

Statyka Budowli

Laboratorium nr 1

Opracowała: dr inż. Olga Szyłko-Bigus

olga.szylko-bigus@pwr.edu.pl



HR EXCELLENCE IN RESEARCH



Politechnika Wrocławska

Zajęcia laboratoryjno-projektowe

W ramach zajęć do wykonania są 3 projekty;

1. Ćwiczenie:

- Obliczanie przemieszczeń w układach izostatycznych (kratownica).
- Obliczanie przemieszczeń w układach hiperstatycznych (rama).

2. Ćwiczenie II: Metoda przemieszczeń.

3. Ćwiczenie II: Linie wpływu.

Zajęcia laboratoryjno-projektowe

W ramach zajęć do wykonania są 3 projekty;

1. Ćwiczenie (kartkówka na 6 zajęciach):
 - Obliczanie przemieszczeń w układach izostatycznych (kratownica).
 - Obliczanie przemieszczeń w układach hiperstatycznych (rama).
2. Ćwiczenie II: Metoda przemieszczeń (kartkówka na 10 zajęciach).
3. Ćwiczenie II: Linie wpływu (kartkówka na 14 zajęciach).

KARTKÓWKA TRWA 45 MINUT

Warunki zaliczenia projektu

- **Oddanie poprawnie wykonanych ćwiczeń projektowych.** Projekt musi być wykonany poprawnie – w przeciwnym razie należy go poprawić;
- **Zaliczenie każdej kartkówki** (minimalnie na ocenę dostateczną (3,0));
- **Do kartkówki przewidziana jest jedna poprawa.** Do poprawy przystąpić może tylko ten, kto najpóźniej w dniu poprawy odda gotowy projekt
- Poprawa odbywać się będzie na ostatnich zajęciach;
- Zaliczenie można uzyskać jedynie w trakcie trwania semestru
- **Frekwencja – co najmniej 75%;**

Pomoce dydaktyczne

1. Wykład dr inż. Kamila Jarczewska;
2. <http://k3-wbliw.pwr.edu.pl/dydaktyka/studia-stacjonarne-i-stopnia>
3. <https://wbliw.pwr.edu.pl/pracownicy/olga-szylko-bigus>;
4. <https://wbliw.pwr.edu.pl/pracownicy/katarzyna-misiurek>
5. W.Nowacki, Mechanika budowli t.1;
6. Mechanika budowli. Ujęcie komputerowe;
7. A.Chudziński, Statyka Budowli cz.2;
8. A.Cybuski, Z.Grodecki, Statyka ustrojów prętowych t.IV

WIECZÓR Z MECHANIKĄ

Zapraszamy chętnych studentów

(przede wszystkim z semestrów 2-4 studiów I stopnia)

na cykl spotkań

wykładowców ze studentami Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego PWr

mający na celu przybliżenie zagadnień omawianych na przedmiotach:

Mechanika ogólna, Podstawy statyki budowli, Statyka budowli, Mechanika budowli.

😊 Wykłady tworzą funkcjonalną całość 😊

semestr letni 2021/22 – czwartki godz. 19.00 – spotkania zoom

Lp.	Data spotkania	Prowadzący	Główne zagadnienie
1	31.03.2022	Dr inż. Jacek Grosel jacek.grosel@pwr.edu.pl	Wszystko się kręci <i>Analiza kinematyczna układów płaskich. Środki obrotu tarcz.</i>
2	21.04.2022	Dr inż. Katarzyna Misiurek katarzyna.misiurek@pwr.edu.pl	Praca <i>Zasada prac przygotowanych – przykłady.</i>
3	12.05.2022	Dr inż. Olga Szyłko-Bigus olga.szylko-bigus@pwr.edu.pl	Mechanizm pracuje <i>Wykorzystanie pracy mechanizmów - metoda przemieszczeń, linie wpływu.</i>
4	02.06.2022	Dr inż. Ryszard Hołubowski ryszard.holubowski@pwr.edu.pl	Mechaniczna rzeczywistość <i>Podsumowanie dla inżyniera.</i>

Możliwość mailowego zadawania pytań Prowadzącemu w terminie do tygodnia przed planowanym spotkaniem.

Informacje szczegółowe - proszę o kontakt monika.podworna@pwr.edu.pl.

dr hab. inż. Monika Podworna, prof. uczelni

Kierownik Katedry Mechaniki Budowli i Inżynierii Miejskiej K11W02D06

Projekty

- Ćwiczenia projektowe wykonujemy na kartkach formatu A4. Strony ćwiczenia muszą być ponumerowane.
- Pierwsza strona ćwiczenia jest jego okładką na której należy napisać nr ćw., nazwisko i imię, druga kartka to wydany temat, trzecia kartka to spis treści.
- Kolejna kartka ma zawierać dane i szukane (schemat rozwiązywanego układu z wymiarami i obciążeniami).
- Jeśli w temacie lub na zajęciach nie jest wyraźnie zaznaczone, że coś jest obliczane na komputerze to **wszystkie obliczenia wykonujemy ręcznie, wartości i jednostki muszą wynikać z obliczeń, podać używane wzory, wykonać niezbędne szkice**. Na końcu ćwiczenia należy napisać: projekt wykonał/a.
- Przy poprawianiu ćwiczeń należy przekreślić błędne obliczenia tak by były czytelne i wykonywać nowe (obok, powyżej lub na nowych stronach z zaznaczeniem gdzie się te poprawki znajdują). Nie dopuszcza się wyjmowania stron z błędnymi obliczeniami lub poprawianie przez wymazywanie.

Wzór okładki

Politechnika Wroclawska
Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego
Katedra Mechaniki Budowli i Inżynierii Miejskiej

Studia inżynierskie stacjonarne

ĆWICZENIE PROJEKTOWE NR 1 Z PRZEDMIOTU PROJEKTOWEGO STATYKA BUDOWLI

Temat:

- 1. Rozwiązanie kratownicy i wyznaczenie przemieszczeń**
- 2. Rozwiązanie ramy metodą sił i wyznaczenie przemieszczeń**

	Imię i Nazwisko	Data	Podpis
Projektant			
Weryfikator			

Uwagi:

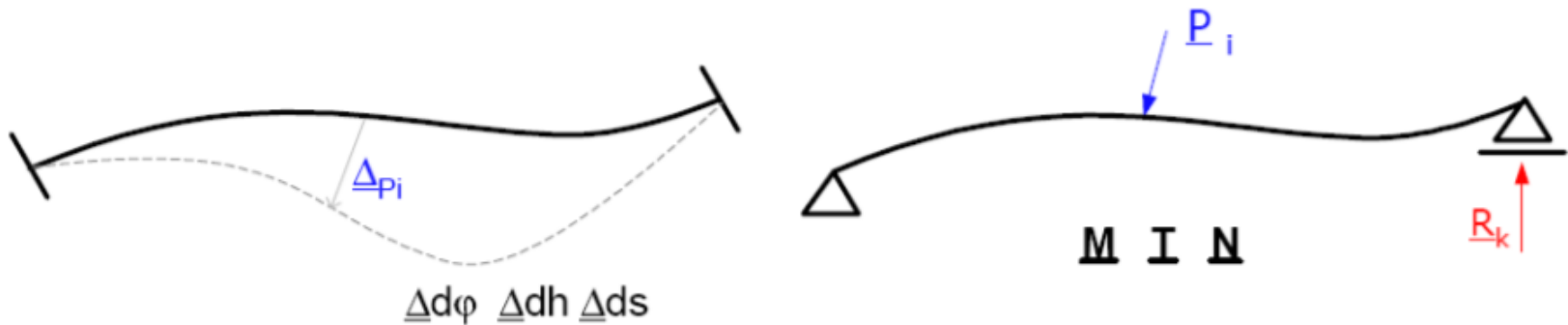
TEMAT 1 ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

Rozwiązanie kratownicy i wyznaczenie przemieszczeń

Wykorzystanie zasady prac przygotowanych do obliczania przemieszczeń w kratownicy

Praca zewnętrznych sił wirtualnych na rzeczywistych przemieszczeniach jest równa pracy wirtualnych sił przekrojowych na rzeczywistych odkształceniach

$$\sum_i \underline{P}_i \Delta p_i + \sum_k \underline{R}_k \Delta r_k = \int \underline{M} \Delta d\varphi + \int \underline{T} \Delta dh + \int \underline{N} \Delta ds$$



$$P_i \cdot \Delta_{iF} = P_i \cdot \Delta_i^F = \sum_p \frac{N_p^i \cdot N_p^F}{E_p A_p} \cdot L_p + \sum_s \frac{S_s^i \cdot S_s^F}{k_s}$$

- obciążenie mechaniczne

$$P_i \cdot \Delta_{i\Delta} = P_i \cdot \Delta_i^\Delta = \sum_p N_p^i \cdot \Delta L_p^\Delta - \sum_r R_r^i \cdot \Delta_r$$

- błędy montażu
i osiadanie podpór

$$P_i \cdot \Delta_{iT} = P_i \cdot \Delta_i^T = \sum_p N_p^i \cdot \Delta L_p^T \quad \text{gdzie} \quad \Delta L_p^T = \alpha_{T_p} \cdot L_p \cdot \Delta T_{o_p} \quad \text{- temperatura}$$

WYKORZYSTANIE ZASADY PRAC PRZYGOTOWANYCH DO OBLICZANIA PRZEMIESZCZEŃ W KRATOWNICY

SYMBOLE oznaczające określone wielkości:

Δ - przemieszczenie (może to być przesunięcie, kąt obrotu lub dowolna suma przemieszczeń a w tym wzajemne przemieszczenie) lub przyrost określonej wielkości

S – siła w więzi sprężystej (moment w więzi rotacyjnej lub siła podłużna w więzi translacyjnej),

k – sztywność więzi sprężystej.

Indeks górny określa przyczynę wywołującą daną wielkość.

Pierwszy indeks dolny określa miejsce działania (występowania) danej wielkości.

Drugi indeks dolny określa, jeśli nie ma indeksu górnego, przyczynę wywołującą daną wielkość, a jeśli jest indeks górny, stanowi uzupełnienie określenia miejsca działania danej wielkości.

Δ_{ij}, Δ_i^j oznaczają przemieszczenie w miejscu i kierunku i wywołane przyczyną oznaczoną symbolem j

N_p^i oznacza siłę osiową w pręcie o numerze p wywołaną przyczyną oznaczoną symbolem i ,

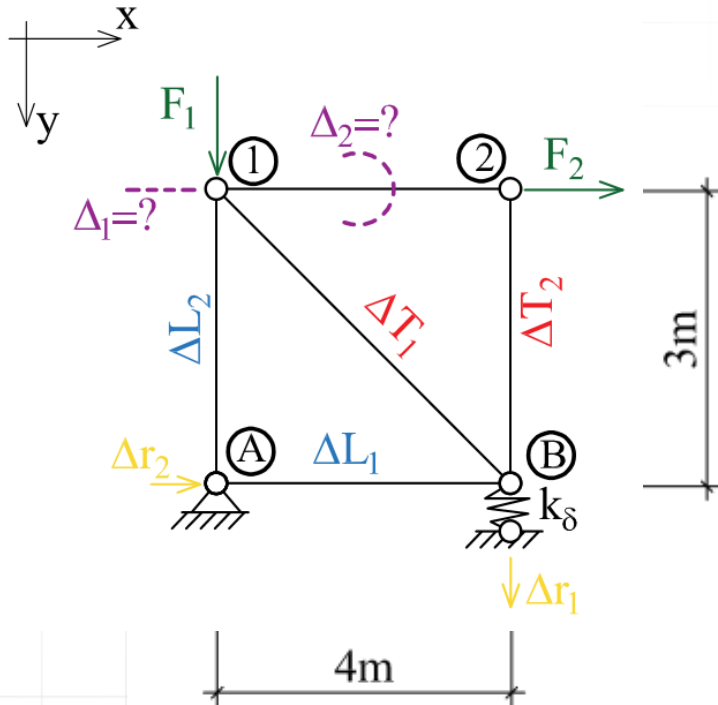
S_s^i oznacza siłę w więzi sprężystej o numerze s wywołaną przyczyną oznaczoną symbolem i .

α_T - współczynnik rozszerzalności termicznej materiału,

Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

Dana jest kratownica płaska izostatyczna o schemacie i obciążeniu mechanicznym i niemechanicznym jak na rysunku. Należy:

- Sprawdzić warunek ilościowy i jakościowy geometrycznej niezmienności układu.
- Wyznaczyć siły osiowe w prętach wywołane zadaniem obciążeniem.
- Zaprojektować wstępnie przekroje prętów tak by wystąpiły pręty o przynajmniej 2 różnych polach przekroju poprzecznego.
- Obliczyć wartości zaznaczonych przemieszczeń od obciążenia.



W obliczeniach przyjąć:

- średni współczynnik obciążenia $\gamma_f = 1.5$
- wytrzymałość obliczeniową stali $f_d = 215 \text{ MPa}$,
- współczynnik sprężystości podłużnej $E = 205 \text{ GPa}$,
- współczynnik rozszerzalności termicznej $\alpha_T = 0.000012/^\circ\text{C}$.

