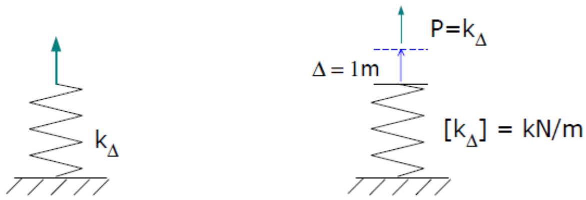
3.1 WIĘZI SPRĘŻYSTE

W niektórych konstrukcjach sposób podparcia lub zamocowania, a także sposób połączenia elementów w schemacie statycznym modelujemy więziami sprężystymi. Rozróżniamy więzi translacyjne przenoszące tylko siły podłużne oraz rotacyjne, przenoszące tylko momenty. Charakterystyką więzi sprężystej jest jej sztywność *k*. Sztywność jest równa sile (momentowi), która powoduje jednostkowe odkształcenie więzi.

Więź translacyjna:

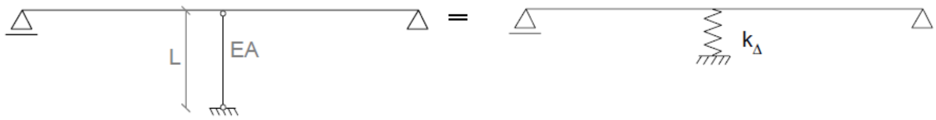


Więź rotacyjna:

Rys. 3.1

PRZYKŁADY

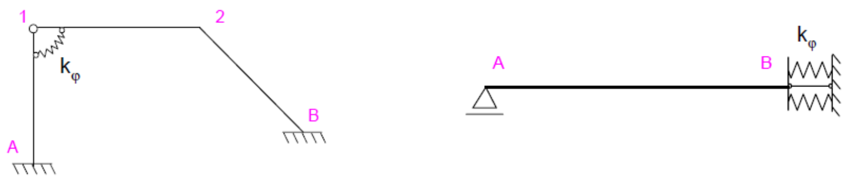
a)



Sztywność sprężyny k wyznaczamy rozpatrując pręt o długości l i sztywności EA na rozciąganie lub ściskanie

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \text{ gdy } \Delta l = 1 \text{ to } N = k_\Delta \qquad \frac{k_\Delta l}{EA} = 1 \rightarrow k_\Delta = \frac{EA}{l}$$

b)

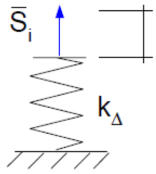


Rys. 3.2

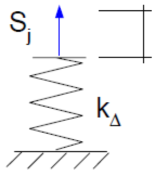
Na rysunku 3.2b przedstawiono przypadek modelowania, sprężystego węzła (1) w ramie i przykład sprężystego zamocowania na obrót belki.

Określmy dla więzi sprężystych wartości całek występujących w sformułowaniach zasady prac wirtualnych. Oznaczmy przez „i” stan wirtualny, a przez „j” stan rzeczywisty. Wówczas mamy:

Więź translacyjna:



$$\Delta\overline{dS_i} = \frac{\overline{S}_i}{k_\Delta}$$

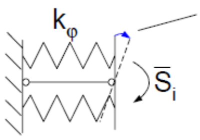


$$\Delta dS_j = \frac{S_j}{k_\Delta}$$

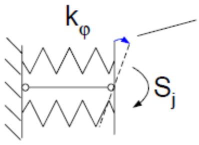
Stąd mamy:

$$\int \overline{N}_i \Delta dS_j = \int N_j \Delta\overline{dS_i} = \frac{\overline{S}_i S_j}{k_\Delta} \qquad (3.1)$$

Więź rotacyjna:



$$\Delta\overline{d\varphi_i} = \frac{\overline{S}_i}{k_\varphi}$$



$$\Delta d\varphi_j = \frac{S_j}{k_\varphi}$$

Stąd

$$\int \overline{M}_i \Delta d\varphi_j = \int M_j \Delta\overline{d\varphi_i} = \frac{\overline{S}_i S_j}{k_\varphi} \qquad (3.2)$$

Jeżeli - jak wspomniano wcześniej - stany „i” obciążenia i przemieszczeń traktujemy jako wirtualne, a stany „j” jako rzeczywiste, to pierwszą i druga zasadę prac wirtualnych z uwzględnieniem więzi sprężystych możemy przedstawić następująco:

Stąd

$$\int \overline{M}_i \Delta d\varphi_j = \int M_j \Delta\overline{d\varphi_i} = \frac{\overline{S}_i S_j}{k_\varphi} \qquad (3.2)$$

Jeżeli - jak wspomniano wcześniej - stany „i” obciążenia i przemieszczeń traktujemy jako wirtualne, a stany „j” jako rzeczywiste, to pierwszą i druga zasadę prac wirtualnych z uwzględnieniem więzi sprężystych możemy przedstawić następująco:

Zasada I:

$$\sum_k P_{kj}\overline{\Delta}_{ki} + \sum_r R_{rj}\overline{\Delta}_{ri} = \int M_j \Delta\overline{d\varphi_i} + \int N_j \Delta\overline{dS_i} + \int T_j \Delta dh_i + \sum_s \frac{S_{sj}\overline{S}_{si}}{k_s} \qquad (3.3)$$

Zasada II:

$$\sum_n \overline{P}_{ni}\Delta_{nj} + \sum_r \overline{R}_{ri}\Delta_{rj} = \int \overline{M}_i \Delta d\varphi_j + \int \overline{N}_i \Delta dS_j + \int \overline{T}_i \Delta dh_j + \sum_s \frac{\overline{S}_{si}S_{sj}}{k_s} \qquad (3.4)$$

We wzorach (3.3) i (3.4) indeks „s” oznacza sumowanie po więziach sprężystych (rotacyjnych i translacyjnych)

Uwaga: Odkształcenie podłużne oznaczone we wzorze (3.3) $\overline{\Delta dS_j}$ i (3.4) ΔdS_J w dalszych wykładach opracowywanych przez dr K. Jarczewską będą przyjmowane jako $\overline{\Delta dl}^j$ Δdl^j.