



Politechnika Wrocławska

MECHANIKA BUDOWLI

WYKŁAD 1 PRZESTRZENNE UKŁADY PRĘTOWE

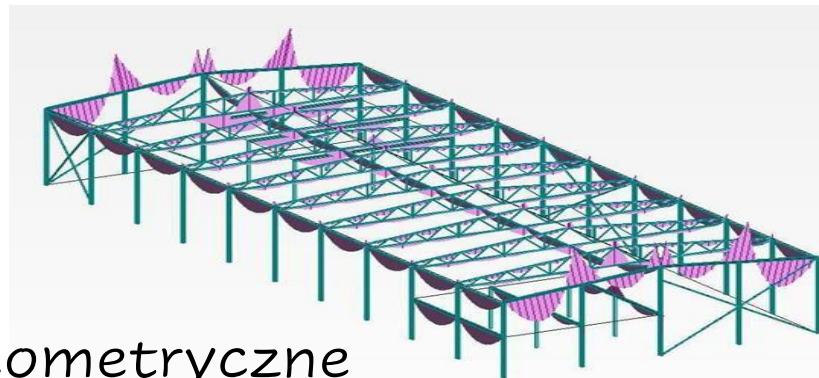
Prowadzący: dr inż. Olga Szytko-Bigus

1. Układy przestrzenne – podstawowe informacje

Charakterystyki modelu przestrzennego jako modelu statycznego konstrukcji budowlanych:

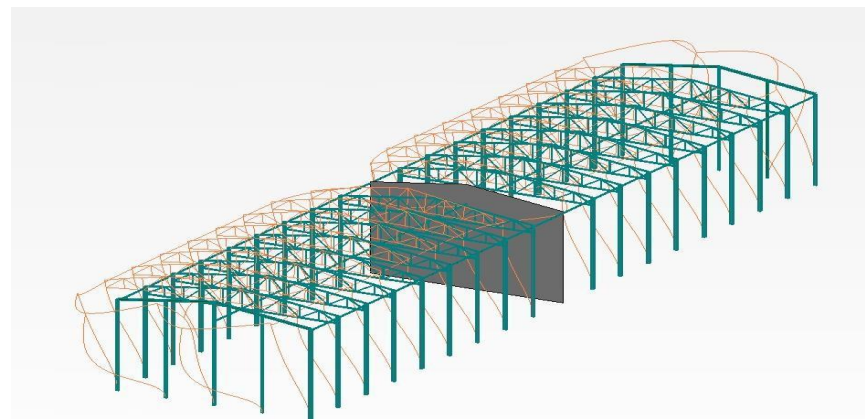
Uwzględnione składowe modelu:

- parametry materiałowe,
- przestrzenne charakterystyki geometryczne
- wszystkie występujące obciążenia, etc.



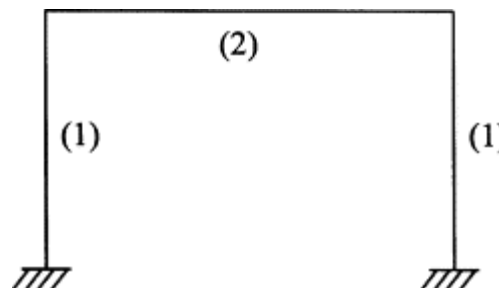
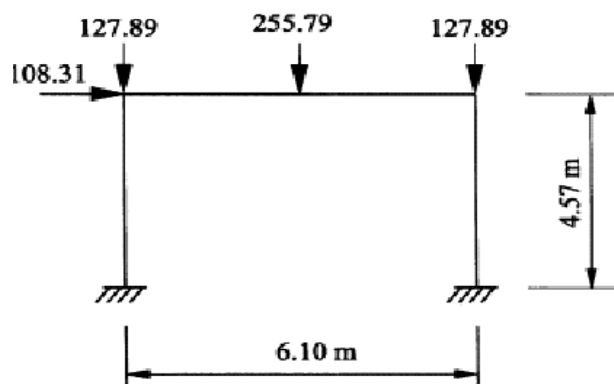
Rezultaty uzyskane w wyniku analizy modelu przestrzennego wykazują:

- pełen komplet wielkości statycznych tj. sił przekrojowych
- przemieszczeń etc.

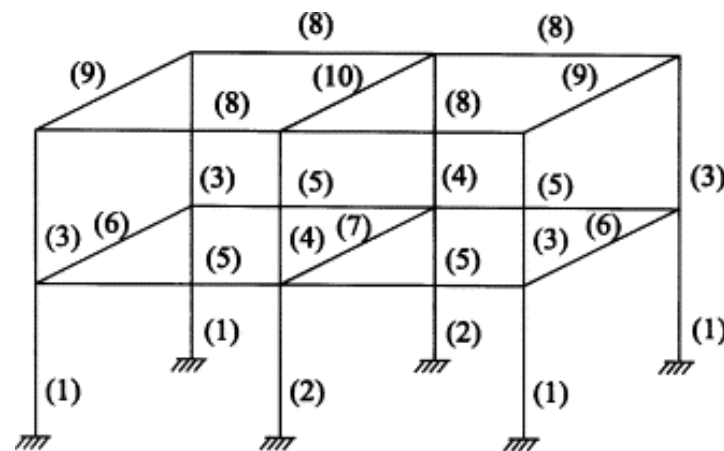
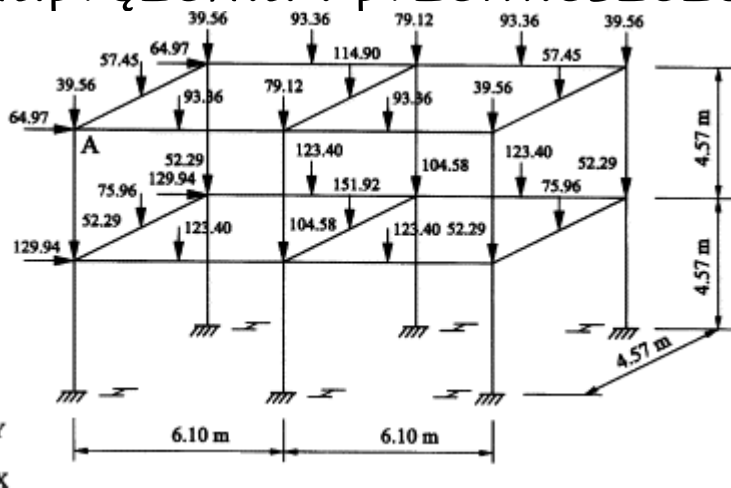


1. Układy przestrzenne – podstawowe informacje

- Płaski model statyczny konstrukcji zazwyczaj jest przyjmowany jako model uproszczony konstrukcji.