Dane:

$$F_1 = 15 \text{ kN}; F_2 = 12 \text{ kN};$$

$$\Delta T_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}; \Delta T_2 = -20 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\Delta L_1 = 2 \text{ cm}; \Delta L_2 = -3 \text{ cm};$$

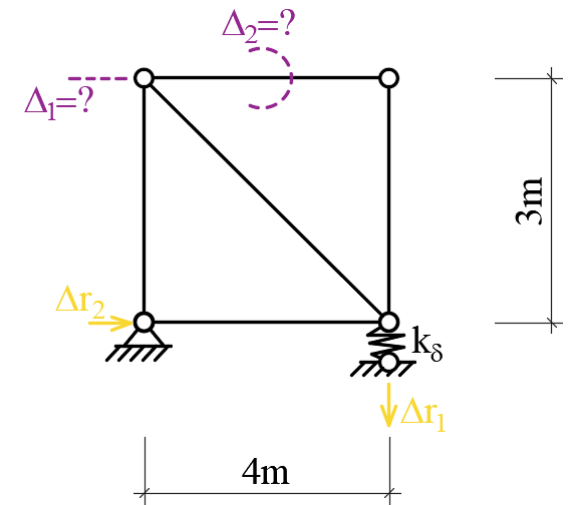
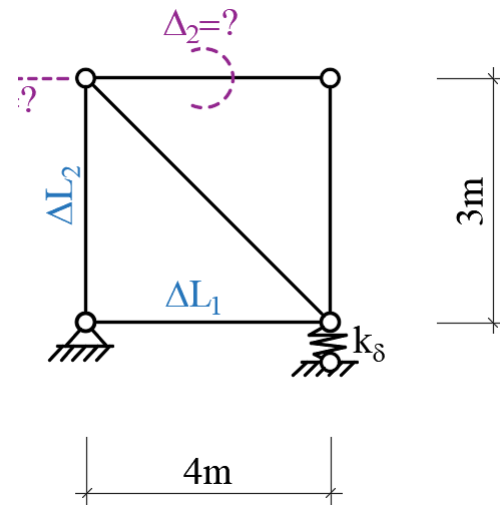
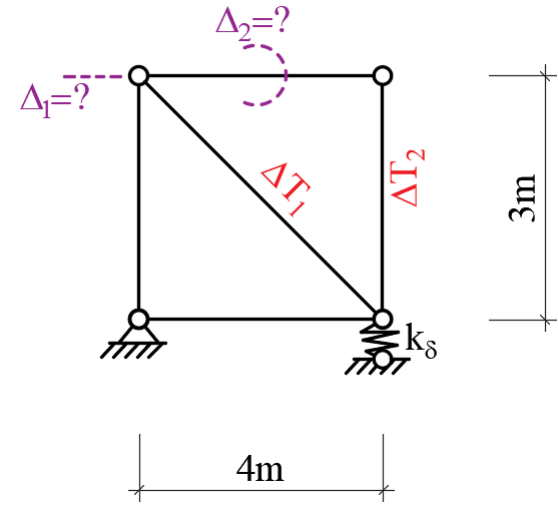
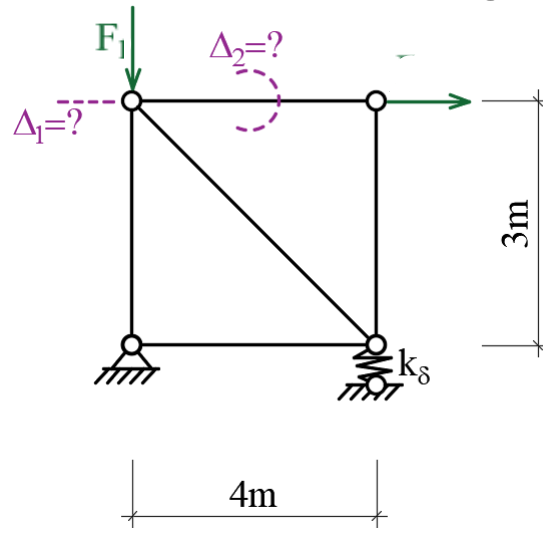
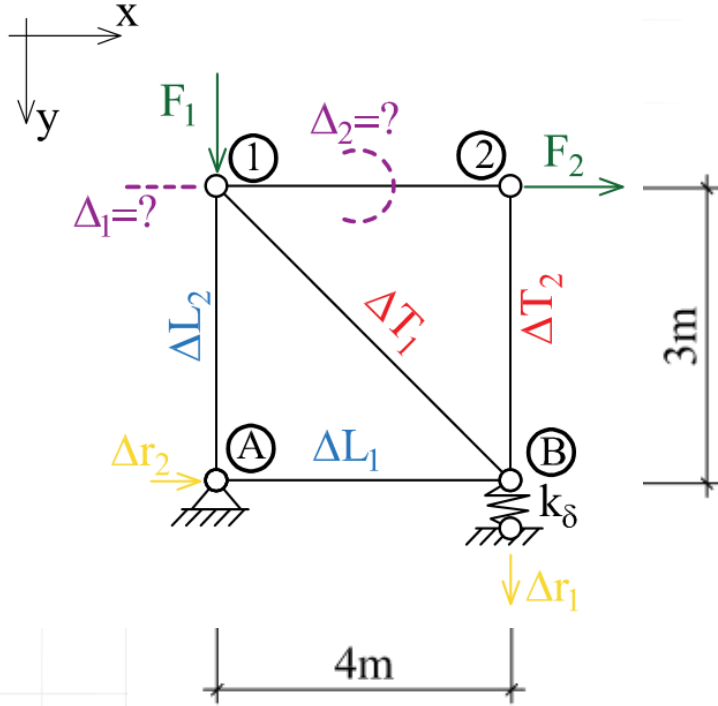
$$\Delta r_1 = 4 \text{ cm}; \Delta r_2 = 5 \text{ cm};$$

$$k_\delta = 0,5 \text{ EA/m}$$

Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

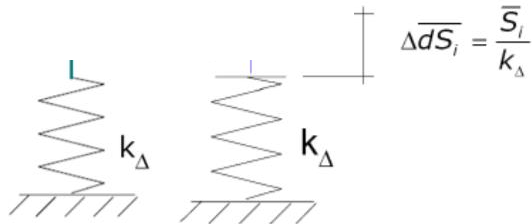
Zadane obciążenie

- Obciążenie siłami
- Temperatura
- Błędy montażu
- Osiadanie podpór



WIĘZI SPRĘŻYSTE

Więż sprężysta translacyjna

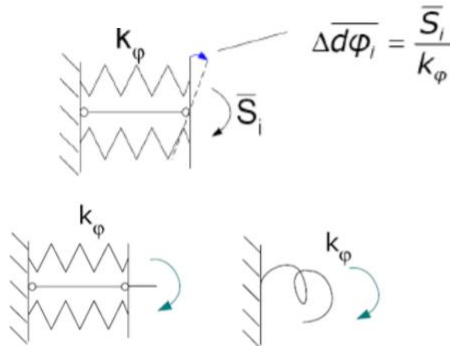


Więzi sprężyste translacyjne charakteryzowane są przez sztywność więzi sprężystej $k_\Delta \left[\frac{kN}{m} \right]$.

