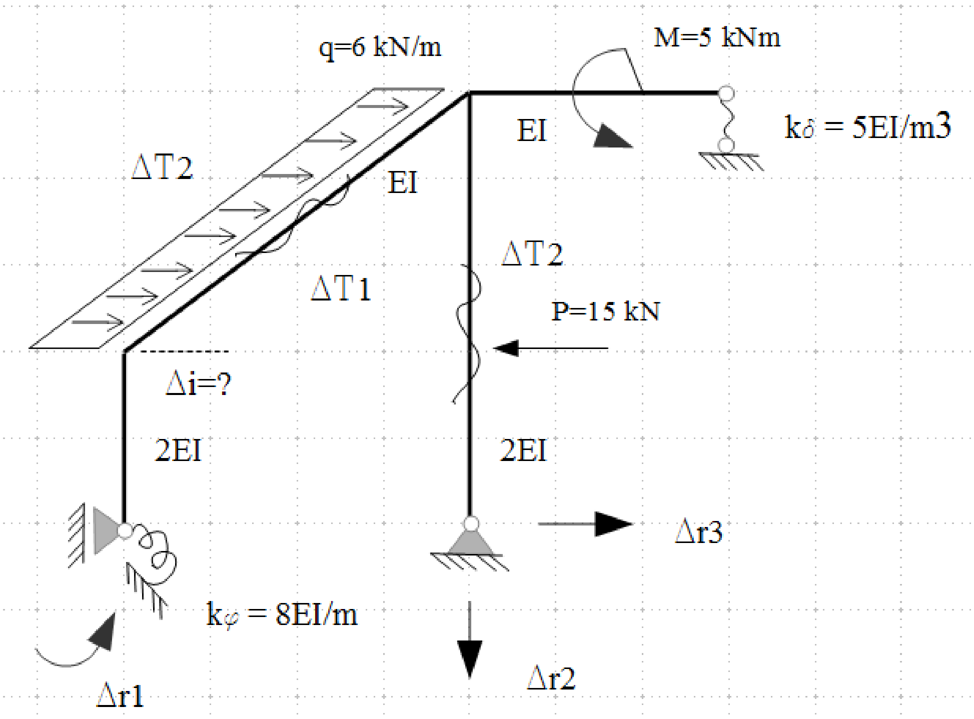
ZADANIE 2.

Dana jest rama hiperstatyczna o schemacie i obciążeniu mechanicznym i niemechanicznym jak na rysunku.

Należy:

- Sprawdzić warunek ilościowy i jakościowy geometrycznej niezmienności układu.
- Stosując metodę sił rozwiązać ją od zadanego obciążenia siłami.
- Następnie rozwiązać zadany układ od obciążenia niemechanicznego.
- Przeprowadzić kontrolę rozwiązania w obu przypadkach (sprawdzić jego statyczną i kinematyczną dopuszczalność).
- Obliczyć wartość przemieszczenia w zaznaczonym miejscu oddzielnie od obu obciążeń.



Rys.1.

Wymiary: kratka 1m x1m

Dane:

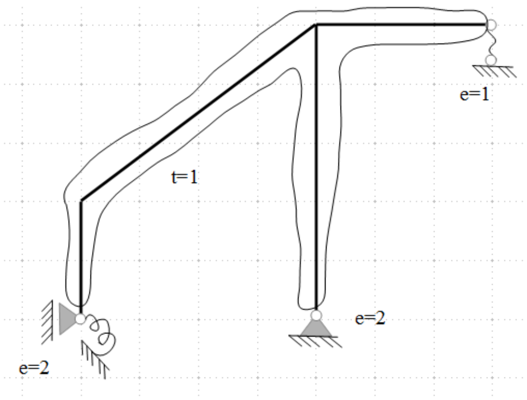
$\Delta r1=8^{\circ}$; $\Delta r2=3cm$; $\Delta r3=2cm$; $\Delta T1=20^{\circ}C$; $\Delta T2=-10^{\circ}C$; $\alpha t=1.2\ 10^{-5}$; h=0.2m (przekroje symetryczne),

$EA=GA=\infty$

Szukane:

1) Wykresy sił przekrojowych w ramie z Rys.1 od wszystkich wpływów obciążeń.: M^F ; V^F; N^F; M^T ; V^T; N^T; $M^{\Delta r}$; $V^{\Delta r}$; $N^{\Delta r}$
2) Wartość zaznaczonego na rysunku nr1 przmieszczenia od wszystkich wpływów obciążeń Δi^F ; Δi^T $\Delta i^{\Delta r}$

I. SPRAWDZENIE GEOMETRYCZNEJ NIEZMIENNOŚCI (GN) i STATYCZNEJ WYZNACZALOŚCI (SW) ANALIZOWANEGO UKŁADU



Rys.2.

- sprawdzenie warunku ilościowego geometrycznej niezmienności: $e \geq 3t$

$e = 5$ – liczba więzi zewnętrznych i wewnętrznych
$t = 1 -$ liczba tarcz tworzących graf otwarty
$5 \neq 3 \cdot 1;\ (e > 3t)$

- ✓ Warunek ilościowy GN spełniony
- ✓ Układ jest SN niewyznaczalny $e > 3t$, stopień statycznej niewyznaczalności wynosi $n_h = e - 3t = 2$

- sprawdzenie warunku jakościowego geometrycznej niezmienności:

Układ tworzy jedną tarczę, która podparta jest z ostoją trzema niezbieżnymi więziami, stąd na mocy twierdzenia o dwóch tarczach układ tworzy tarczę nieruchomą (prawidłowo odebrane są trzy stopnie swobody): $t1 + t\,0 = t0$

- ✓ Warunek jakościowy GN spełniony

Wniosek:

Wobec spełnionego warunku ilościowego i jakościowego geometrycznej niezmienności układ jest **geometrycznie niezmienny (GN)** . Układ jest **statycznie niewyznaczalny (SN)** o stopniu statycznej niewyznaczalności $n_h = e - 3t$ (układ hiperstatyczny)

Ponieważ analizowany układ jest statycznie niewyznaczalny (SN) nie można wyznaczyć reakcji i sił przekrojowych wykorzystują jedynie warunki równowagi płaskiego układu sił (do wyznaczenia wszystkich reakcji zabraknie n_h równań równowagi sił). Aby wyznaczyć reakcje i sił przekrojowe w zadanej ramie zastosowana zostanie **METODA SIŁ**, jedna z metod rozwiązywanie układów SN i GN.

II. ROZWIĄZANIE UKŁADU SN I GN METODĄ SIŁ

1. Określenie stopnia statycznej niewyznaczalności

(określenie liczby niewiadomych w zadaniu metody sił)

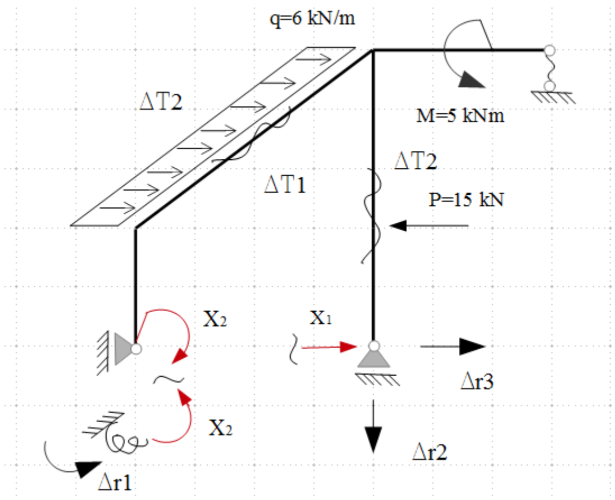
$n_h = e - 3t = 2$

2. Dobór schematu podstawowego metody sił

(ustalenie, które siły będą uznane za niewiadome w zadaniu metody sił)

Schemat podstawowy metody sił tworzy się poprzez przecięcie w układzie SN łącznie n_h więzi (zewnętrznych, wewnętrznych) i wstawienie w miejscu i na kierunku przeciętych więzi n_h niewiadomych sił, zwanych siłami hiperstatycznymi, które oznaczane są symbolem X_j $(X_1, X_2 \ldots\ldots X_{n_h})$. Warunkiem wyboru więzi, które należy przeciąć jest zachowanie geometrycznej niezmienności układu jaki powstanie po przecięciu danych więzi, stąd przecina się więzi warunkowe, a nie więzi konieczne.

Uwaga: układ podstawowy metody sił musi być układem GN



Rys.3. Przyjęty schemat podstawowy metody sił

Niewiadome w zadaniu metody sił są wybrane siły X_1, X_2

$$X_1 = ?, \quad X_2 = ?$$

3. Układ równań warunkowych metody sił

(wyznaczenie dodatkowych równań z których wyliczy się wartości niewiadomych X_j)

Równania z których wyznacza się wartości sił hiperstatycznych $(X_1, X_2 \ldots\ldots X_{n_h})$ wynikają z warunku zgodności przemieszczeń i odkształceń konstrukcji zadanej i podstawowej, czyli z ograniczeń jakie nakłada się na przemieszczenia konstrukcji w miejscu i na kierunku przeciętych więzi warunkowych w układzie podstawowym. Przemieszczenie względne każdej przeciętej więzi w schemacie podstawowym wywołane zadanym obciążeniem i obciążeniem siłami hiperstatycznymi X_j wynosi zero ($\Delta_i^0 = 0$), ponieważ w schemacie zadanym SN te więzi warunkowe nie są przecięte. Uzyskuję się w ten sposób zgodność przemieszczeń w układzie zadanym i podstawowym.