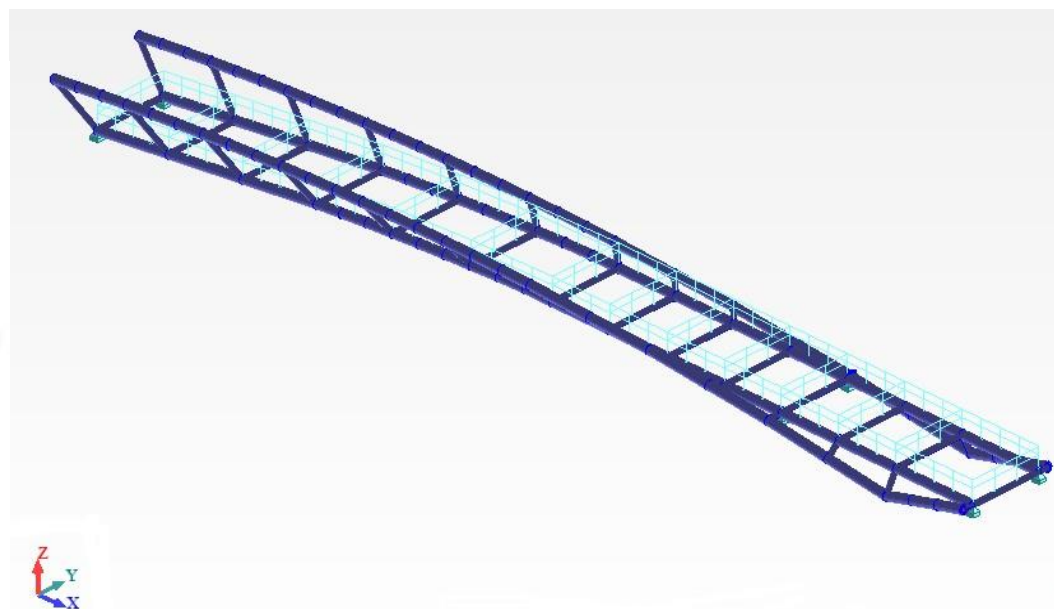
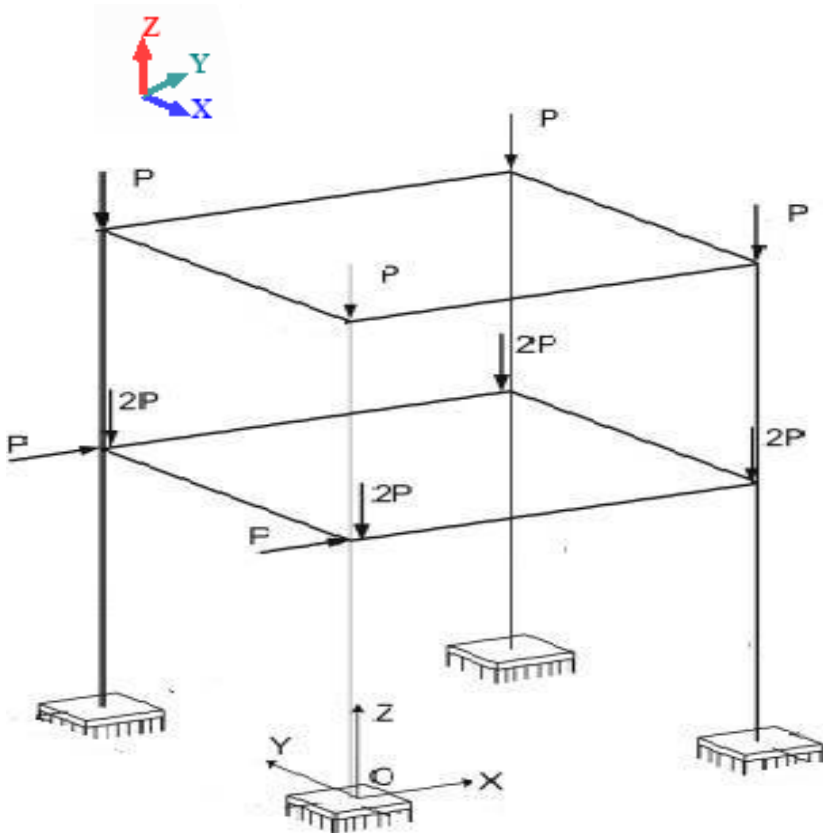
- Przestrzenny model konstrukcji uwzględnia rzeczywisty charakter pracy każdej konstrukcji – przestrzenny stan naprężenia i przemieszczenia,



1. Układy przestrzenne – podstawowe informacje

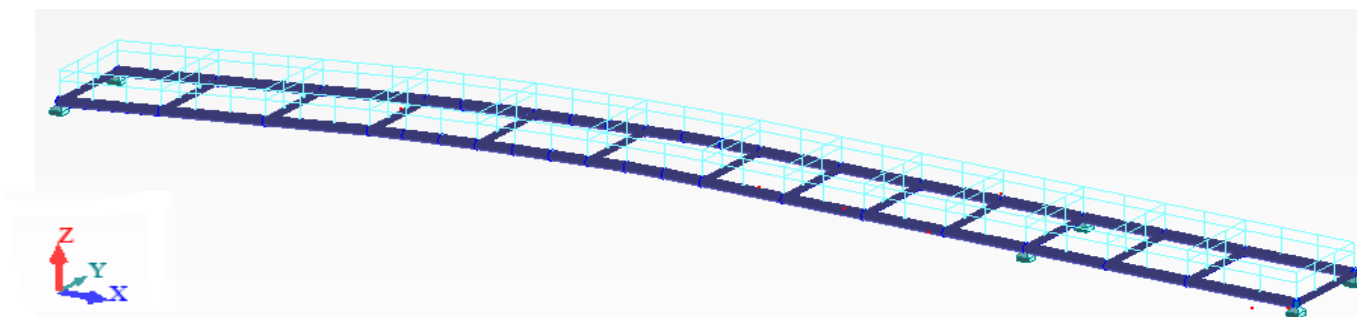
Układ przestrzenny jest to konstrukcja, której elementy usytuowane są w trzech wymiarach (x,y,z).

- Obciążenie nie działa w płaszczyźnie układu

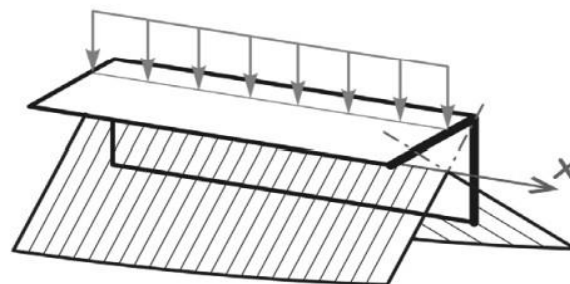


1. Układy przestrzenne – podstawowe informacje

- Konstrukcja płaska na płaszczyźnie (x, y) , na którą działają siły prostopadłe do tej płaszczyzny zgodnie z trzecim wymiarem (z) jest również układem przestrzennym



- Gdy profil elementu usytuowany jest tak, że obciążenie nie działa wzdłuż jednej z głównych centralnych osi bezwładności przekroju, tj. osi względem których momenty bezwładności osiągają ekstremalne wartości a moment dewiacji jest równy zero (def. osi głównych)

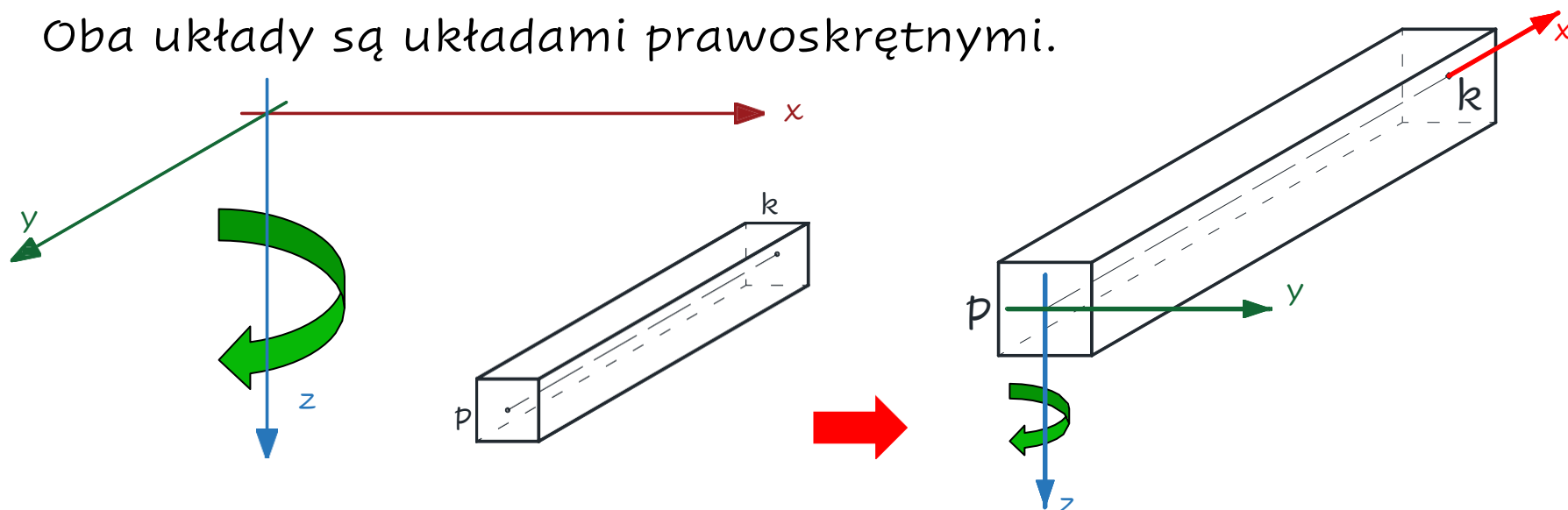


2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

Dla konstrukcji przestrzennych przyjmuje się dwa układy współrzędnych:

- **globalny X, Y, Z** dla całej konstrukcji – UG,
- **lokalny x, y, z** dla każdego pręta – UL.

Oba układy są układami prawoskrętnymi.

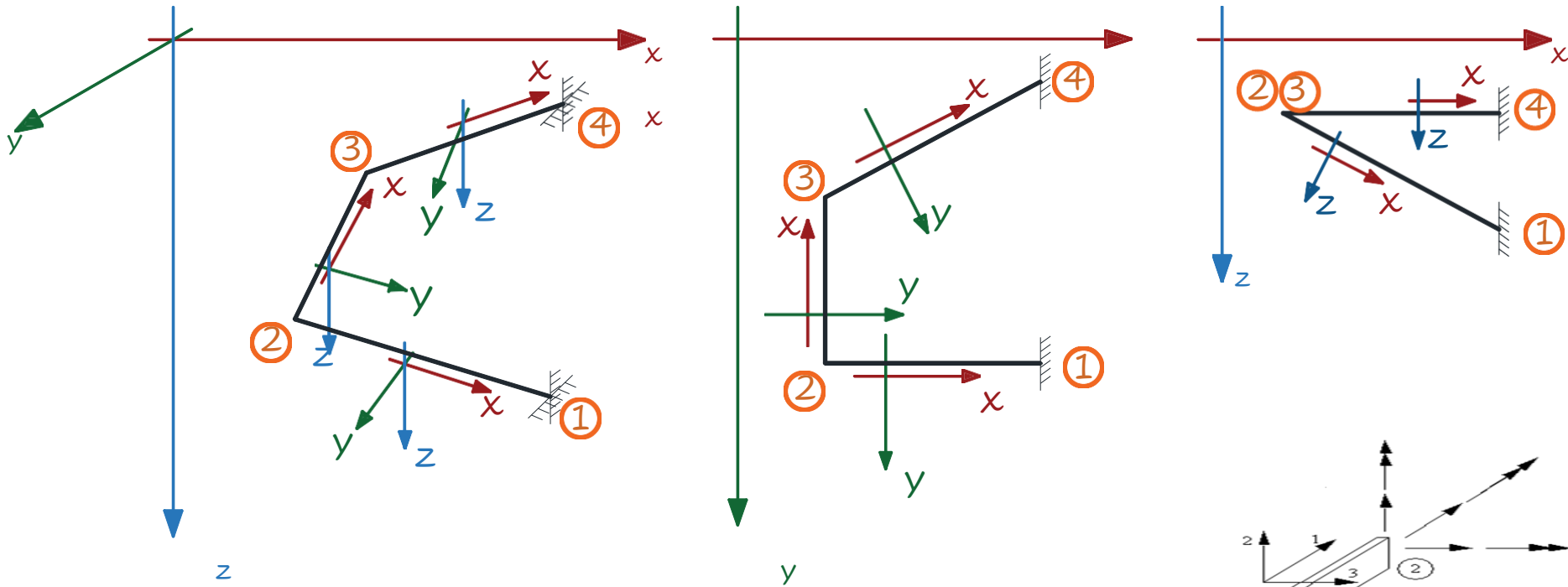


x jest osią styczną do osi pręta ze zwrotem od początku do końca pręta

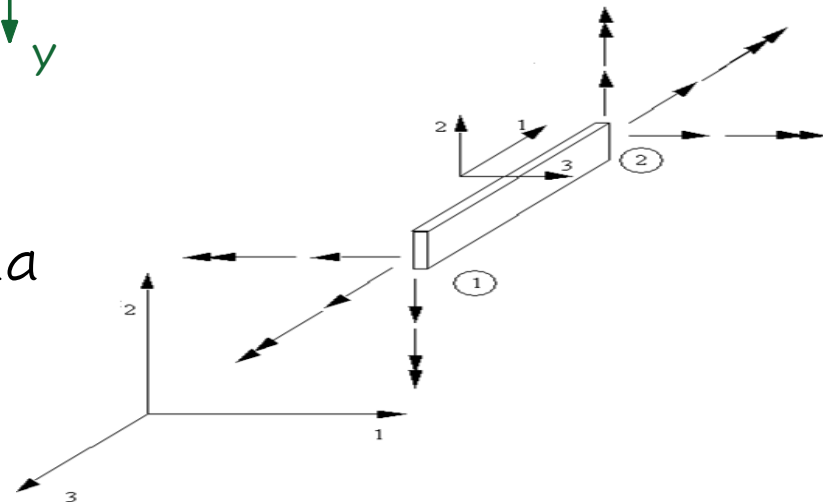
y, z są to osie główne przekroju poprzecznego pręta

2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

- Układ globalny UG jest jeden dla całej konstrukcji,
- Układ lokalnych UL jest jeden dla każdego pojedynczego pręta



Przed przystąpieniem do analizy dla każdej konstrukcji należy przyjąć UG i dla każdego pojedynczego pręta UL.



2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

- W UG definiujemy zwroty i wielkości zadanych obciążeń oraz odczytujemy zwroty i wielkości reakcji jak i przemieszczeń.
- W UL odczytujemy zwroty i wielkości sił wewnętrznych.

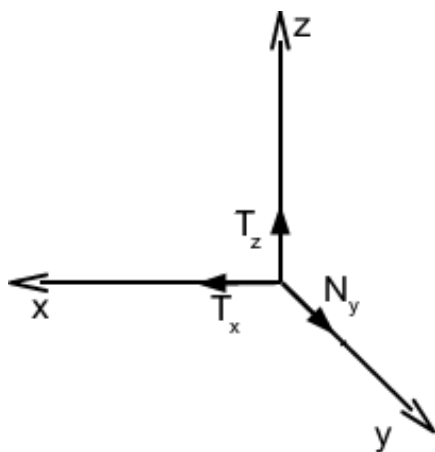
W układach przestrzennych występuje 6! warunków równowagi:

- równowaga sił
na trzech kierunkach X, Y, Z

$$1. \sum X = 0$$

$$2. \sum Y = 0$$

$$3. \sum Z = 0$$

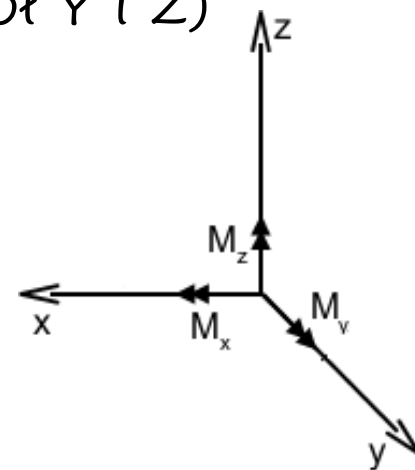


- równowaga momentów na
trzech kierunkach X, Y, Z
(skręcający wokół osi X i
zginający wokół Y i Z)

$$4. \sum M_x = 0$$

$$5. \sum M_y = 0$$

$$6. \sum M_z = 0$$

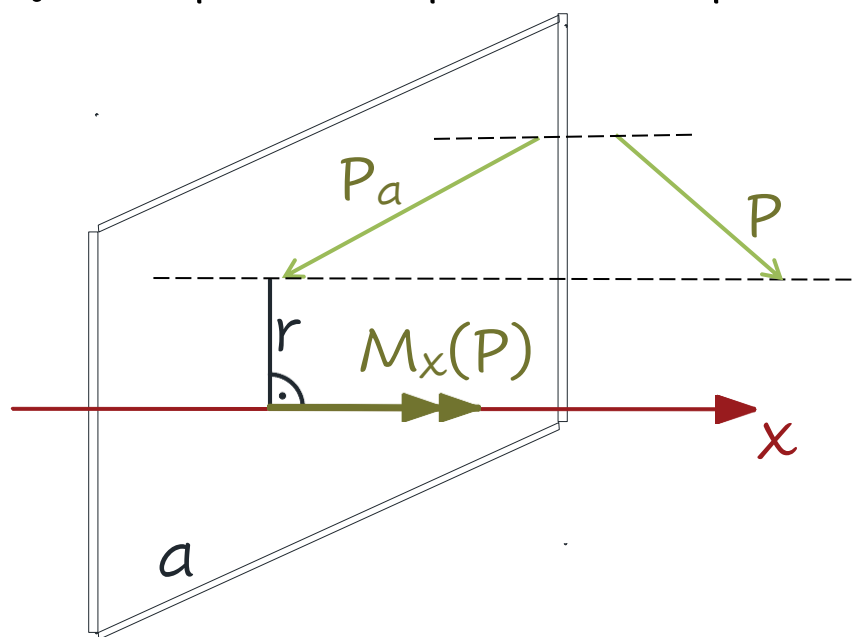


2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

DEFINICJA:

Moment statyczny siły względem osi jest rzutem na tą oś wektora momentu tej siły liczonego względem dowolnego punktu tej osi.

Moment statyczny jest momentem rzutu siły P na płaszczyznę prostopadłą do osi x (wektor P_a) liczonym względem punktu przebiecia płaszczyzny tą osią (odległość r).



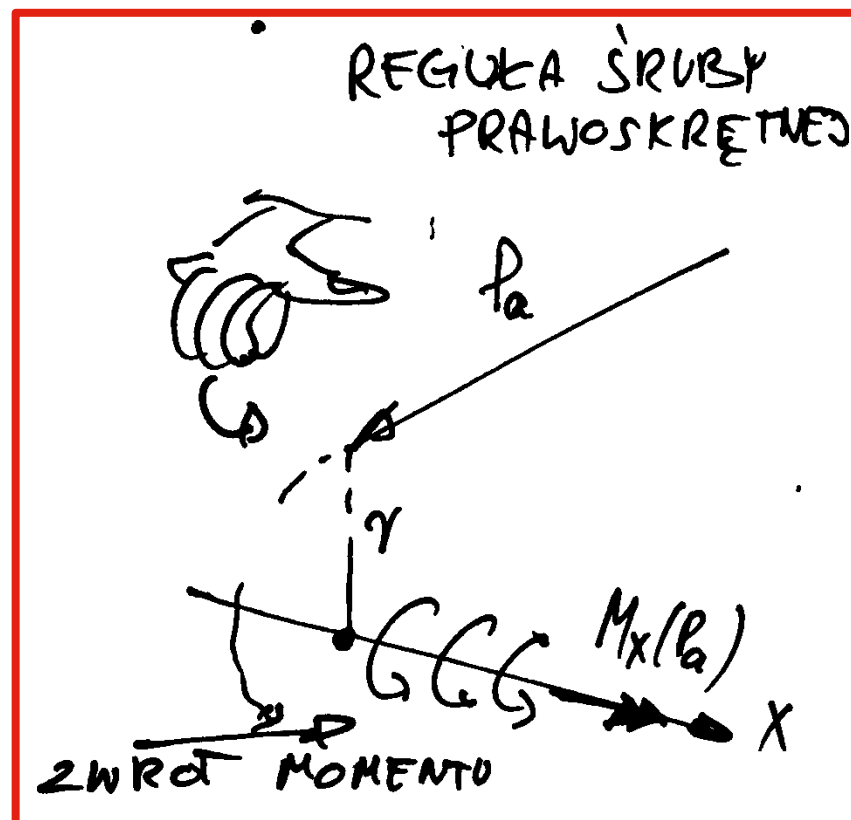
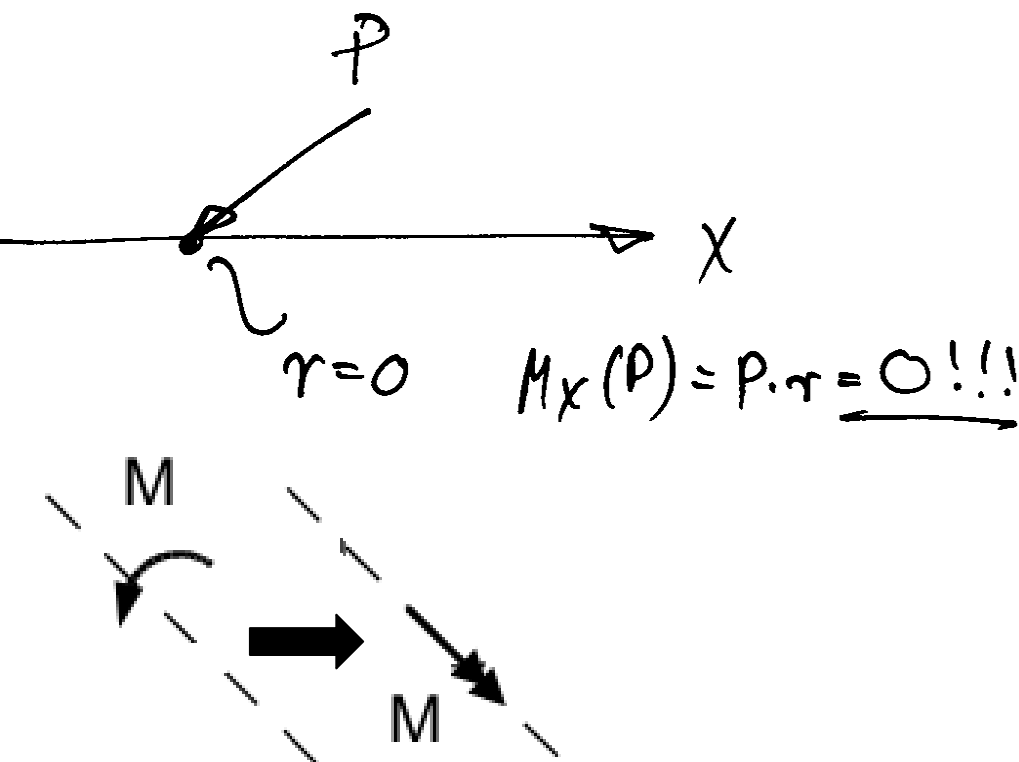
$$M_x = P_a \cdot r$$

P_a – rzut wektora P na płaszczyznę „a”

2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

Właściwości:

1. Zwrot wektora $M_x(P)$ przyjmuje się zgodnie z ruchem śruby prawoskrętnej.
2. Moment jest równy zero, gdy siła P przecina oś x oraz gdy jest równoległa do osi.

