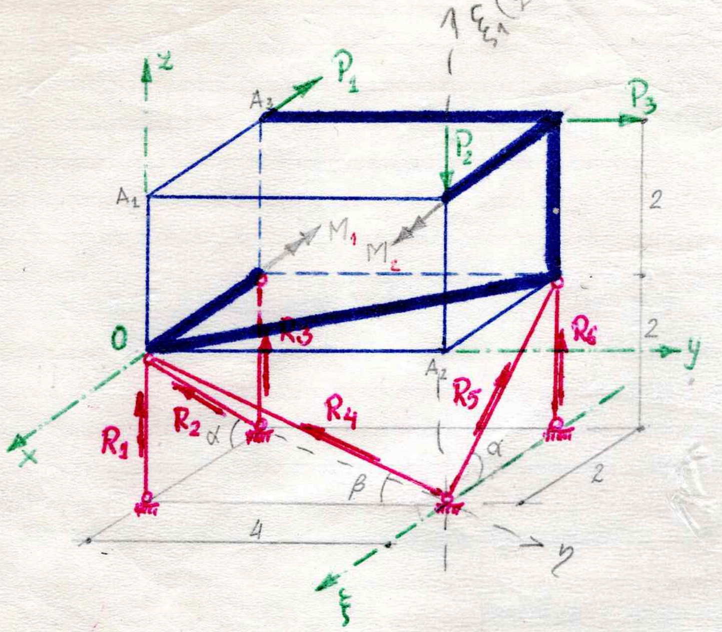
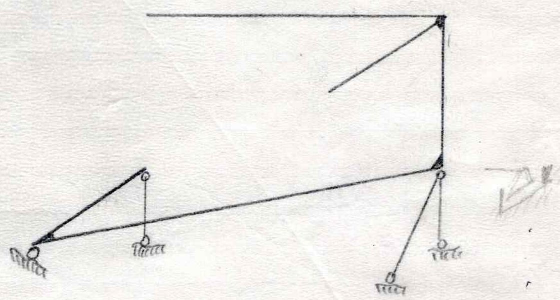
Dokonać redukcji obciążenia czynnego do bieguna O. Przeprowadzić analizę efektów redukcji. Wyznaczyć reakcje w więzach łączących bryłę z podłożem.



$M = 100\ kNm$ $M_1 = M_2 = M$

$P_1 = 10\ kN$
$P_2 = 15\ kN$
$P_3 = 20\ kN$

Układ sił czynnych $\{P_i\}$ i biernych $\{R_i\}$ tworzy przestrzenny zrównoważony układ sił.



1. Redukcja sił czynnych do p-tu O

$$\vec{S} = \sum_i \vec{P}_i \quad ; \quad S_x = \sum_i P_{ix} \quad ; \quad S_y = \sum_i P_{iy} \quad ; \quad S_z = \sum_i P_{iz}$$

$$S_x = -P_1 = -10\ kN$$
$$S_y = P_3 = 20\ kN$$
$$S_z = -P_2 = -15\ kN$$

$$\underline{\vec{S}(-10, 20, -15)\ kN}$$

$$\vec{M}_O = \sum_i \vec{M}_{iO} + \sum_i \vec{M}_i \qquad \vec{M}_{iO} = \vec{r}_{OA_i} \times \vec{P}_i = \begin{vmatrix} i & j & k \\ r_{ix} & r_{iy} & r_{iz} \\ P_{ix} & P_{iy} & P_{iz} \end{vmatrix}$$

$$\sum \vec{M}_i = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = -100i + 100i = 0$$

$\vec{P}_1(-10, 0, 0)$ $\vec{r}_{OA_1} = A_1(0, 0, 2)$
$\vec{P}_2(0, 0, -15)$ $\vec{r}_{OA_2} = A_2(0, 4, 0)$
$\vec{P}_3(0, 20, 0)$ $\vec{r}_{OA_3} = A_3(-2, 0, 2)$

$$\vec{M}_O = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 2 \\ -10 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -15 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 20 & 0 \end{vmatrix} = (0-60-40)i - (20+0+0)j + (0+0-40)k =$$
$$= -100i - 20j - 40k$$

$$\underline{\vec{M}_O(-100, -20, -40)\ kNm}$$

2. Sprawdzenie istnienia wypadkowej

$$\vec{S} \neq 0 \quad , \quad \vec{M} \neq 0$$

$$w = \vec{S} \cdot \vec{M} = -10 \cdot (-100) + 20 \cdot (-20) - 15 \cdot (-40) = 1000 - 400 + 600 = 1200 \neq 0$$