Ogólna postać układu równań metody sił (liczba równań wynosi n_h):

$$\boxed{\sum_{i,j} \delta_{ij} X_j + \delta_{i0} = \Delta_i^0, \qquad i,j \in \{1,2 \dots, n_h\}}$$

δ_{ij} –przemieszczenie w układzie podstawowym w miejscu i na kierunku wstawionej „i"-tej siły hiperstatycznej wywołane jedynie obciążeniem stojącym w miejscu i na kierunku „j"-tej siły hiperstatycznej o jednostkowej wartości siły.

δ_{i0} –przemieszczenie w układzie podstawowym w miejscu i na kierunku wstawionej „i"-tej siły hiperstatycznej wywołane jedynie obciążeniem zadanym (mechanicznym, nie mechanicznym)

Δ_i^0- przemieszczenie względne w układzie zadanym SN w miejscu i na kierunku „i"-tej przecinanej w schemacie podstawowym więzi hiperstatycznej, wywołane zadanym obciążeniem.

Uwaga:
X_j – w równaniu metody sił jest współczynnikiem przeskalowania przemieszczenia δ_{ij}
Wówczas iloczyn $\delta_{ij} X_j$ określa wartość przemieszczenia w układzie podstawowym w miejscu i na kierunku wstawionej „i"-tej siły hiperstatycznej, które jest wywołane obciążeniem stojącym w miejscu i na kierunku „j"-tej siły hiperstatycznej siłą o wartości X_j

Przy $n_h = 2$ układy równań metody sił w zależności od zadanego obciążenia są następujące:

- obciążenie mechaniczne (F)
$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1F} &= \Delta_1^F \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2F} &= \Delta_2^F \end{aligned} ; \qquad \Delta_1^F = \Delta_2^F = 0$$

- obciążenie w postaci zmian temperatury (T)
$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1T} &= \Delta_1^T \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2T} &= \Delta_2^T \end{aligned} ; \qquad \Delta_1^T = \Delta_2^T = 0$$

- obciążenie osiadaniem podpór (Δr)
$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1\Delta r} &= \Delta_1^{\Delta r} \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2\Delta r} &= \Delta_2^{\Delta r} \end{aligned} ; \qquad \Delta_1^{\Delta r} = \Delta_2^{\Delta r} = 0$$

Uwaga: W zależności od rodzaju obciążenia konstrukcji zmianie ulegają jedynie współczynniki będące wyrazami wolnymi układu równań metody sił.

4. Wyznaczenie współczynników układu równań metody sił

Do wyliczenia współczynników układu równań metody sił, które określają wartości przemieszczeń w schemacie podstawowym w miejscu i na kierunku „i"-tych sił hiperstatycznych od poszczególnych obciążeń, wykorzystuje się zasadę prac przygotowanych.

Uwaga 1:
Zasada prac przygotowanych przy obciążeniu „i" jako stanie wirtualnym ($i = 1kN$ lub $i = 1kNm$) oraz obciążeniu „j" jako stanie rzeczywistym w postaci obciążenia mechanicznego przyjmuje ogólną postać:

$$i \cdot \delta_{ij} = \sum_p \left(\int \bar{N}^i \cdot \frac{\bar{N}^j}{EA} dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{V}^i \cdot \kappa \frac{\bar{V}^j}{GA} dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{M}^i \cdot \frac{\bar{M}^j}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^i \cdot \bar{S}_m^j}{k_m}$$

W przypadku gdy EA=GA=∞ człony w równaniu prac określające pracę wirtualnych sił tnących i sił osiowych na rzeczistych odkształcenia odpowiednio postaciowych i podłużnych znikają ponieważ
$\sum_p \left(\lim_{EA\to\infty} \int \bar{N}^i \frac{\bar{N}^j}{EA} dx \right)_p = 0, \ \sum_p \left(\lim_{GA\to\infty} \int \bar{V}^i \kappa \frac{\bar{V}^j}{GA} dx \right)_P = 0$

Uwaga 2:

Do wyliczenia całek ze wzoru zamieszczonego w uwadze nr1 wykorzystuje się odpowiednie wzory numerycznego całkowania.

Uwaga 3:

Należy rozwiązać schemat podstawowy od:

- obciążenia jednostkowego (pozostałe obciążenia w schemacie podstawowym są zerowe) stającego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszenia

- obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (pozostałe obciążenia w schemacie podstawowym są zerowe).

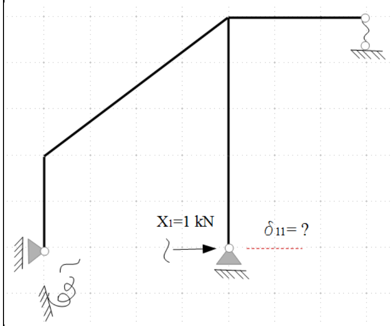
W projekcie wszystkie wykresy sił przekrojowych w układzie podstawowym (GN i SW) niezbędne do wyznaczenia współczynników układów równań wykonuje się ręcznie wykorzystując warunki równowagi płaskiego układu sił i obliczenia dołącza się do projektu.

W analizowanej ramie aby wyznaczyć współczynniki metody sił należy wyliczyć następujące siły wewnętrzne:

$(\bar{M}^{X1=1}\bar{N}^{X1=1}, \bar{S}_m^{X1=1}, \bar{M}^{X2=1}\bar{N}^{X2=1}, \bar{S}_m^{X2=1}, \bar{M}^F, \bar{S}_m^F, \bar{M}^T, \bar{S}_m^T, \bar{M}^{\Delta r}, \bar{S}_m^{\Delta r})$

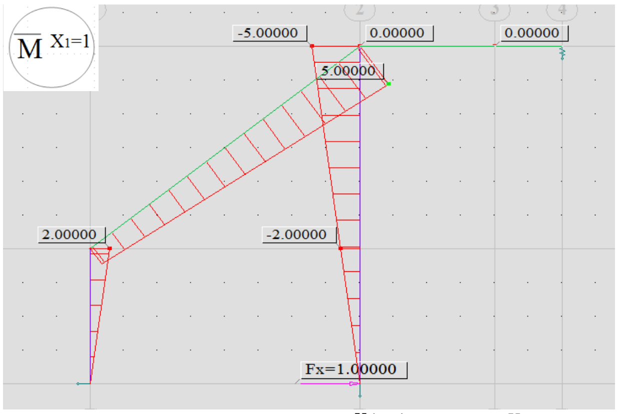
Zamieszczone poniżej wykresy sił przekrojowych niezbędne do wyliczenia współczynników układu równań metody sił uzyskano w programie Robot Structural Analysis

δ_{11} =?



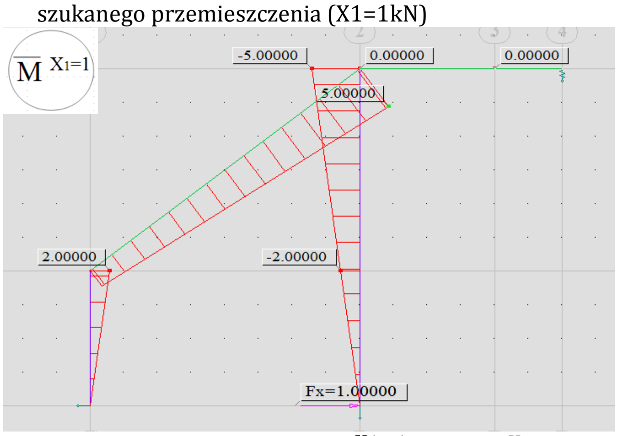
$$1kN \cdot \delta_{11} = \sum_p \left(\int \bar{M}^{X1=1} \frac{\bar{M}^{X1=1}}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X1=1} \cdot \bar{S}_m^{X1=1}}{k_m}$$

1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (X1=1kN)



$\bar{S}_\delta^{X1=1} = 0,\ \ \bar{S}_\phi^{X1=1} = 0$

2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X1=1kN)



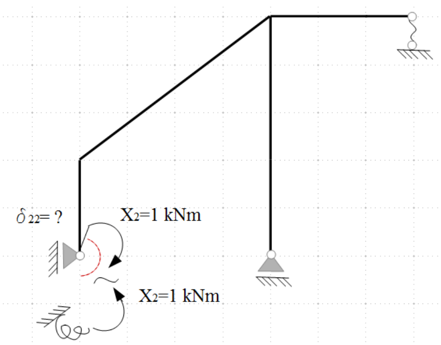
$\bar{S}_\delta^{X1=1} = 0,\ \ \bar{S}_\phi^{X1=1} = 0$

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$\begin{aligned} 1kN \cdot \delta_{11} &= \frac{1}{2\text{EI}} \cdot \frac{1}{2} 2m \cdot\ 2\text{kNm} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\text{kNm} + \frac{1}{2\text{EI}} \cdot \frac{1}{2} 5m\ \cdot (-5\text{kNm}) \cdot \frac{2}{3} (-5\text{kNm}) \\ &+ \frac{1}{\text{EI}} \frac{5m}{6} (2\text{kNm}\ \cdot 2\text{kNm} + 43.5\text{kNm}\ \cdot 3.5\text{kNm} + 5\text{kNm} \cdot\ 5\text{kNm}) \\ &= 87.1666 \frac{kN^2m^3}{EI} /: 1\text{kN} \end{aligned}$$

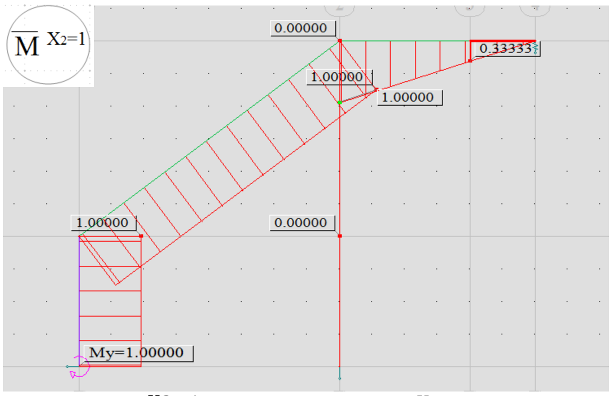
$$\boldsymbol{\delta_{11} = 87.1666 \frac{kNm^3}{EI}}$$

δ_{22} =?