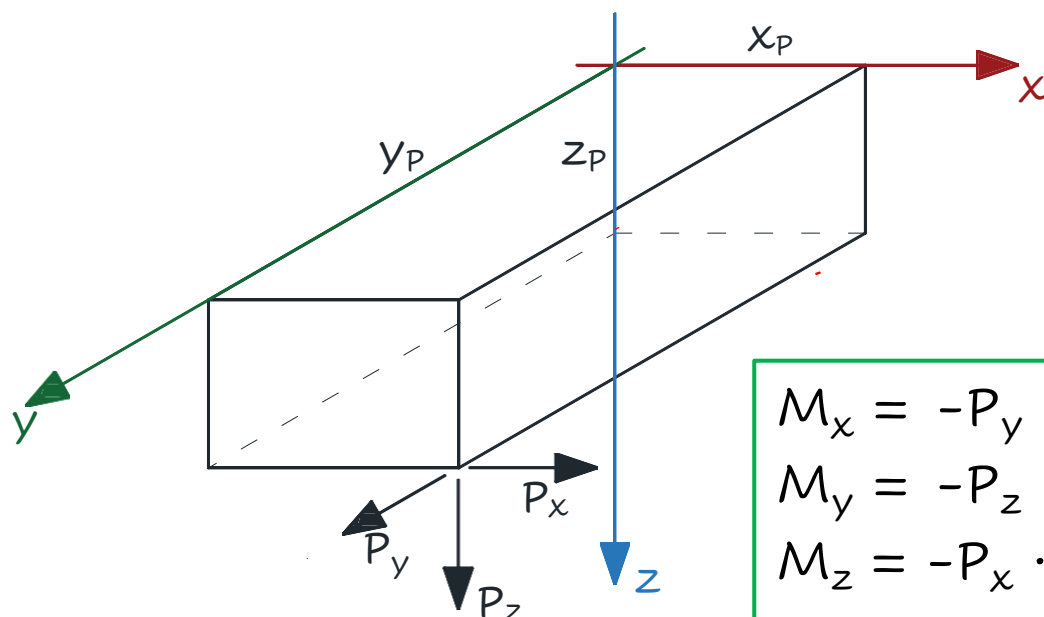


2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

Przykład:

Wyznaczyć moment siły P (P_x , P_y , P_z) względem osi x , y , z

x_P , y_P , z_P – współrzędne zaczepienia osi



$$\begin{aligned} M_x &= -P_y \cdot z_P + P_z \cdot y_P \\ M_y &= -P_z \cdot x_P + P_x \cdot z_P \\ M_z &= -P_x \cdot y_P + P_y \cdot x_P \end{aligned}$$



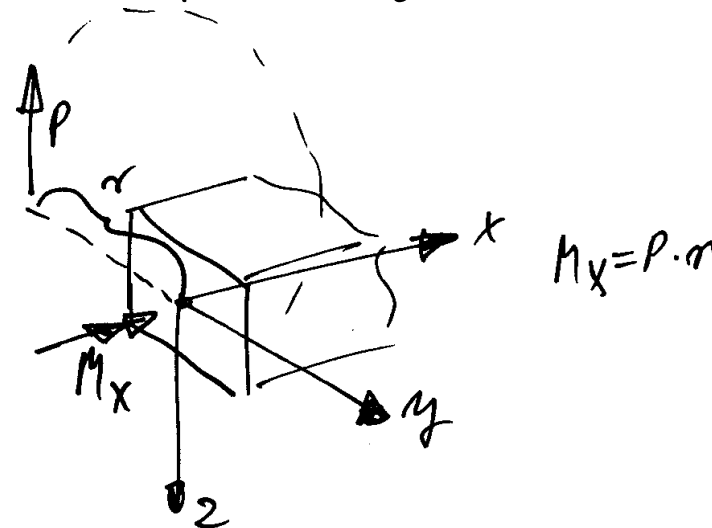
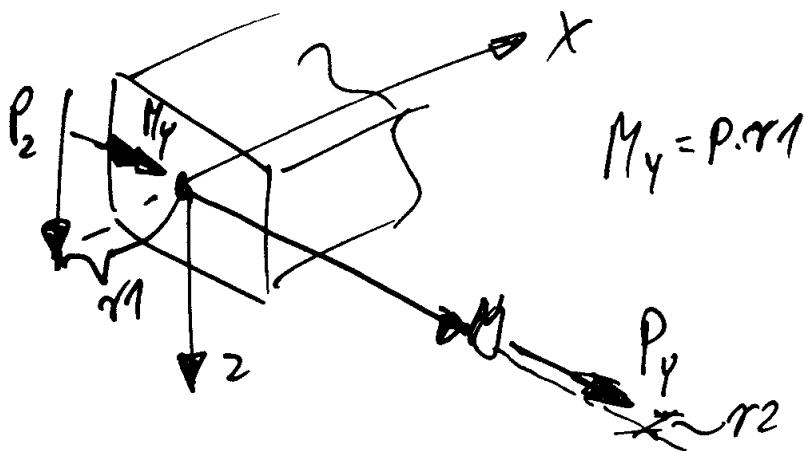
2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

Moment skręcający - definicja

$M_x = M_s$ w rozpatrywanym przekroju jest równy sumie momentów statycznych względem osi stycznej do osi pręta x w tym przekroju wszystkich sił działających na część ustroju po jednej stronie przekroju.

Moment zginający - definicja

M_z (M_y) w rozpatrywanym przekroju jest równy sumie momentów statycznych względem osi z (y) wszystkich sił działających na ustrój po jednej stronie przekroju.



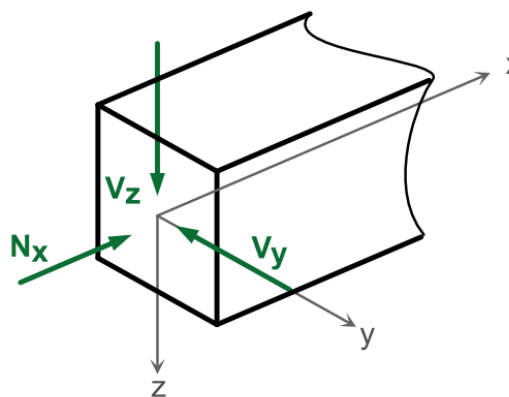
2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

Siła osiowa

$N_x = N$ w rozpatrywanym przekroju jest równa sumie rzutów na oś x wszystkich sił działających na układ po jednej stronie przekroju.

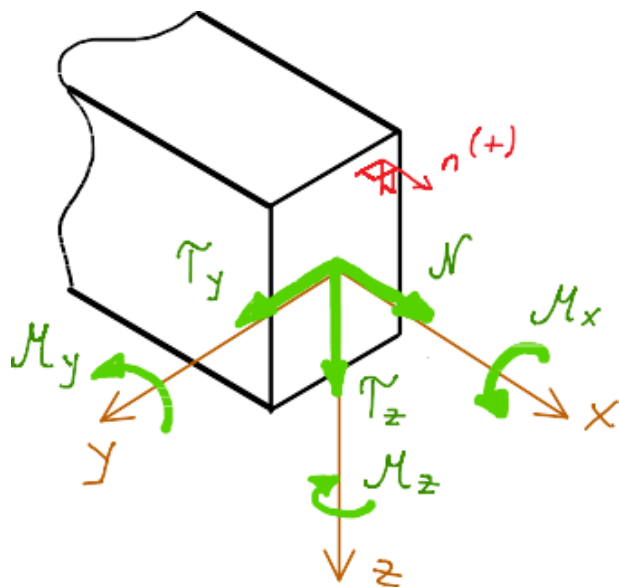
Siła tnąca

V_y (V_z) w rozpatrywanym przekroju jest równa sumie rzutów na oś y (z) wszystkich sił działających na układ po jednej stronie przekroju.