Oznacza to, że poszukujemy siły jaką należy przyłożyć, aby ścisnąć lub rozciągnąć sprężynę o 1m.

podatność: $\begin{cases} D_\delta = \frac{1}{k_\delta} \\ D_\Delta = \frac{1}{k_\Delta} \end{cases}$

Więż sprężysta rotacyjna



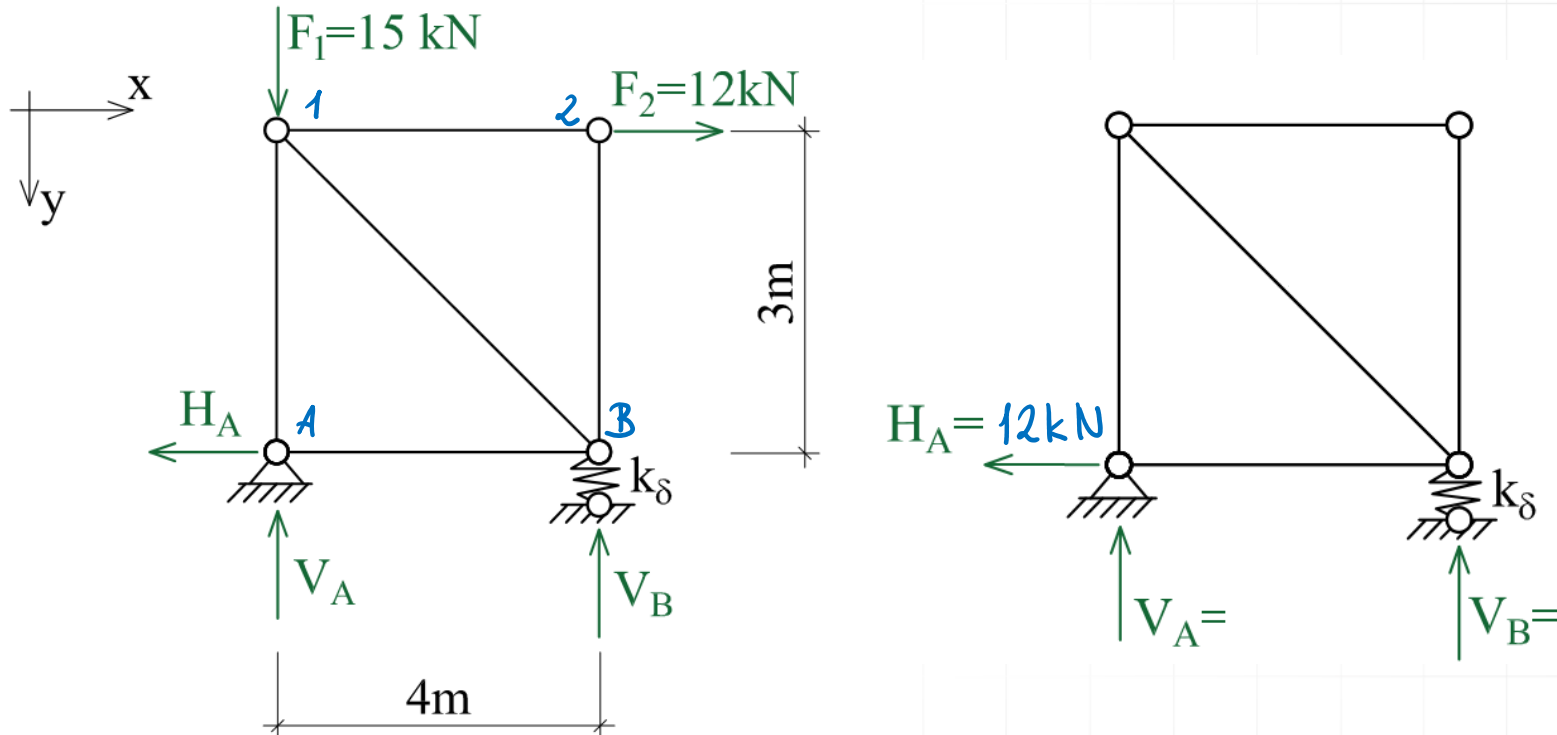
Więzi sprężyste rotacyjne charakteryzowane są przez sztywność więzi sprężystej $k_\phi \left[\frac{kN \cdot m}{rad} \right]$.

Oznacza to, że poszukujemy siły momentowej jaką należy przyłożyć, aby obrócić węzeł o 1rad.

podatność: D_ϕ

Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

1. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia danego.



$$\sum X = 0 \Rightarrow -H_A + F_2 = 0 \Rightarrow H_A = 12 \text{ kN}$$

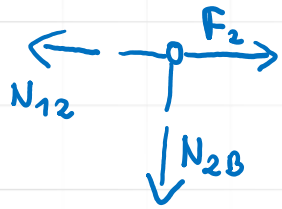
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_B \cdot 4 \text{ m} - F_2 \cdot 3 \text{ m} = 0 \Rightarrow V_B = 9 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow -V_A - V_B + F_1 = 0 \Rightarrow V_A = 6 \text{ kN}$$

Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

1. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia danego.

Węzeł 2

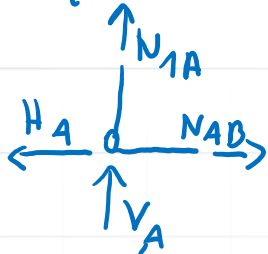


$$\sum X = 0 \Rightarrow N_{12} - F_2 = 0 \Rightarrow$$

$$N_{12} = 12 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow N_{2B} = 0$$

Węzeł A



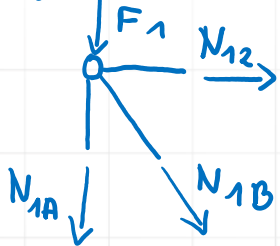
$$\sum X = 0 \Rightarrow -H_A + N_{AB} = 0 \Rightarrow$$

$$N_{AB} = 12 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow V_A + N_{A1} = 0 \Rightarrow$$