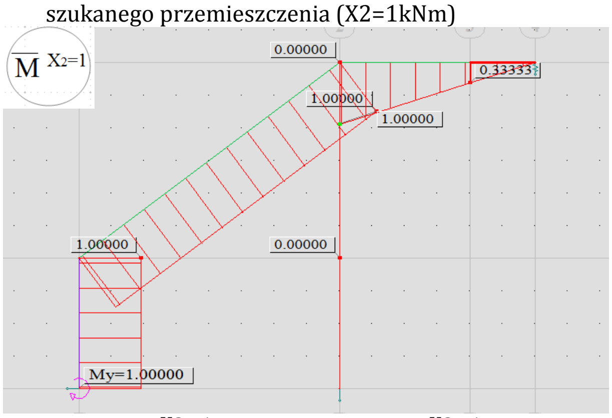
$$1kNm \cdot \delta_{22} = \sum_p \left(\int \bar{M}^{X2=1} \frac{\bar{M}^{X2=1}}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X2=1} \cdot \bar{S}_m^{X2=1}}{k_m}$$

1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (X2=1kNm)



$\bar{S}_{\delta}^{X2=1} = -0.333kN,\ \bar{S}_{\phi}^{X2=1} = -1kNm$

2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X2=1kNm)



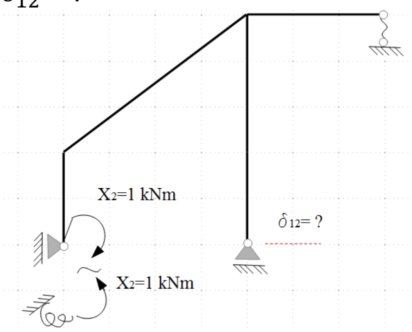
$\bar{S}_{\delta}^{X2=1} = -0.333kN,\ \bar{S}_{\phi}^{X2=1} = -1kNm$

2) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$1kNm \cdot \delta_{22} = \frac{1}{2\mathrm{EI}} \cdot 2m \cdot 1\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot 5m \cdot 1\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} +$$
$$+ \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2} 3m \cdot 1\mathrm{kNm} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1\mathrm{kNm} + \frac{(-1\mathrm{kNm}) \cdot (-1\mathrm{kNm})}{8\,\mathrm{EI}/m} + \frac{-0.333\mathrm{kN} \cdot (-0.333\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3}$$
$$= 7.1471778 \frac{kN^2 m^3}{EI} /: 1kNm$$

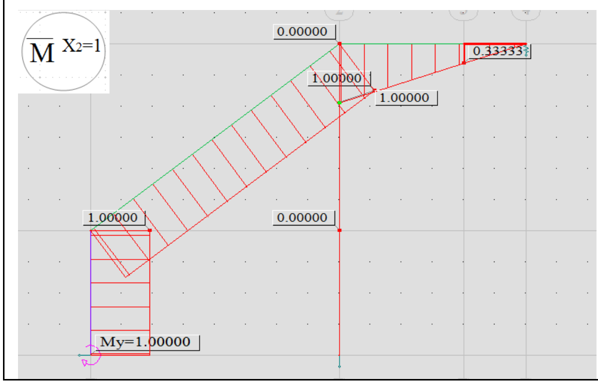
$$\boldsymbol{\delta_{22} = 7.1471778 \frac{kNm^2}{EI}}$$

$\delta_{12} = ?$

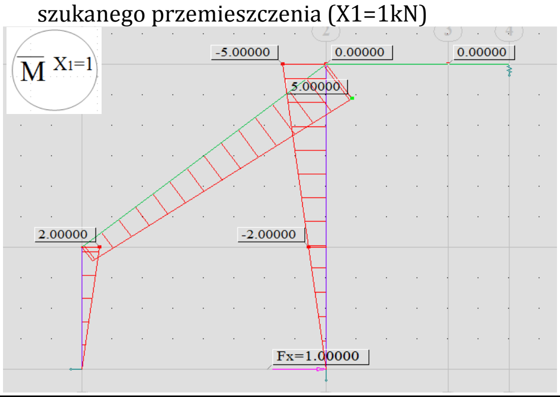


$$1kN \cdot \delta_{12} = \sum_p \left(\int \bar{M}^{X1=1} \frac{\bar{M}^{X2=1}}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X1=1} \cdot \bar{S}_m^{X2=1}}{k_m}$$

1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (X2=1kNm)



2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X1=1kN)



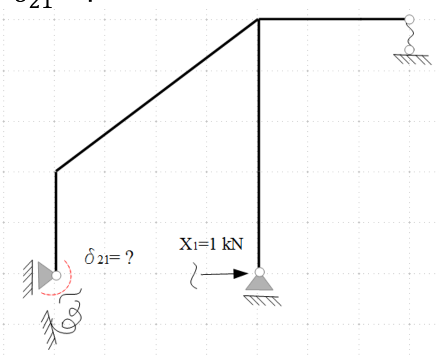
$\bar{S}_{\delta}^{X2=1} = -0.333kN,\ \ \bar{S}_{\phi}^{X2=1} = -1kNm$ $\qquad$ $\bar{S}_{\delta}^{X1=1} = 0kN,\ \ \bar{S}_{\phi}^{X1=1} = 0kNm$

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$1kN \cdot \delta_{12} = \frac{1}{2\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2} 2m \cdot\ 2\mathrm{kNm}\ \cdot 1\mathrm{kNm} + \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2}(2\mathrm{kNm} + 5\mathrm{kNm}) \cdot 5\mathrm{m} \cdot 1\mathrm{kNm} + \frac{(-1\mathrm{kNm}) \cdot 0\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m} + \frac{0\mathrm{kN} \cdot (-0.333\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} = 18.5\frac{kN^2m^3}{EI} /{:}\, 1\mathrm{kN}$$

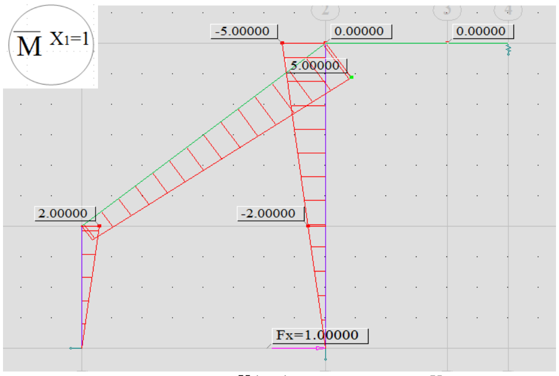
$$\boldsymbol{\delta_{12} = 18.5\frac{kNm^3}{EI}}$$

δ_{21} =?



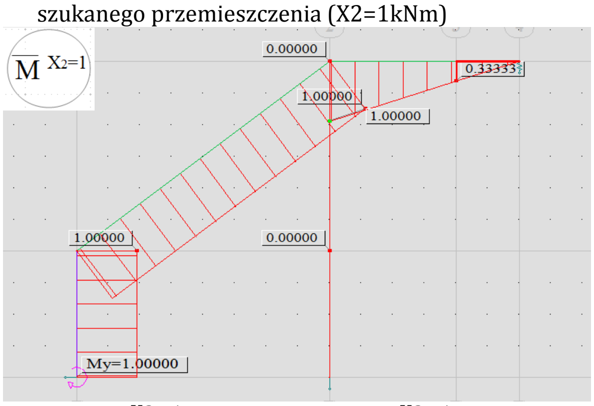
$$1kNm \cdot \delta_{21} = \sum\nolimits_p \left(\int \bar{M}^{X2=1} \frac{\bar{M}^{X1=1}}{EI} dx\right)_p + \sum\nolimits_m \frac{\bar{S}_m^{X2=1} \cdot \bar{S}_m^{X1=1}}{k_m}$$

1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (X1=1kN)



$\bar{S}_{\delta}^{X1=1} = 0kN,\ \ \bar{S}_{\phi}^{X1=1} = 0kNm$

2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X2=1kNm)