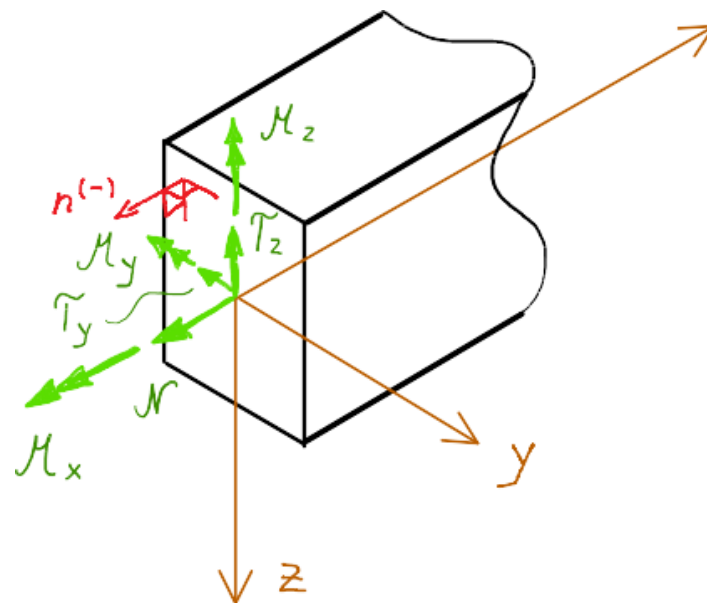
Sporządzając wykresy sił przekrojowych:
rządne wykresów momentów zginających odkładamy po stronie włókien rozciąganych!!!!

2. Konwencja znakowania sił przekrojowych



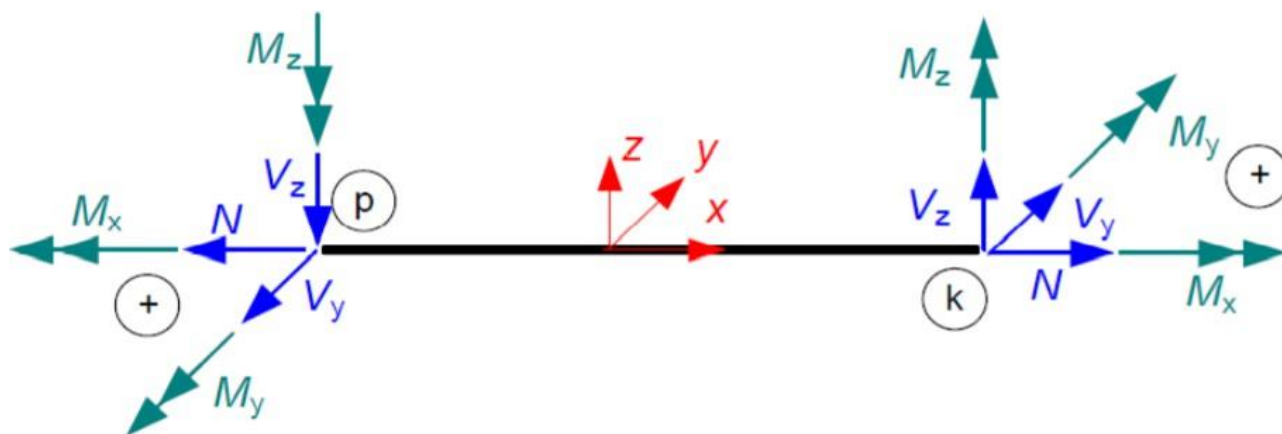
W przekrojach o **zewnątrznej normalnej dodatniej**, siły wewnętrzne, których zwroty są zgodne z LUW pręta uważamy za dodatnie.

W przekrojach o **zewnątrznej normalnej ujemnej**, siły wewnętrzne, których zwroty są przeciwne z LUW pręta uważamy za dodatnie.



2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

Umowa znakowania sił przekrojowych wewnętrznych

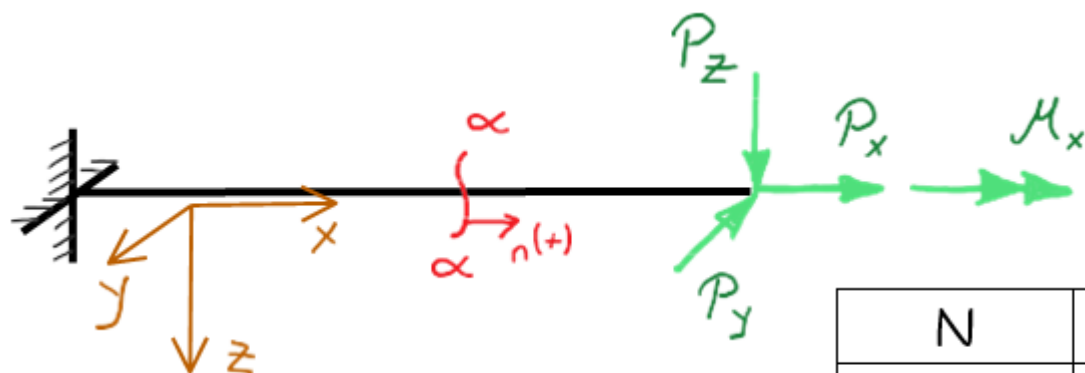


Siłom przekrojowym (wewnętrznym) liczonym w przekroju pręta od strony jego początku (P) przypisujemy **znak plus (+)**, gdy ich wektory mają zwroty **przeciwnie** niż odpowiadające im osie lokalnego układu współrzędnych.

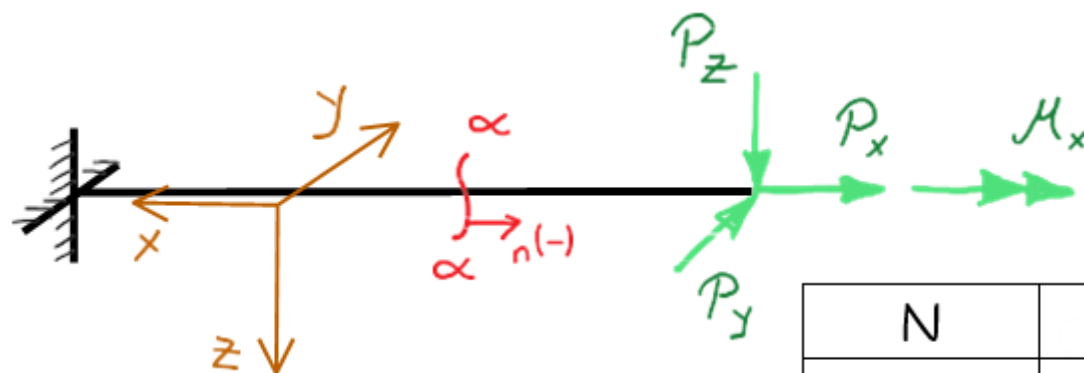
Siłom przekrojowym (wewnętrznym) liczonym w przekroju pręta od strony jego końca (K) przypisujemy **znak (-)**, gdy ich wektory mają zwroty **zgodne** z osiami lokalnego układu współrzędnych.