<u>Wypadkowa nie istnieje.</u>

<u>Wynikiem redukcji jest siła ogólna i moment ogólny.</u>

3. Wyznaczenie reakcji

3.1. Warunki równowagi i analiza sprzężenia równań równowagi

$\Sigma X = 0$	:	R_2, R_5	3
$\Sigma Y = 0$	:	R_4	1
$\Sigma Z = 0$	:	R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6	6
$\Sigma M_x = 0$	:	R_5, R_6	4
$\Sigma M_y = 0$	:	R_3, R_5, R_6	5
$\Sigma M_z = 0$	:	R_3	2

Uwaga: Równania $\Sigma X, \Sigma Y, \Sigma Z = 0$ można zastępować odpowiednio dobranymi równaniami $\Sigma M = 0$ w celu zmniejszenia sprzężenia, np: $\Sigma Z = 0$ można zastąpić $\Sigma M_\xi = 0$, $\xi \parallel x$.
Istotnie, z $\Sigma M_x = 0, \Sigma M_y, \Sigma M_z = 0, \Sigma X = 0, \Sigma Y = 0$ wynika, że jedyna możliwość istnienia $S \neq 0$, to $S = S_z$ leżąca na osi z, a wówczas $\Sigma M_\xi = 0$.

$\Sigma M_\xi = 0$: R_1, R_2, R_3 . ($\Sigma Z = 0$ zostanie wykorzystane jako warunek kontrolny).

Kąty kierunkowe $\alpha = 45^\circ$, $\sin\alpha = \cos\alpha = 0.7071$

$\sin\beta = 2/\sqrt{2^2+4^2} = 0.4472$

$\cos\beta = 4/\sqrt{2^2+4^2} = 0.8944$

$M_\eta = 0$

$\vec{e}_\eta(0.4472, 0.8944, 0)$

3.2. Równanie równowagi

1) $0.7071 \cdot R_2 - 0.7071 \cdot R_5 - 10 = 0$
2) $-0.8944 \cdot R_4 + 20 = 0$
3) $-4 \cdot R_1 - 4 \cdot R_3 - 0.7071 \cdot 4 \cdot R_2 - 4 \cdot 20 = 0$
4) $4 \cdot R_6 + 0.7071 \cdot 4 \cdot R_5 - 15 \cdot 4 - 20 \cdot 2 = 0$
5) $2 \cdot R_3 + 2 \cdot R_6 + 0.7071 \cdot 2 \cdot R_5 - 10 \cdot 2 = 0$
6) $0.7071 \cdot 4 \cdot R_5 - 2 \cdot 20 = 0$

$$M_\eta^R = \begin{vmatrix} 0.4472 & 0.8944 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0.4472 & 0.8944 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & R_6 \end{vmatrix} =$$

$$= -2 \cdot 0.8944 \cdot R_1 + 4 \cdot 0.4472 \cdot R_6$$

$$-R_1 + R_6 =$$

3.3. Sprawdzenie warunku geometrycznej niezmienności

$$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 0.7071 & 0 & 0 & -0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.8944 & 0 & 0 \\ -4 & -4 \cdot 0.7071 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \cdot 0.7071 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \cdot 0.7071 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \cdot 0.7071 & 0 \end{vmatrix} = -0.8944 \cdot (4 \cdot 0.7071) \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 0.7071 \neq 0$$

3 1 2 3 4 5

układ G.N

3.4. Rozwiązanie układu równań

$R_1 = -25$ kN
$R_2 = 28.284$ kN
$R_3 = -15$ kN
$R_4 = 22.361$ kN
$R_5 = 14.142$ kN
$R_6 = 15$ kN

$M_\eta^P = -10 \cdot 4 \cdot 0.8944 - 20 \cdot 4 \cdot 0.4472$

$0 = -\cancel{2 \cdot 0.8944}\, R_1 + \cancel{4 \cdot 0.4472} \cdot R_6 - 10 \cdot \cancel{4}^{2} \cdot \cancel{0.8944} - 20 \cdot \cancel{4 \cdot 0.4472}$

$-R_1 + R_6 - 20 - 20 \stackrel{?}{=} 0$

$+25 + 15 - 40 \stackrel{?}{=} 0$

$40 - 40 = 0$ O.K

3.5. Sprawdzenie

$\Sigma Z = 0$ $R_1 + R_3 + R_6 + (R_2 + R_5) \cdot 0.7071 + R_4 \cdot 0.4472 - 15 \stackrel{?}{=} 0$

$L = -25 - 15 + 15 + (28.284 + 14.142) \cdot 0.7071 + 22.361 \cdot 0.4472 - 15 = -25 + 30 + 10 - 15 = -40 + 40 = 0 = P$