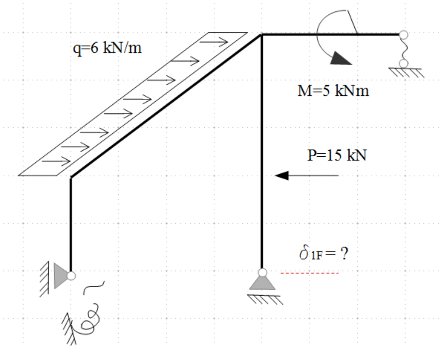
$\bar{S}_{\delta}^{X2=1} = -0.333kN,\ \ \bar{S}_{\phi}^{X2=1} = -1kNm$

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$1kNm \cdot \delta_{21} = \frac{1}{2\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2} 2m \cdot\ 2\mathrm{kNm}\ \cdot 1\mathrm{kNm} + \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2}(2\mathrm{kNm} + 5\mathrm{kNm}) \cdot 5\mathrm{m} \cdot 1\mathrm{kNm} + \frac{(-1\mathrm{kNm}) \cdot 0\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m} + \frac{0\mathrm{kN} \cdot (-0.333\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} = 18.5\frac{kN^2m^3}{EI} /{:}\, 1kNm$$

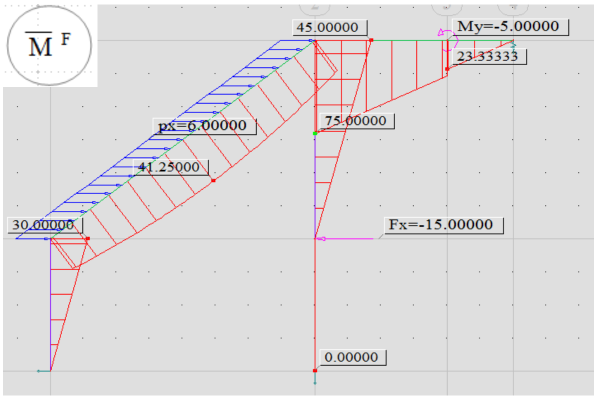
$$\boldsymbol{\delta_{21} = 18.5\frac{kNm^2}{EI}}$$

$\delta_{1F} = ?$



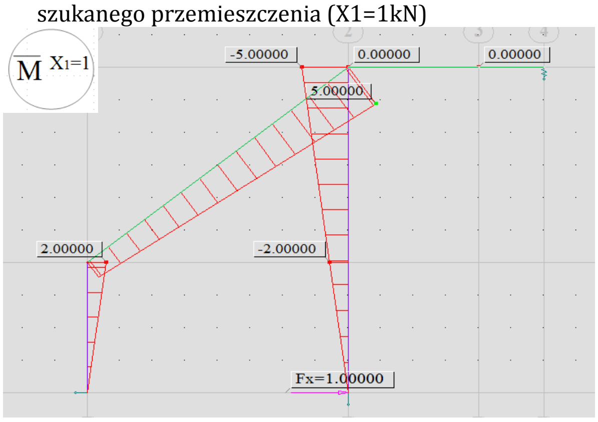
$$1kN \cdot \delta_{1F} = \sum_p \left(\int \bar{M}^{X1=1} \frac{\bar{M}^F}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X1=1} \cdot \bar{S}_m^F}{k_m}$$

1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (F)



$\bar{S}_\delta^F = -23.333kN, \ \bar{S}_\phi^F = 0kNm$

2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X1=1kN)



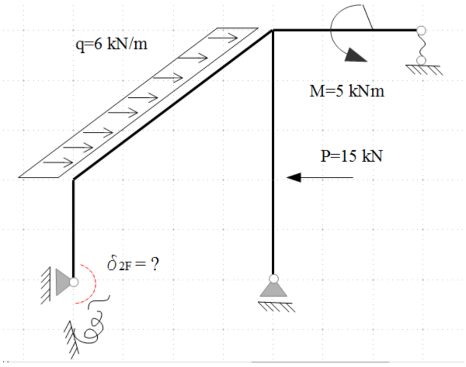
$\bar{S}_\delta^{X1=1} = 0kN, \ \bar{S}_\phi^{X1=1} = 0kNm$

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$1kN \cdot \delta_{1F} = \frac{1}{2\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2} 2m \cdot 2\mathrm{kNm} \cdot \frac{2}{3} 30\mathrm{kNm} + \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot \frac{5m}{6} (30\mathrm{kNm} \cdot 2\mathrm{kNm} + 4 \cdot 41.25\mathrm{kNm} \cdot 3.5\mathrm{kNm} + 30\mathrm{kNm} \cdot 5\mathrm{kNm}) + \frac{1}{2\mathrm{EI}} \cdot \frac{3m}{6} (45\mathrm{kNm} \cdot (-5\mathrm{kNm}) + 4(-3.5\mathrm{kNm}) \cdot 22.5\mathrm{kNm} + 0\mathrm{kNm} \cdot 2\mathrm{kNm}) + \frac{(-23.333\mathrm{kN}) \cdot 0\mathrm{kN}}{5\,\mathrm{EI}/m^3} + \frac{0\mathrm{kNm} \cdot 0\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m} = 541.25 \frac{kN^2m^3}{EI} /: 1kN$$

$$\boldsymbol{\delta_{1F} = 541.25 \frac{kNm^3}{EI}}$$

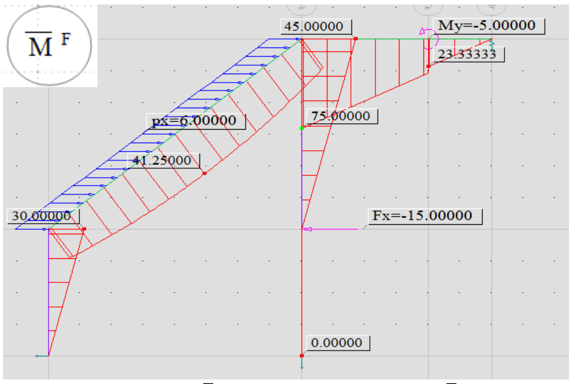
$\delta_{2F} = ?$



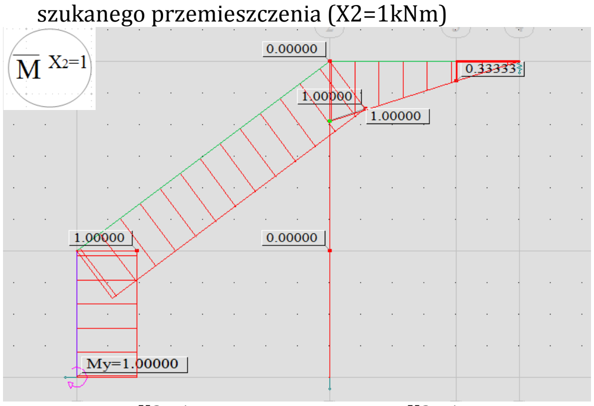
$$1kNm \cdot \delta_{2F} = \sum\nolimits_p \left(\int \bar{M}^{X2=1} \frac{\bar{M}^F}{EI} dx \right)_p + \sum\nolimits_m \frac{\bar{S}_m^{X2=1} \cdot \bar{S}_m^F}{k_m}$$

1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (F)

2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X2=1kNm)



$\bar{S}_\delta^F = -23.333kN, \ \bar{S}_\phi^F = 0kNm$



$\bar{S}_\delta^{X2=1} = -0.333kN, \ \bar{S}_\phi^{X2=1} = -1kNm$

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$\begin{aligned} 1kNm \cdot \delta_{2F} &= \frac{1}{2\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot 30\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot \frac{5m}{6} (30\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + 4 \cdot 41.25\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} \\ &+ 30\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm}) + \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot \frac{2m}{6} (75\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + 4(51.66667\mathrm{kNm})0.6667\mathrm{kNm} \\ &+ 28.3333\mathrm{kNm} \cdot 0.3333\mathrm{kNm}) + \frac{1}{\mathrm{EI}} \cdot \frac{1}{2} 1m \cdot 23.3333\mathrm{kNm} \frac{2}{3} 0.3333\mathrm{kNm} \\ &+ \frac{(-23.333\mathrm{kN}) \cdot (-0.333\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} + \frac{(-1\mathrm{kNm}) \cdot 0.\,\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m} \\ &= 280.722 \frac{kN^2 m^3}{EI} /: 1kNm \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\delta_{2F} = 280.722 \frac{kNm^2}{EI}}$$

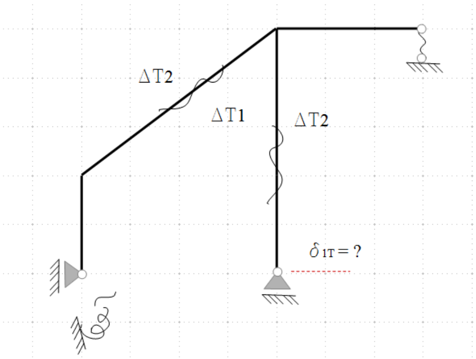
- Współczynniki układu równań metody sił przy obciążeniu mechanicznym (F)

$$\boldsymbol{\delta_{11} = 87.1666 \frac{kNm^3}{EI}}, \qquad \boldsymbol{\delta_{22} = 7.1471778 \frac{kNm^2}{EI}}, \qquad \boldsymbol{\delta_{12} = 18.5 \frac{kNm^3}{EI} = \delta_{21}}$$

$$\boldsymbol{\delta_{1F} = 541.25 \frac{kNm^3}{EI}}, \qquad \boldsymbol{\delta_{2F} = 280.722 \frac{kNm^2}{EI}}$$