2. Konwencja znakowania sił przekrojowych



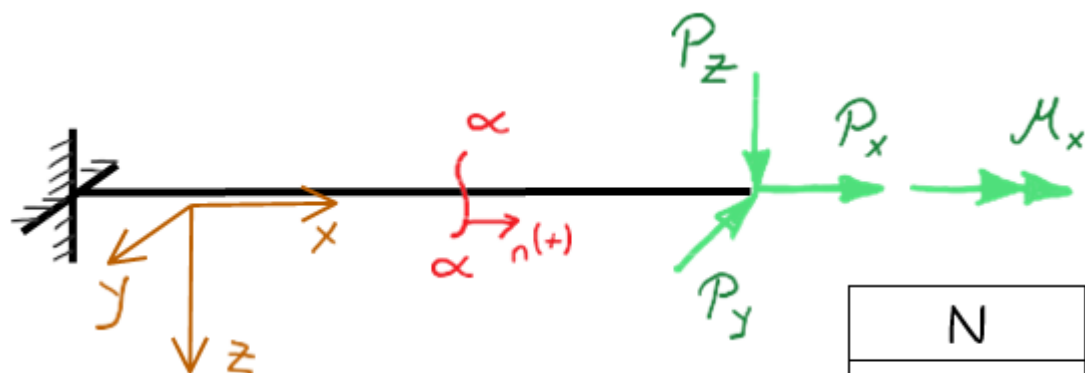
N		M_x	
T_y		M_y	
T_z		M_z	



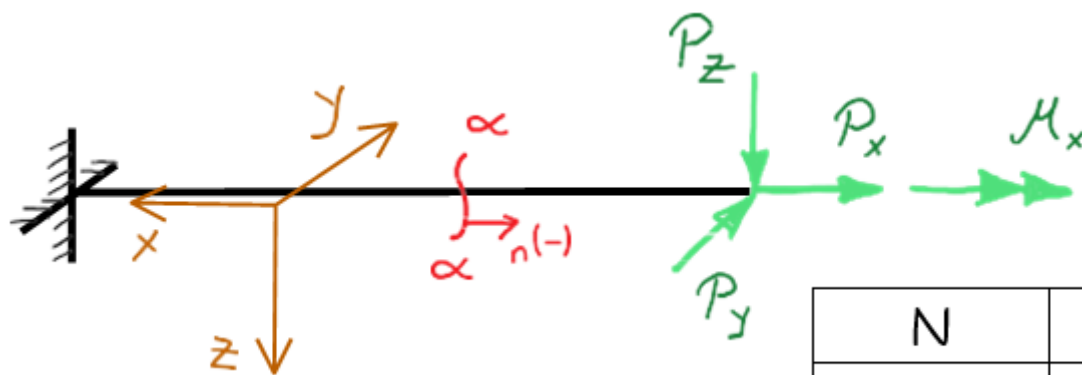
N		M_x	
T_y		M_y	
T_z		M_z	



2. Konwencja znakowania sił przekrojowych



N	+	M_x	+
T_y	-	M_y	-
T_z	+	M_z	-



N	+	M_x	+
T_y	-	M_y	-
T_z	-	M_z	+

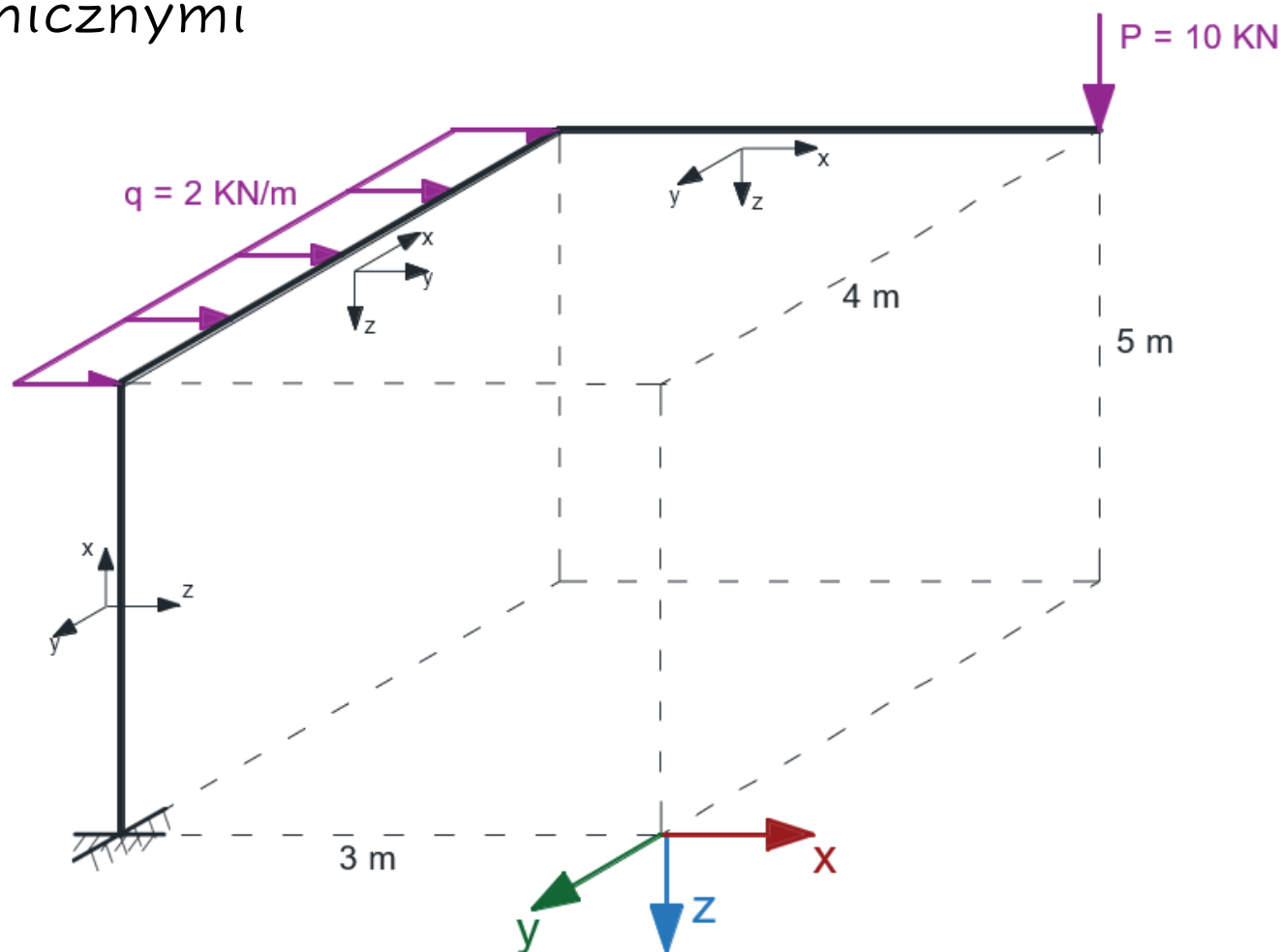
2. Konwencja znakowania sił przekrojowych

Niejednoznaczność konwencji znakowania sił wewnętrznych

W odniesieniu do momentów zginających obowiązuje nas dodatkowa konwencja dotycząca odkładania wykresów, dzięki czemu mimo braku jednoznaczności w zakresie znakowania, wykresy momentów zawsze będą odłożone po stronie włókien rozciąganych. Aby jednak ustalić charakter ścinania elementu w płaszczyźnie XZ niezbędne jest posługiwanie się LUW.