$$N_{A1} = -6 \text{ kN}$$

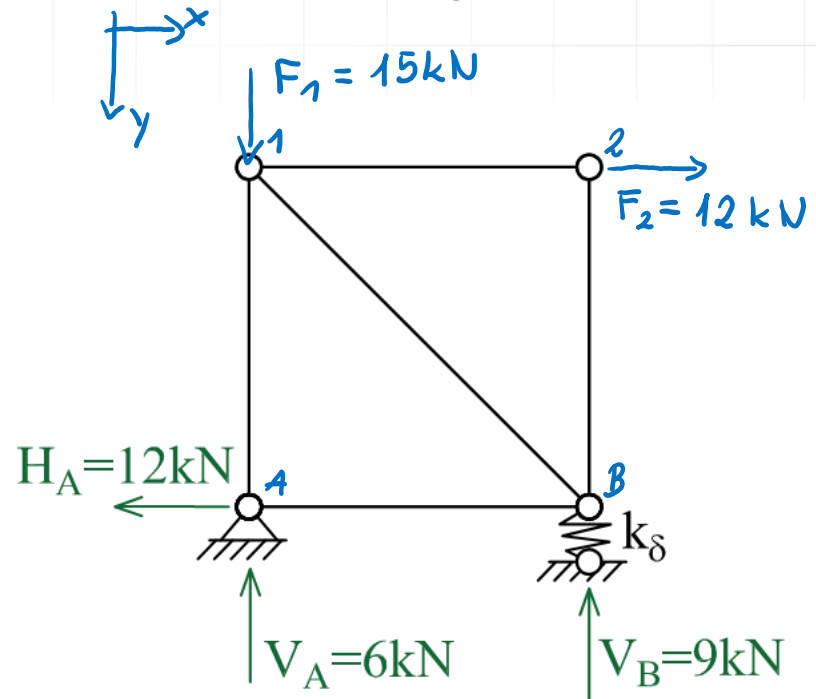
Węzeł 1



$$\sum X = 0 \Rightarrow N_{12} + N_{1B} \cdot \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow N_{1B} = -15 \text{ kN}$$

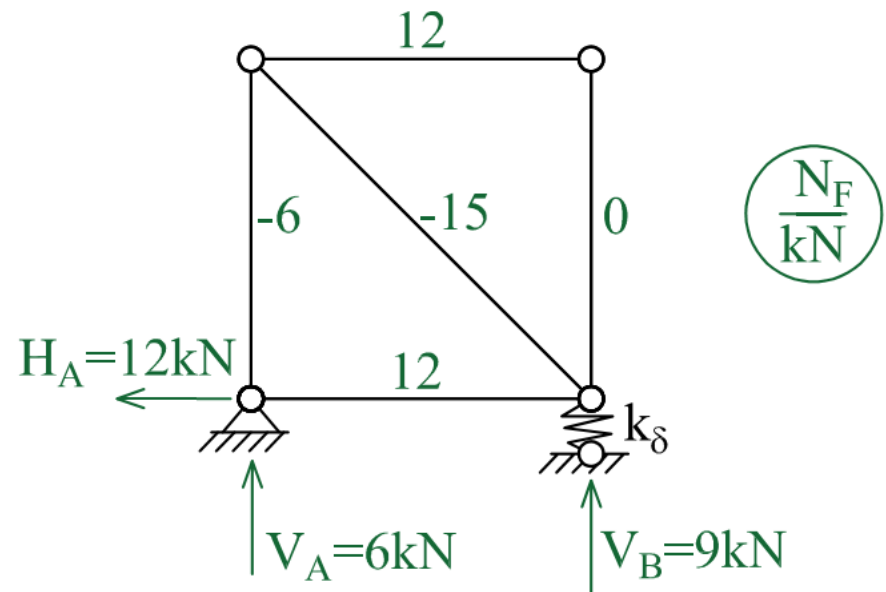
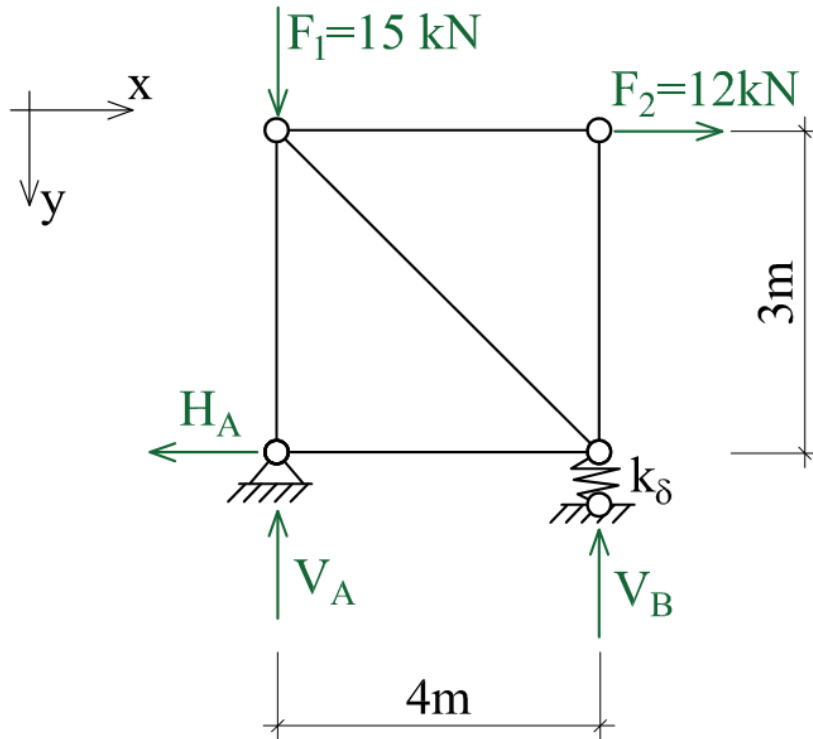
kontrola: $\sum Y = F_1 + N_{1A} + N_{1B} \cdot \frac{3}{5} = 0$

$$15 \text{ kN} - 6 \text{ kN} - 15 \text{ kN} \cdot \frac{3}{5} = 0 \quad \checkmark$$



Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

1. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia danego.



Siła w więzi sprężystej:

$$S_\delta = -V_B = -9 \text{ kN}$$

Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

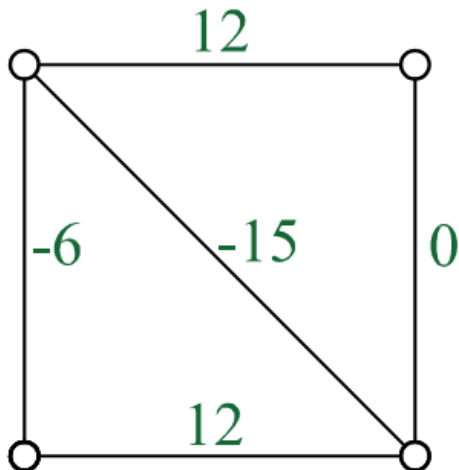
2. Wstępne projektowanie prętów

Projektując pręty kratownicy wychodzimy ze znanej z wytrzymałości materiałów teoretycznej zależności na naprężenia normalne σ przy ścisnaniu/rozciąganiu:

- dla prętów rozciąganych

$$\sigma = \frac{|N_{\max}| \gamma_f}{A^+} \leq f_d$$

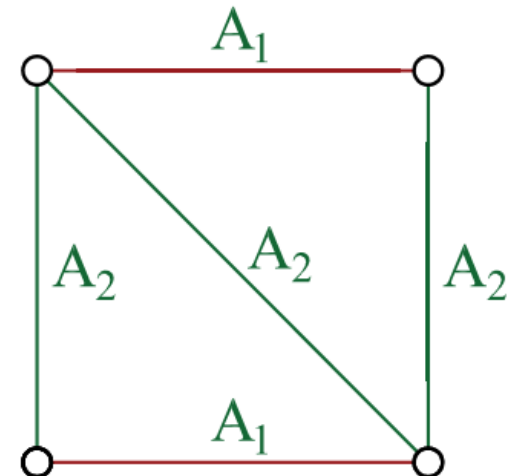
$$A^+ \geq \frac{|N_{\max}| \gamma_f}{f_d}$$



- dla prętów ściskanych

$$\sigma = \frac{|N_{\min}| \gamma_f}{A^- \varphi} \leq f_d$$

$$A^- \geq \frac{|N_{\min}| \gamma_f}{f_d \varphi}$$



Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

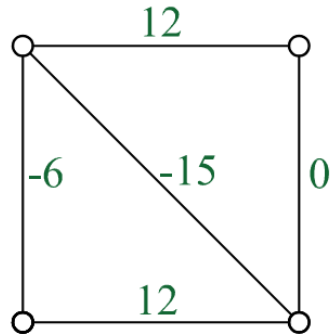
2. Wstępne projektowanie prętów

Projektując pręty kratownicy wychodzimy ze znanej z wytrzymałości materiałów teoretycznej zależności na naprężenia normalne σ przy ścisnaniu/rozciąganiu:

- dla prętów rozciąganych

$$\sigma = \frac{|N_{\max}| \gamma_f}{A^+} \leq f_d$$

$$A^+ \geq \frac{|N_{\max}| \gamma_f}{f_d}$$



$$\left(\frac{N_F}{\text{kN}} \right)$$

- dla prętów ściskanych

$$\sigma = \frac{|N_{\min}| \gamma_f}{A^- \varphi} \leq f_d$$

$$A^- \geq \frac{|N_{\min}| \gamma_f}{f_d \varphi} \quad 0,4 \leq \varphi \leq 0,6$$

Przyjęto $\varphi = 0,5$

$$A^+ \geq \frac{12 \text{ kN} \cdot 1,5}{215 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0,83 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Przyjęto: R 30 x 2,6 $A = 2,24 \text{ cm}^2$

siła w więzi sprężystej:

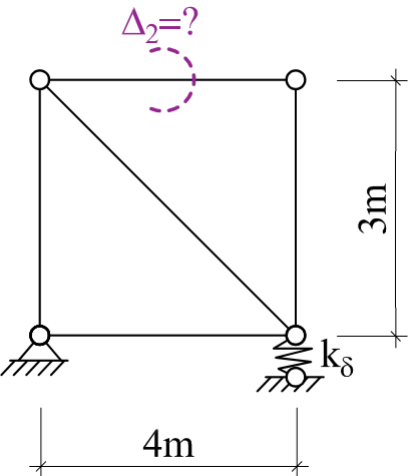
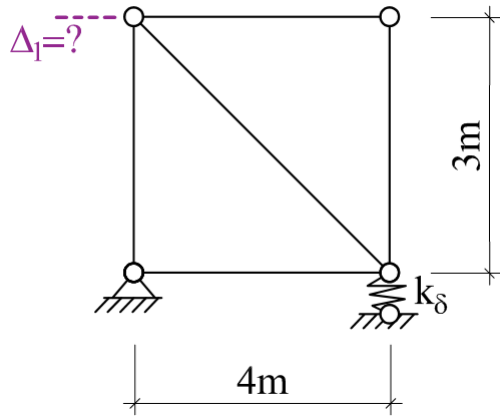
$$k_\delta = 0,5 \frac{EA}{m} = 0,5 \frac{205 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 2,47 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{m} = 25317,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$A^- \geq \frac{15 \text{ kN} \cdot 1,5}{215 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,5} = 2,09 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Przyjęto R 30 x 2,9 $A = 2,44 \text{ cm}^2$

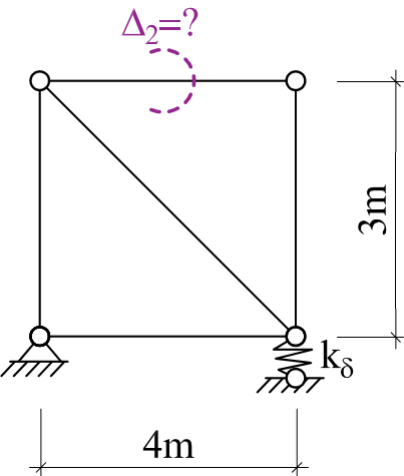
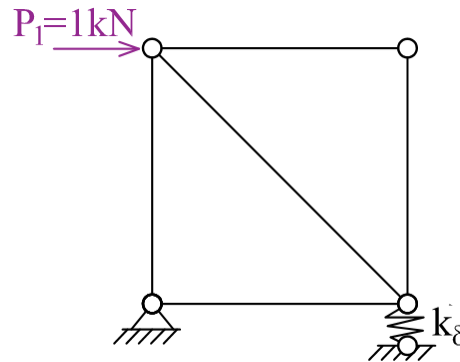
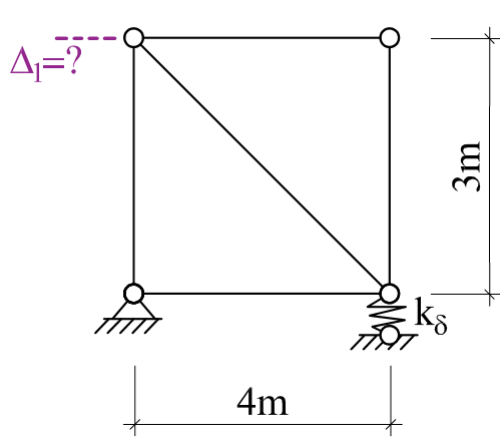
Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

3. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia jednostkowego na kierunku szukanego przemieszczenia