Wpływy zmiany temperatury :

$\delta_{1T} = ?$



$$1kN \cdot \delta_{1T} =$$

$$=\sum_p\left(\int \bar{N}^{X_1=1}\frac{\bar{N}^T}{EA}dx\right)_p + \sum_p\left(\int \bar{N}^{X_1=1}(\alpha_t \cdot \Delta T_0)dx\right)_p +$$

$$+\sum_p\left(\int \bar{M}^{X_1=1}\frac{\bar{M}^T}{EI}dx\right)_p + \sum_p\left(\int \bar{M}^{X_1=1}\big(\alpha_t \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)/$$

$$\Delta T_p)/h\big)dx\Big)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X_1=1}\cdot \bar{S}_m^T}{k_m} =$$

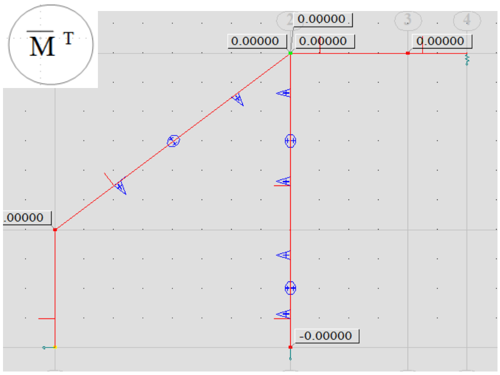
$$= \sum_p\left(\alpha_t \cdot \Delta T_0 \int \bar{N}^{X_1=1}dx\right)_p +$$

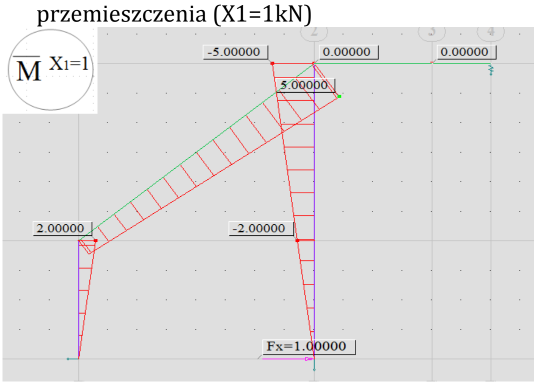
$$\sum_p\left(\int \bar{M}^{X_1=1}\big(\alpha_t \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)/h\big)dx\right)_p$$

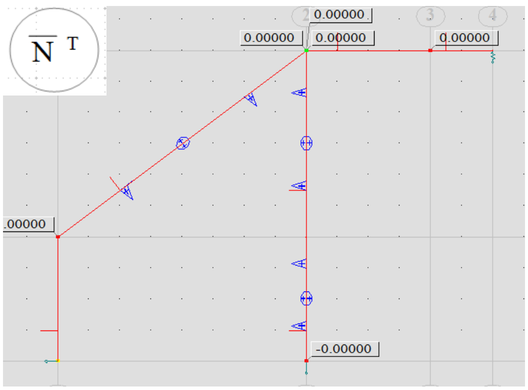
ΔT1=20°C; ΔT2=-10°C

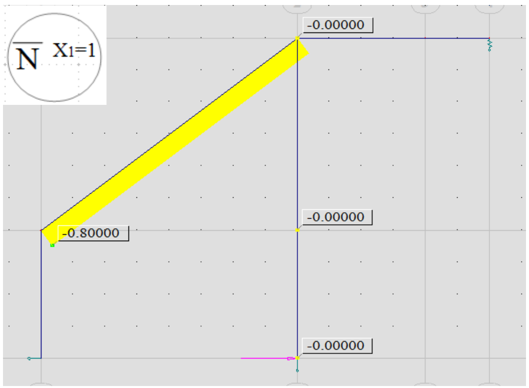
1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (T)

2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X1=1kN)









Uwaga: W układzie SW obciążonym wpływami nie-mechanicznymi siły wewnętrzne są zerowe:

$$\bar{M}^T = \bar{N}^T = \bar{V}^T = \bar{S}^T = \bar{R}^T = 0$$

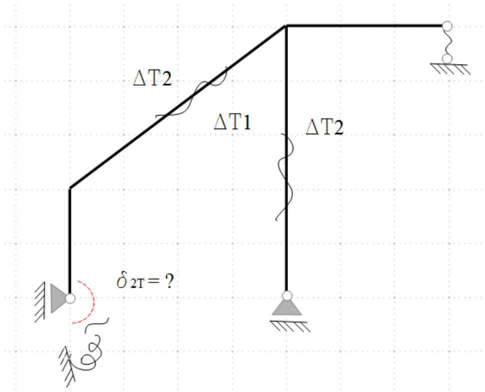
(**Uwaga**: w Robocie znak „-„ przy sile osiowej oznacza siłę rozciągającą pręt, „+" siłę ściskającą)

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$1kN \cdot \delta_{1T} = \frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{^\circ C} \cdot \frac{(-10^\circ C + 20^\circ C)}{2} \cdot 0.8\ kN \cdot 5m + \frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{^\circ C} \cdot \frac{20^\circ C - (-10^\circ C)}{0.2m} \cdot \frac{5m(2\ kNm + 5kNm)}{2} + \frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{^\circ C} \cdot \frac{(-10^\circ C) - 20^\circ C}{0.2m} \cdot \frac{5m\ \cdot (-5kNm)}{2} = 0.5424kNm/: 1kN$$

$$\boldsymbol{\delta_{1T} = 0.05424m}$$

δ_{2T} =?



$$1kNm \cdot \delta_{2T} =$$

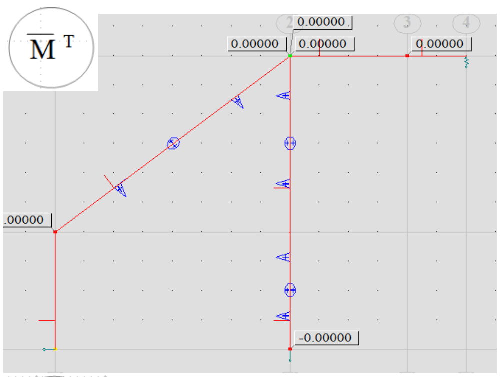
$$=\Sigma_p\left(\int \overline{N}^{X_2=1}\frac{N^T}{EA}dx\right)_p + \Sigma_p\left(\int \overline{N}^{X_2=1}(\alpha_t \cdot \Delta T_0)dx\right)_p +$$
$$+\Sigma_p\left(\int \overline{M}^{X_2=1}\frac{M^T}{EI}dx\right)_p + \Sigma_p\left(\int \overline{M}^{X_2=1}\big(\alpha_t \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)/$$
$$\Delta T_p)/h\big)dx\right)_p + \Sigma_p\left(\int \overline{V}^{X_2=1}\kappa\frac{V^T}{GA}dx\right)_p + \Sigma_m \frac{\bar{S}_m^{X_2=1} \cdot S_m^T}{k_m} =$$

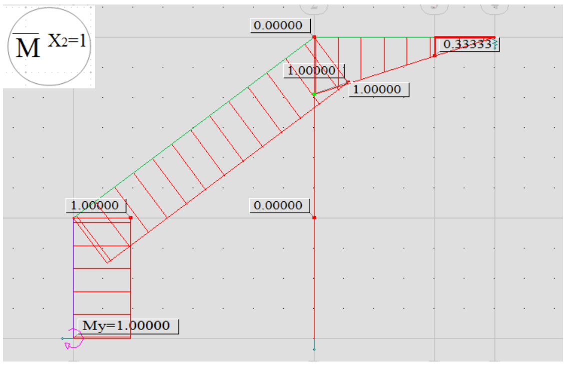
$$= \Sigma_p\left(\alpha_t \cdot \Delta T_0 \int \overline{N}^{X_2=1}dx\right)_p +$$
$$+\Sigma_p\left(\int \overline{M}^{X_2=1}\big(\alpha_t \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)/h\big)dx\right)_p$$

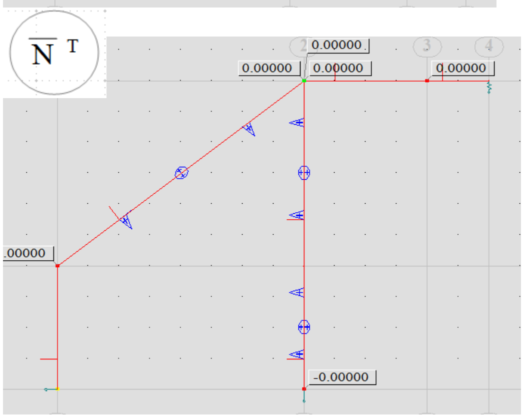
ΔT1=20°C; ΔT2=-10°C

1) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia (T)

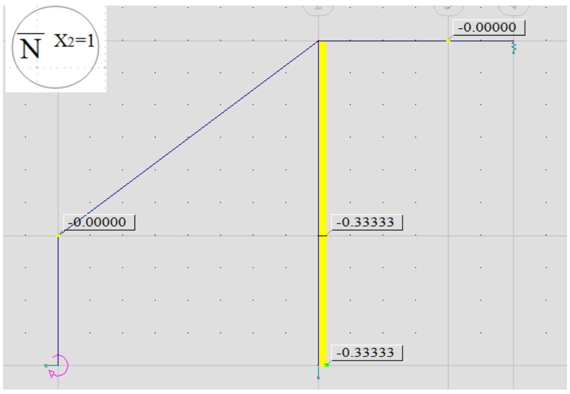
2) Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X2=1kNm)