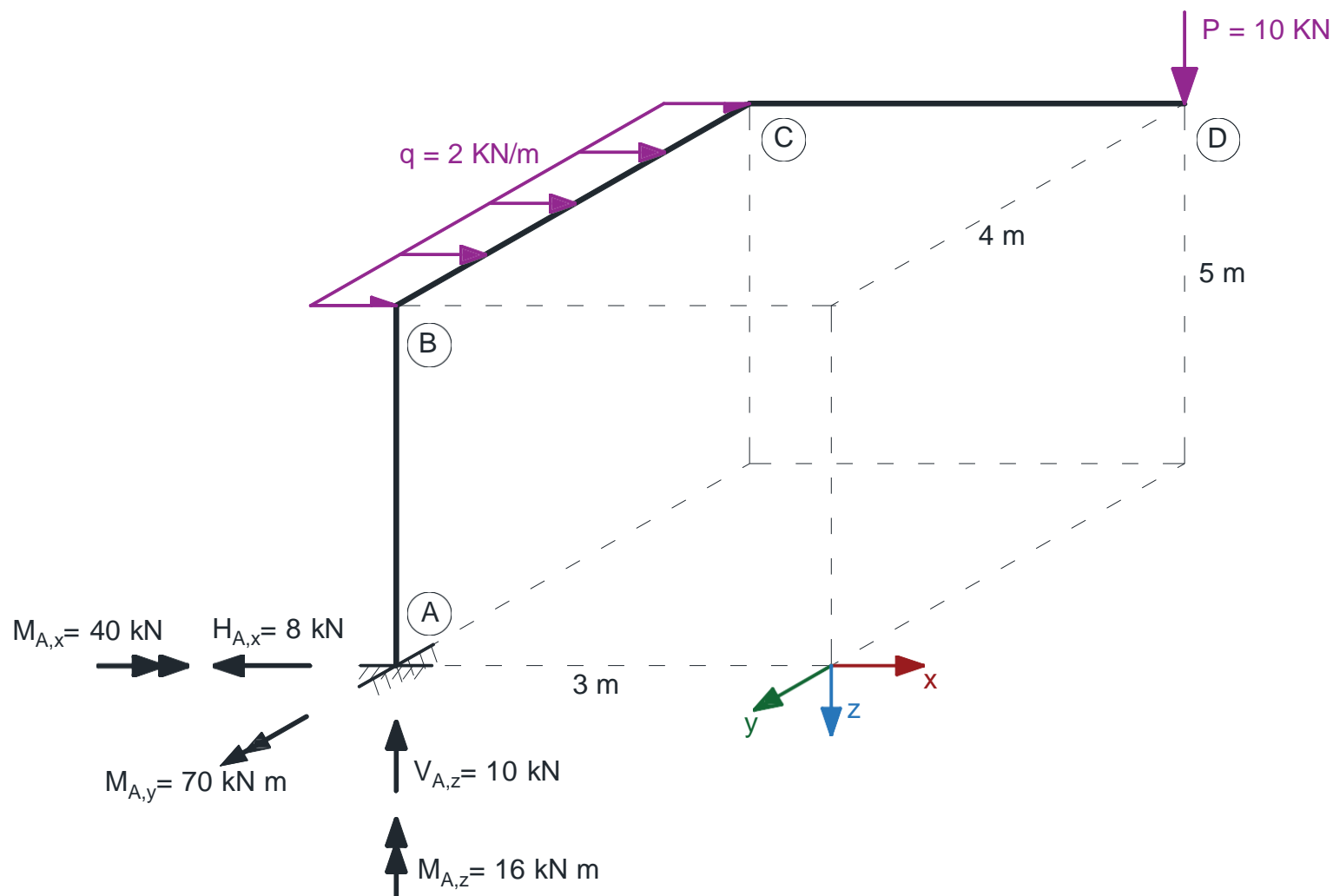
3. Obliczenie sił wewnętrznych – przykład

Obliczyć reakcje i sporządzić wykresy sił przekrojowych w układzie przestrzennym obciążonym wpływami mechanicznymi



3. Obliczenie sił wewnętrznych - przykład

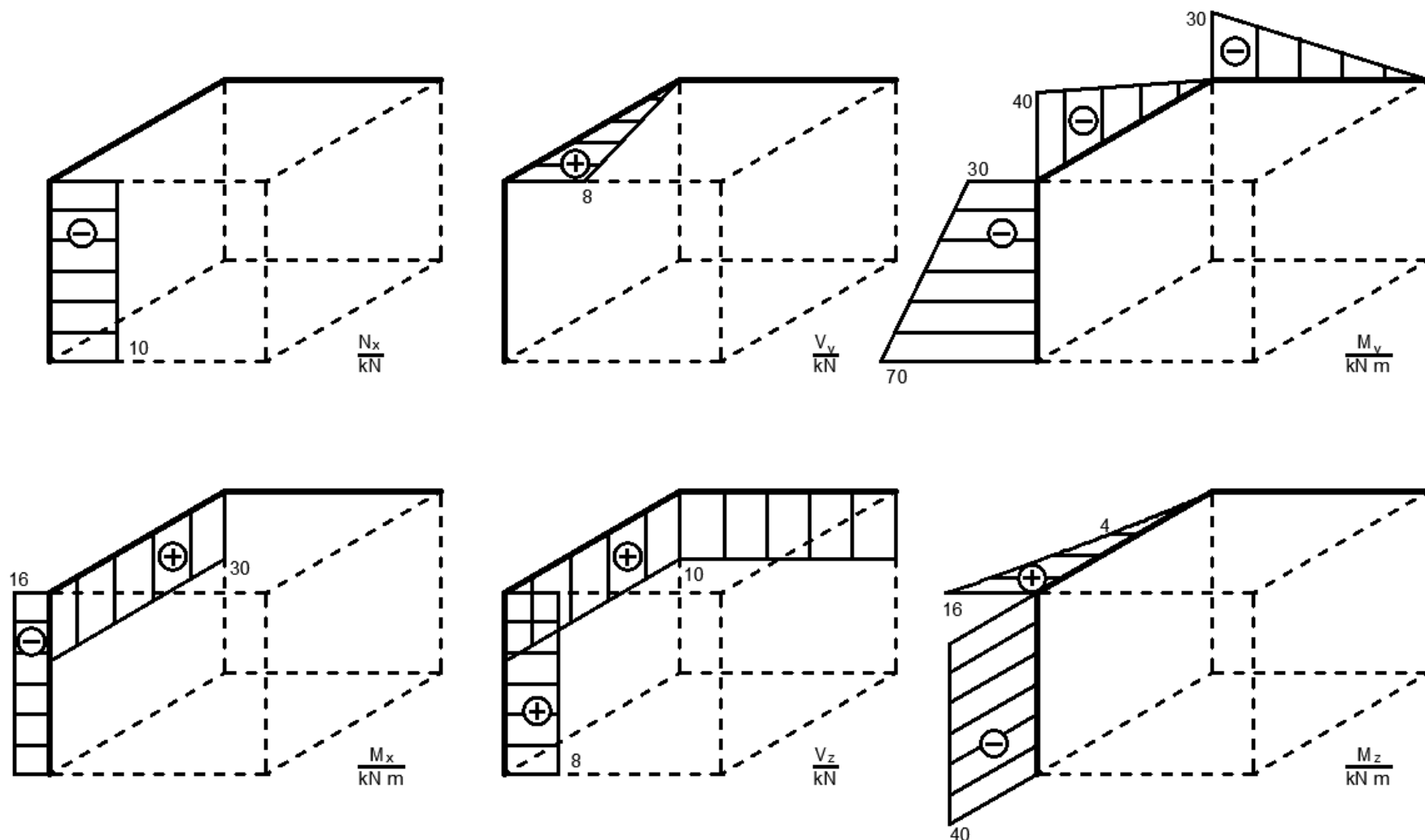
Reakcje podporowe





3. Obliczenie sił wewnętrznych – przykład

Wykresy sił wewnętrznych





3. Obliczenie sił wewnętrznych – wykresy

REGUŁY DOTYCZACE ODKŁADANIA POSZCZEGÓLNYCH WYKRESÓW:

- Rzędne sił osiowych oraz momentów skręcających można odkładać w dowolnej płaszczyźnie i po dowolnej stronie (na wykresie musi pojawić się wartość, znak i jednostka)
- Dla sił tnących strona odłożenia jest nieistotna, ale płaszczyzna ma znaczenie. Wykresy sił tnących odkładamy w płaszczyźnie xy lub xz , w zależności od kierunku działania siły ścinającej

W celu zachowania reguły odkładania momentów zginających po stronie włókien rozciąganych:

- wartości dodatnie momentu M_y odkładamy w płaszczyźnie XZ po dodatniej stronie osi Z .
- z kolei wartości dodatnie momentu M_z odkładamy w płaszczyźnie XY po stronie ujemnej osi Y