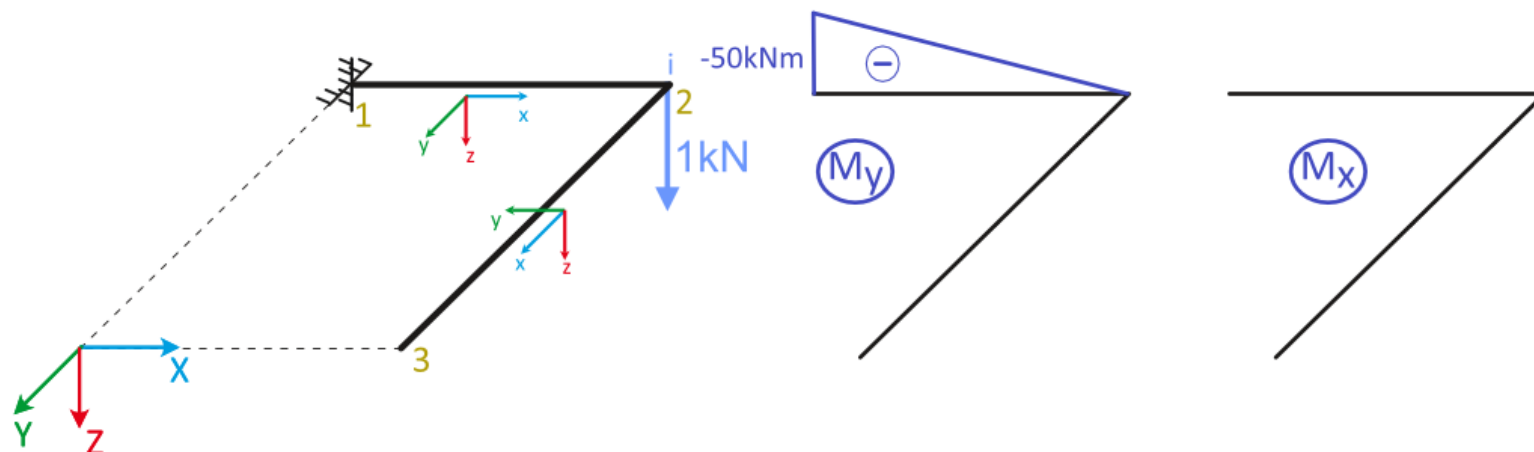


2. Wyznaczenie momentów zginających i skręcających od obciążenia danego F



8. Dźwigary załamane w planie

3. Wyznaczenie momentów zginających i skręcających od obciążenia jednostkowego na kierunku szukanego przemieszczenia



4. Obliczenie szukanego przemieszczenia od obciążenia mechanicznego

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \sum_p \int \frac{M_x^i M_x^F}{GI_x} dx + \sum_p \int \frac{M_y^i M_y^F}{EI_y} dx$$

$$\begin{aligned} 1\text{kN} \cdot \Delta_{iF} &= \int \frac{M_y^i M_y^F}{EI_y} dx = \frac{1}{EI_y} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5\text{m} \cdot (-50\text{kNm}) \cdot \frac{2}{3} \cdot (-5\text{kNm}) \\ &= 416,67 \frac{(\text{kNm})^2 \cdot \text{m}}{EI_y} \div / 1\text{kN} \end{aligned}$$

$$\Delta_{iF} = 416,67 \frac{\text{kNm}^2}{EI_y}$$