Uwaga: W układzie SW obciążonym wpływami nie-mechanicznymi siły wewnętrzne są zerowe:
$$\overline{M}^T = \overline{N}^T = \overline{V}^T = \bar{S}^T = \bar{R}^T = 0$$



(**Uwaga**: w Robocie znak „-„ przy sile osiowej oznacza siłę rozciągającą pręt, „+" siłę ściskającą)

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

$$1kNm \cdot \delta_{2T} = \frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{°C} \cdot \frac{(-10°C + 20°C)}{2} \cdot 0.3333\ kN \cdot 5m$$
$$+\frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{°C} \cdot \frac{20°C - (-10°C)}{0.2m} \cdot 5m \cdot 1kNm = 0.00909kNm/: 1kNm$$

$$\boldsymbol{\delta_{2T} = 0.00909}$$

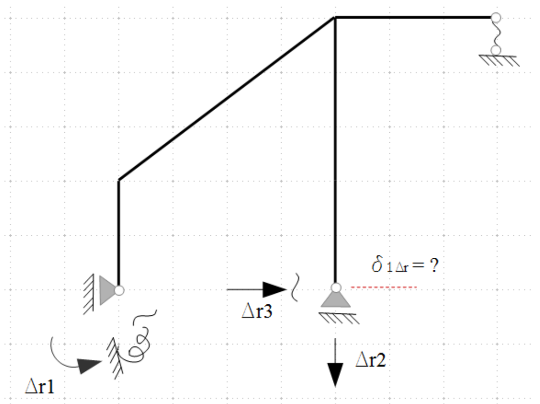
- Współczynniki układu równań metody sił przy obciążeniu wynikającym ze zmian temperatury (ΔT)

$$\boldsymbol{\delta_{11} = 87.1666\frac{kNm^3}{EI}}, \qquad \boldsymbol{\delta_{22} = 7.1471778\frac{kNm^2}{EI}}, \qquad \boldsymbol{\delta_{12} = 18.5\frac{kNm^3}{EI} = \delta_{21}}$$

$$\boldsymbol{\delta_{1T} = 0.05424m}, \qquad \boldsymbol{\delta_{2T} = 0.00909}$$

Wpływ osiadania podpór

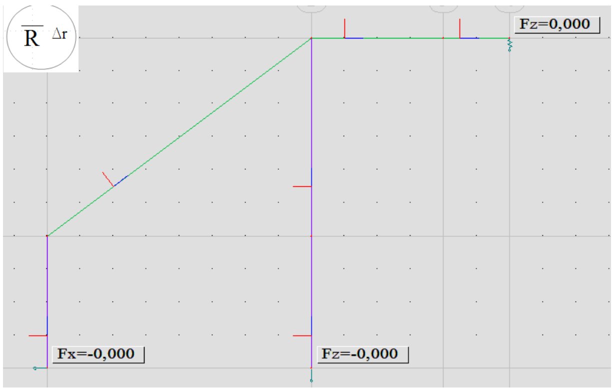
$\delta_{1\Delta_r} = ?$

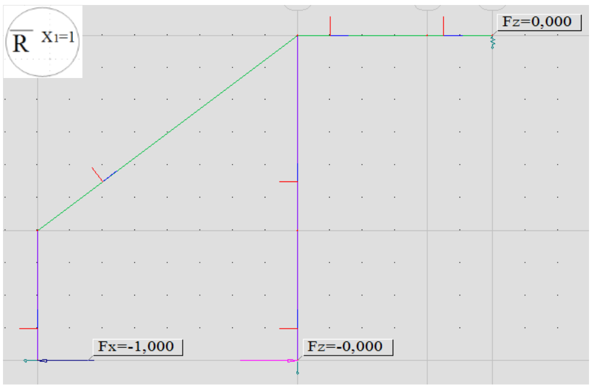


$$1kN \cdot \delta_{1\Delta_r} = -\sum_l \bar{R}_l^{X_1=1}\Delta r_l + \sum_p \left(\int \bar{N}^{X_1=1}\frac{\bar{N}^{\Delta_r}}{EA}dx\right)_p + \sum_p \left(\int \bar{V}^{X_1=1}\kappa\frac{\bar{V}^{\Delta_r}}{GA}dx\right)_p + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X_1=1}\frac{\bar{M}^{\Delta_r}}{EI}dx\right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X_1=1}\cdot\bar{S}_m^{\Delta_r}}{k_m} = -\sum_l \bar{R}_l^{X_1=1}\Delta r_l$$

1) Reakcje w układzie podstawowym wywołane obciążeniem stanowiącym przyczynę przemieszczenia (Δr)

2) Reakcje w układzie podstawowym wywołane jednostkowym obciążeniem stojącym w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X1=1kN)





Uwaga: W układzie SW obciążonym wpływami nie-mechanicznymi siły wewnętrzne są zerowe:

$$\bar{M}^{\Delta_r} = \bar{N}^{\Delta_r} = \bar{V}^{\Delta_r} = \bar{S}^{\Delta_r} = \bar{R}^{\Delta_r} = 0$$

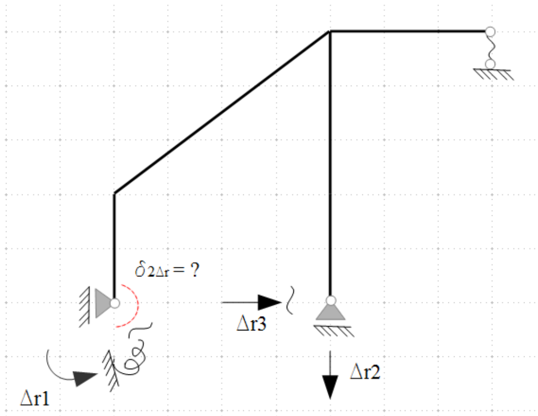
3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

UWAGA:
przy wyliczaniu pracy sił należy pamiętać o znaku pracy (jeśli zwrot wektora przemieszczenia podpory jest przeciwny do zwrotu wektora reakcji występującej na kierunku zadanego osiadania, to praca (iloczyn przemieszczenia i reakcji) jest ujemna niezależnie od minusa przed sumą, wynikającego ze wzoru ogólnego zpp)

$$1kN \cdot \delta_{1\Delta_r} = -(0kN \cdot 0.1395rad + 0kN \cdot 0.03m + 1kN \cdot 0.02m) = -0.02kNm/:1kN$$

$$\boldsymbol{\delta_{1\Delta_r} = -0.02m}$$

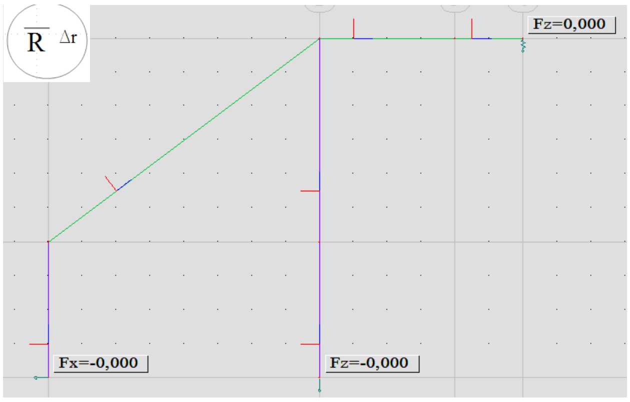
$\delta_{2\Delta_r} = ?$

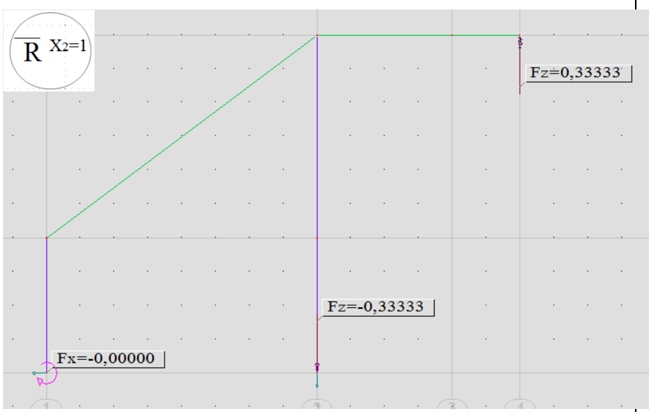


$$1kN \cdot \delta_{2\Delta_r} = -\sum_l \bar{R}_l^{X_2=1} \Delta r_l + \sum_p \left(\int \bar{N}^{X_2=1} \frac{\bar{N}^{\Delta_r}}{EA} dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{V}^{X_2=1} \kappa \frac{\bar{V}^{\Delta_r}}{GA} dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X_2=1} \frac{\bar{M}^{\Delta_r}}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X_2=1} \cdot \bar{S}_m^{\Delta_r}}{k_m} = -\sum_l \bar{R}_l^{X_2=1} \Delta r_l$$

1) Reakcje w układzie podstawowym wywołane obciążeniem stanowiącym przyczynę przemieszczenia (Δr)