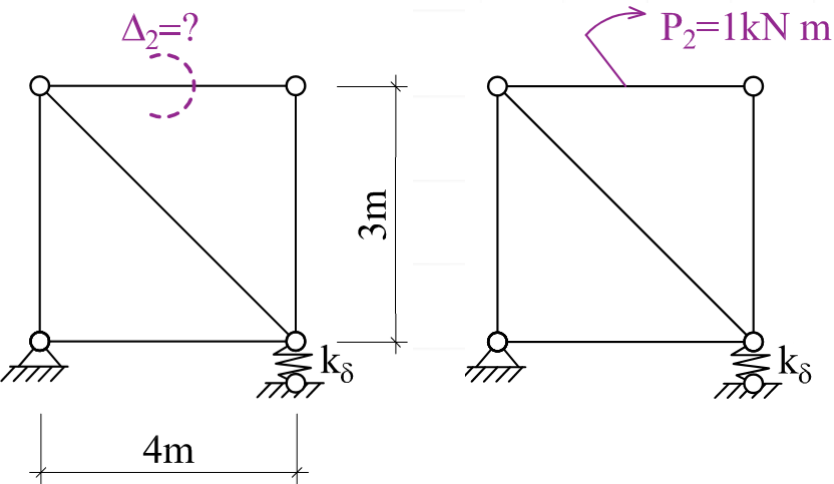
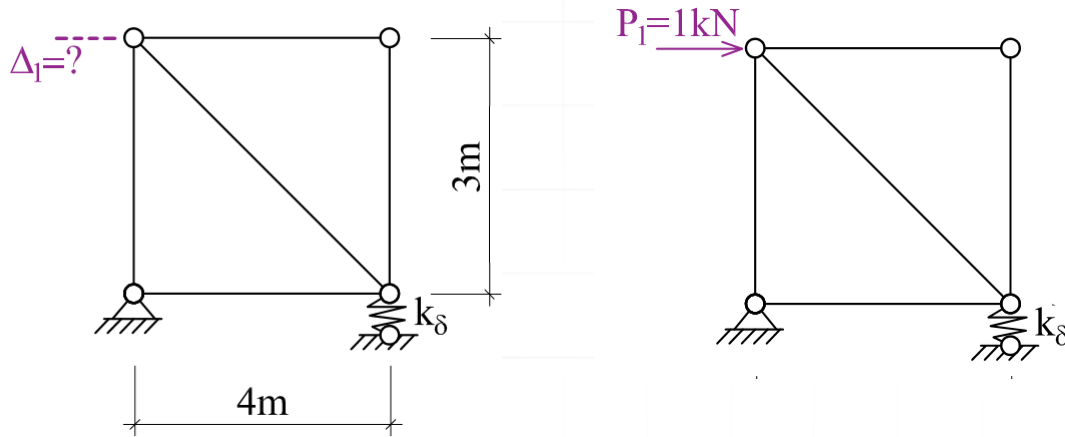
Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

3. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia jednostkowego na kierunku szukanego przemieszczenia



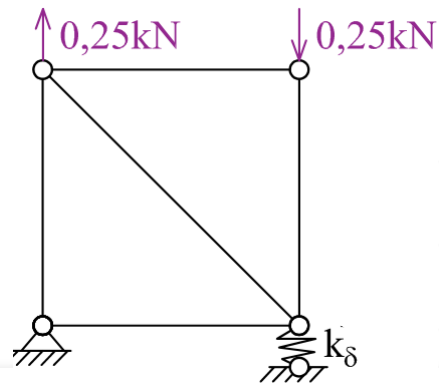
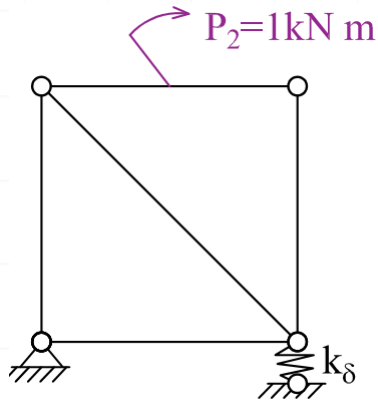
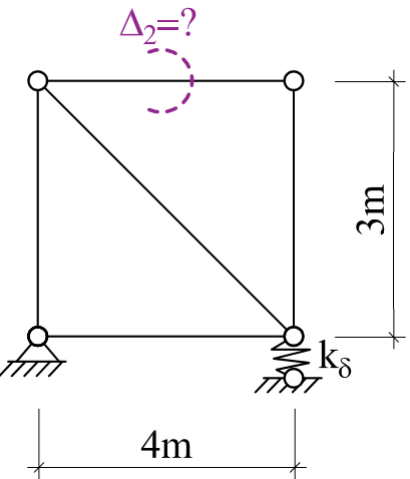
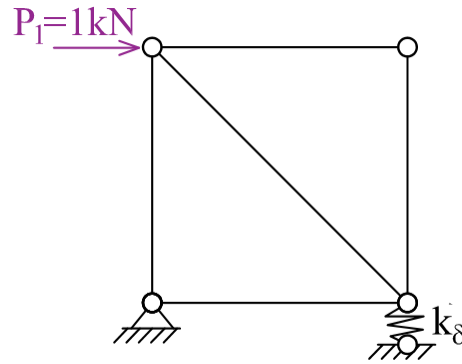
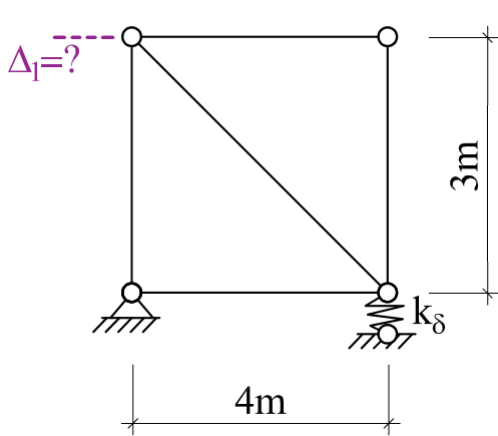
Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

3. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia jednostkowego na kierunku szukanego przemieszczenia