2) Reakcje w układzie podstawowym wywołane jednostkowym obciążeniem stojącym w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia (X2=1kNm)





Uwaga: W układzie SW obciążonym wpływami nie-mechanicznymi siły wewnętrzne są zerowe:

$$\bar{M}^{\Delta_r} = \bar{N}^{\Delta_r} = \bar{V}^{\Delta_r} = \bar{S}^{\Delta_r} = \bar{R}^{\Delta_r} = 0$$

3) Wyznaczenie przemieszczenia z zasady prac przygotowanych

UWAGA:
przy wyliczaniu pracy sił należy pamiętać o znaku pracy (jeśli zwrot wektora przemieszczenia podpory jest przeciwny do zwrotu wektora reakcji występującej na kierunku zadanego osiadania, to praca (iloczyn przemieszczenia i reakcji) jest ujemna niezależnie od minusa przed sumą, wynikającego ze wzoru ogólnego zpp)

$$1kN \cdot \delta_{2\Delta_r} = -(1kN \cdot (-0.1395rad) + 0.333kN \cdot 0.03m + 0kN \cdot 0.02m) = 0.1295kNm / : 1kNm$$

$$\boldsymbol{\delta_{1\Delta_r} = 0.1295}$$

- Współczynniki układu równań metody sił przy obciążeniu osiadaniem podpór (Δr)

$$\boldsymbol{\delta_{11} = 87.1666 \frac{kNm^3}{EI}}, \qquad \boldsymbol{\delta_{22} = 7.1471778 \frac{kNm^2}{EI}}, \qquad \boldsymbol{\delta_{12} = 18.5 \frac{kNm^3}{EI} = \delta_{21}}$$

$$\boldsymbol{\delta_{1\Delta r} = -0.02m}, \qquad \boldsymbol{\delta_{2\Delta r} = 0.1295}$$

5. Rozwiązanie układu równań warunkowych metody sił

5.1. Obciążenie mechaniczne (F)

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1F} = 0$$
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2F} = 0$$

$$87.16667\frac{kNm^3}{EI}X_1 + 18.5\frac{kNm^3}{EI}X_2 + 541.25\frac{kNm^3}{EI} = 0$$
$$18.5\frac{kNm^2}{EI}X_1 + 7.1471778\frac{kNm^2}{EI}X_2 + 280.722\frac{kNm^2}{EI} = 0$$

$$\{\boldsymbol{X_1 \to 4.719385083960806}, \quad \boldsymbol{X_2 \to -51.49313957927211}\}$$

5.2. Obciążenie wywołane **zmianami temperatury (T)**

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1T} = 0$$
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2T} = 0$$

$$87.16667\frac{kNm^3}{EI}X_1 + 18.5\frac{kNm^3}{EI}X_2 + 0.05424m = 0$$
$$18.5\frac{kNm^2}{EI}X_1 + 7.1471778\frac{kNm^2}{EI}X_2 + 0.009099 = 0$$

$$\{\boldsymbol{X_1 \to -0.0007811866136532744\frac{EI}{kNm^2}}, \quad \boldsymbol{X_2 \to 0.0007488343654449979\frac{EI}{kNm^2}}\}$$

5.3. Obciążenie wywołane **osiadaniem podpór (Δr)**

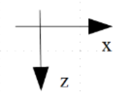
$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1\Delta r} = 0$$
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2\Delta r} = 0$$

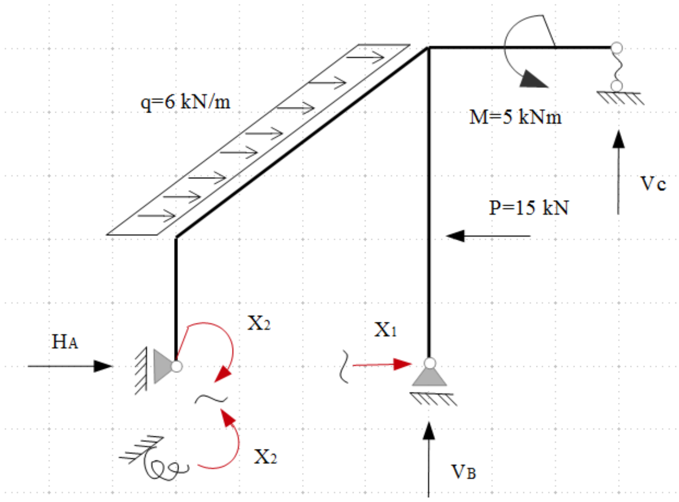
$$87.16667\frac{kNm^3}{EI}X_1 + 18.5\frac{kNm^3}{EI}X_2 + (-0.02m) = 0$$
$$18.5\frac{kNm^2}{EI}X_1 + 7.1471778\frac{kNm^2}{EI}X_2 + 0.1295 = 0$$

$$\{\boldsymbol{X_1 \to 0.009042680468359567\frac{EI}{kNm^2}}, \quad \boldsymbol{X_2 \to -0.041525424016267236\frac{EI}{kNm^2}}\}$$

6. Wyznaczenie reakcji i sił przekrojowych od poszczególnych obciążeń w układzie statycznie niewyznaczalnym SN i GN

6.1. Rozwiązanie ramy **SN** obciążonej **obciążeniem mechanicznym**(**F**)





Wartości nadliczbowych reakcji podporowych:

$\boldsymbol{X_1} = 4.7193 \ \cdot \boldsymbol{1kN}$

$\boldsymbol{X_2} = -51.493 \ \cdot \boldsymbol{1kNm}$

Pozostałe reakcje podporowe:

$\sum M_B = 0$

$-V_C \cdot 3m - 5kNm - 15kN \cdot 2m + \frac{6kN}{m} \cdot 5m \cdot 3.5m + X_2 = 0,$

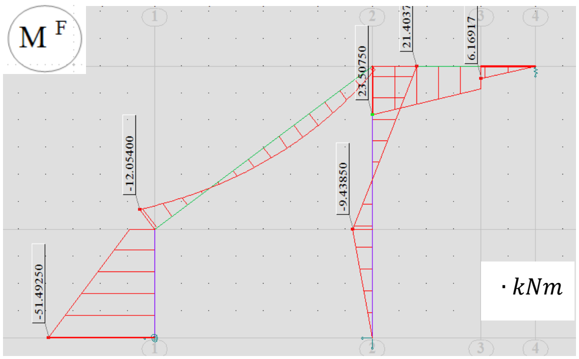
$\boldsymbol{V_c} = 6.169\ kN$

$\sum Z = 0$

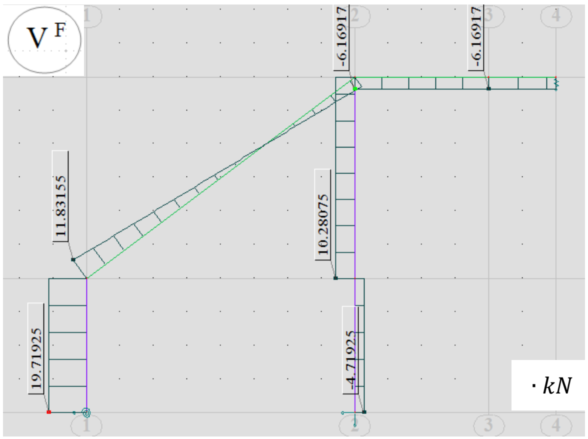
$-V_c - V_B = 0,$ $\qquad \boldsymbol{V_B} = -6.169\ kN$

$\sum X = 0$

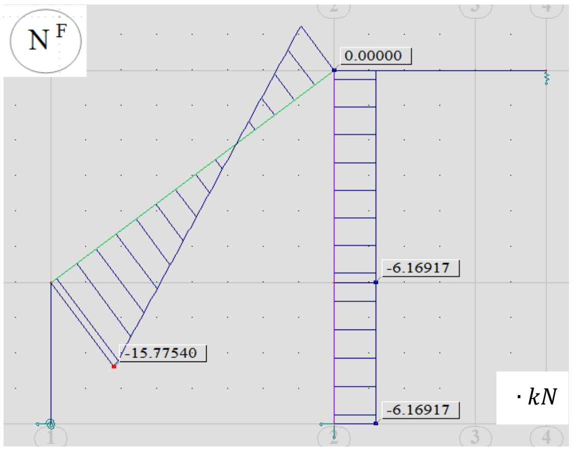
$H_A + \frac{6kN}{m} \cdot 5m - 15kN + X_1 = 0,$ $\qquad \boldsymbol{H_A} = -19.7193\ kN$



Wykres momentów zginających od obciążenia (F)



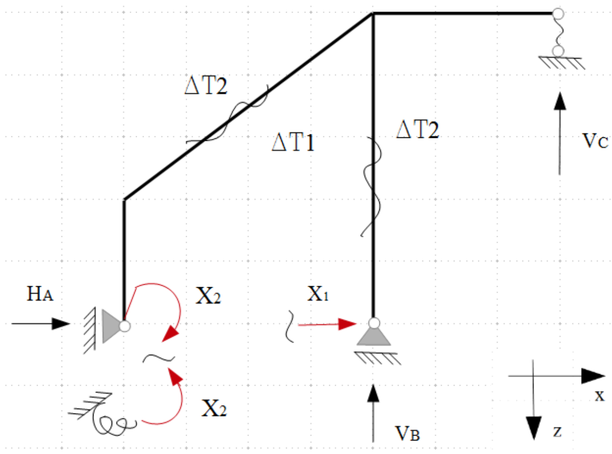
Wykres sił tnących od obciążenia (F)