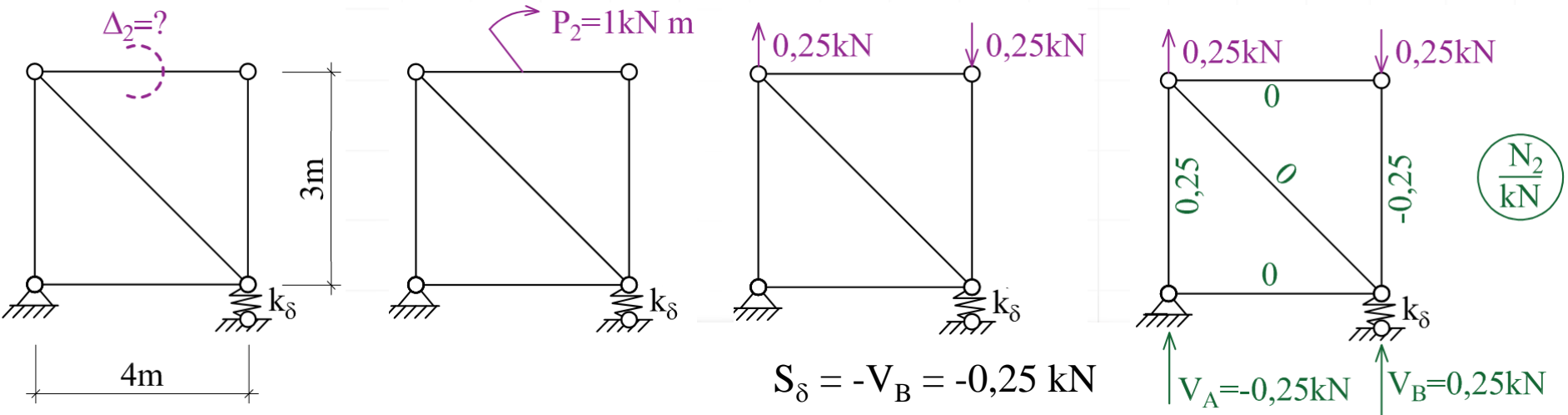
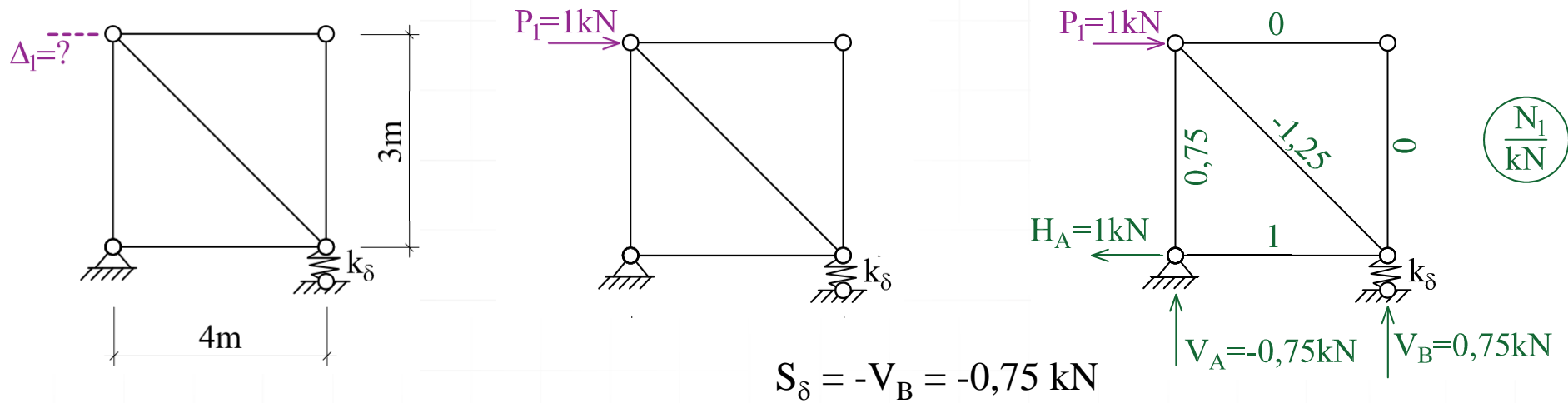
Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

3. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia jednostkowego na kierunku szukanego przemieszczenia



Obliczenie przemieszczeń w kratownicy

3. Rozwiązanie kratownicy od obciążenia jednostkowego na kierunku szukanego przemieszczenia *Wyniki z programu ROBOT*



4.1 Obliczenie szukanych przemieszczeń od obciążenia danego

$$P_1 \cdot \Delta_{1F} = \sum_p \left(\frac{N^1 \cdot N^F}{EA} \cdot L \right)_p + \sum_s \frac{S_s^1 \cdot S_s^F}{k_s},$$

$$P_2 \cdot \Delta_{2F} = \sum_p \left(\frac{N^2 \cdot N^F}{EA} \cdot L \right)_p + \sum_s \frac{S_s^2 \cdot S_s^F}{k_s}$$

Oznaczenie pręta	EA	L	k_δ	N_F	N_1	N_2	$\frac{N_F \cdot N_1}{EA} \cdot L / \text{kN}$	$\frac{N_F \cdot N_2}{EA} \cdot L / \text{kNm}$
	kN	m	kN/m	kN	kN	kN	m	-
1-2	45 920	4	-	12	0	0	0	0
1-A	50 635	3	-	-6	0,75	0,25	-0,00027	-0,000089
1-B	50 635	5	-	-15	-1,25	0	0,00185	0
A-B	45 920	4	-	12	1	0	0,00104	0
2-B	50 635	3	-	0	0	-0,25	0	0
Więź sprężysta			25317,5	-9	-0,75	-0,25	0,000027	0,0000089
							0,0029	0

4.2 Obliczenie szukanych przemieszczeń od zmian temperatury

$$P_1 \cdot \Delta_{1T} = \sum_p (N^1 \cdot \Delta L^T)_p = \sum_p (N^1 \cdot \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot L)_p, \quad P_2 \cdot \Delta_{2T} = \sum_p (N^2 \cdot \Delta L^T)_p = \sum_p (N^2 \cdot \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot L)_p$$

Oznaczenie pręta	α_T	L	ΔT_o	N_1	N_2	$N_1 \cdot \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot L / \text{kNm}$	$N_2 \cdot \alpha_T \cdot \Delta T_o \cdot L / \text{kNm}$
	/°C.	m	kN/m	kN	kN	m	-
1-2	0.000012	4	0	0	0	0	0
1-A	0.000012	3	0	0,75	0,25	0	0
1-B	0.000012	5	10	-1,25	0	-0,00075	0
A-B	0.000012	4	0	1	0	0	0
2-B	0.000012	3	-20	0	-0,25	0	0,00018
						-0,00075	0,00018

4.3 Obliczenie szukanych przemieszczeń od błędów montażu i osiadania podpór

$$P_1 \cdot \Delta_{1\Delta} = \sum_p (N^1 \cdot \Delta L^\Delta)_p - \sum_r R_r^1 \cdot \Delta_r,$$

$$P_2 \cdot \Delta_{2\Delta} = \sum_p (N^2 \cdot \Delta L^\Delta)_p - \sum_r R_r^2 \cdot \Delta_r$$

Oznaczenie pręta	ΔL	N_1	N_2	$N_1 \cdot \Delta L / kN$	$N_2 \cdot \alpha_T \cdot \Delta T_O \cdot L / kNm$
	m	kN	kN	m	-
1-2	0	0	0	0	0
1-A	-0,03	0,75	0,25	-0,0225	-0,0075
1-B	0	-1,25	0	0	0
A-B	0,02	1	0	0,02	0
2-B	0	0	-0,25	0	0
				-0,0025	-0,075

Oznaczenie pręta	Δr	R_1	R_2	$-R_1 \cdot \Delta r / kN$	$-R_2 \cdot \Delta r / kNm$
	m	kN	kN	m	-
H_A	-0,05	1	0	0,05	0
V_B	-0,04	0,75	0,25	0,03	0,01
				0,08	0,01

Zadanie domowe (projekt nr 1, zadanie nr 1):

1. Sprawdzenie SW i GN układu
2. Obliczenie sił osiowych od zadanego obciążenia mechanicznego
3. Wstępne zaprojektowanie przekrojów poprzecznych prętów kratownicy
4. Zainstalować program Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2022