Wykres sił osiowych od obciążenia (F) (rozciąganie znak „-„)

Wartości sił w więziach sprężystych: $S_{\delta}^{F} = -6.169kN,$ $\quad S_{\phi}^{F} = 51.493kNm$

6.2. Rozwiązanie ramy **SN** obciążonej wpływem **zmian temperatury** (**T**)



Wartości nadliczbowych reakcji podporowych:

$$\boldsymbol{X_1} = -0.00078118\frac{EI}{kNm^2}\cdot \boldsymbol{1kN} = = -0.00078118\frac{EI}{m^2}$$

$$\boldsymbol{X_2} = 0.00074883\frac{EI}{kNm^2}\cdot \boldsymbol{1kNm} = = 0.00074883\frac{EI}{m}$$

Pozostałe reakcje podporowe:

$$\sum M_B = 0$$

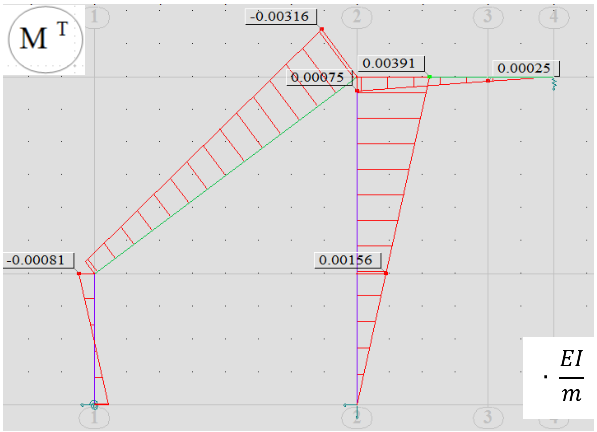
$$-V_C\cdot 3m + X_2 = 0,\qquad \boldsymbol{V_c} = 0.000249\,\frac{EI}{m^2}$$

$$\sum Z = 0$$

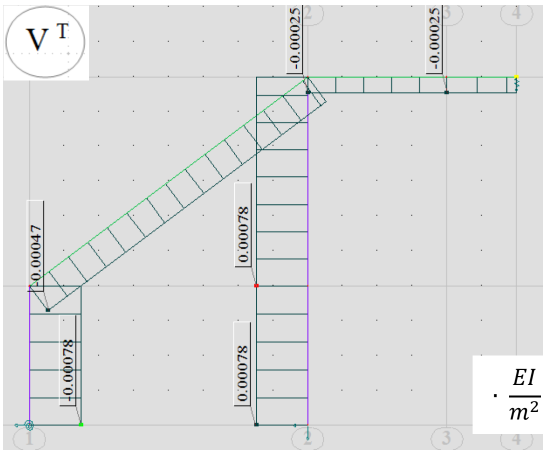
$$-V_c - V_B = 0,\qquad \boldsymbol{V_B} = -0.000249\,\frac{EI}{m^2}$$

$$\sum X = 0$$

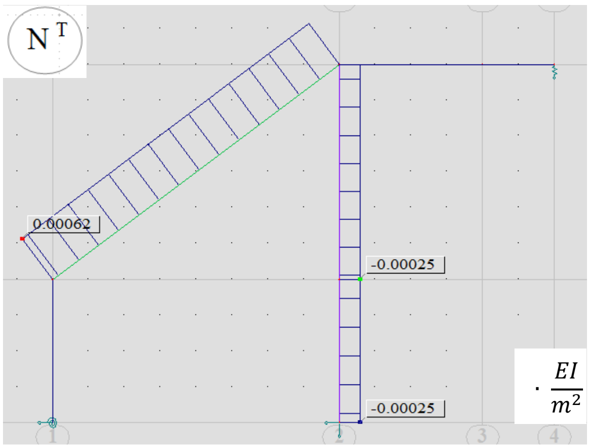
$$H_A + X_1 = 0,\qquad \boldsymbol{H_A} = +0.000781\,\frac{EI}{m^2}$$



Wykres momentów zginających od obciążenia (T)



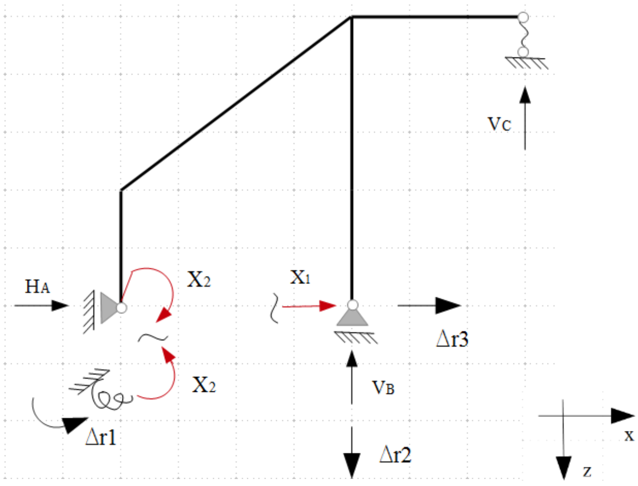
Wykres sił tnących od obciążenia (T)



Wykres sił osiowych od obciążenia (T) (rozciąganie znak „-„)

Wartości sił w więziach sprężystych: $S_\delta^T = -0.00025\,\frac{EI}{m^2},\qquad S_\phi^T = -0.00074883\,\frac{EI}{m}$

6.3. Rozwiązanie ramy **SN** obciążonej **osiadaniem podpór** (Δr)



Wartości nadliczbowych reakcji podporowych:

$$\boldsymbol{X_1} = 0.00904268\frac{EI}{kNm^2}\cdot \boldsymbol{1kN} = 0.00904268\frac{EI}{m^2}$$

$$\boldsymbol{X_2} = -0.0415254\frac{EI}{kNm^2}\cdot \boldsymbol{1kNm} = -0.0415254\frac{EI}{m}$$

Pozostałe reakcje podporowe:

$\sum M_B = 0$

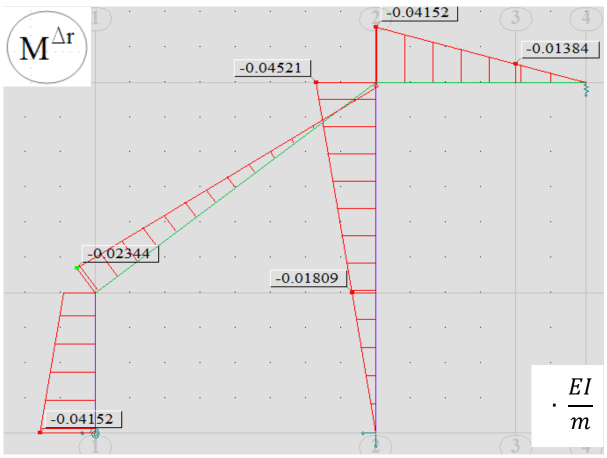
$$-V_C\cdot 3m + X_2 = 0, \qquad \boldsymbol{V_c} = -0.01384\ \frac{EI}{m^2}$$

$\sum Z = 0$

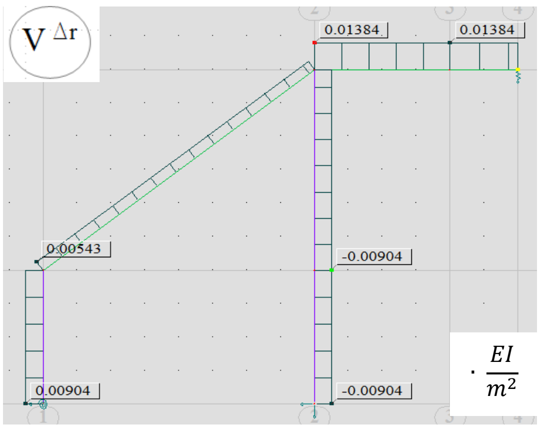
$$-V_c - V_B = 0, \qquad \boldsymbol{V_B} = 0.01384\ \frac{EI}{m^2}$$

$\sum X = 0$

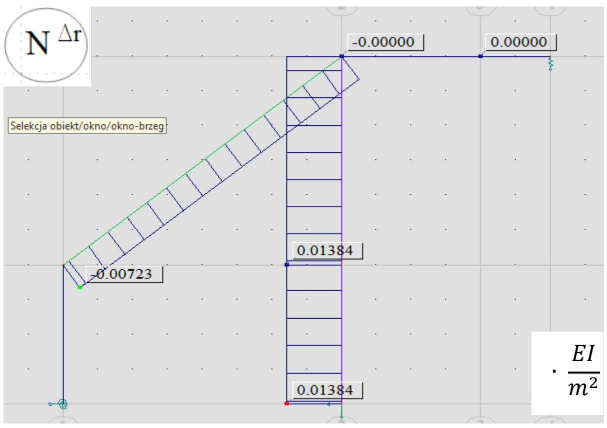
$$H_A + X_1 = 0, \qquad \boldsymbol{H_A} = -0.00904\ \frac{EI}{m^2}$$



Wykres momentów zginających od obciążenia (Δr)



Wykres sił tnących od obciążenia (Δr)

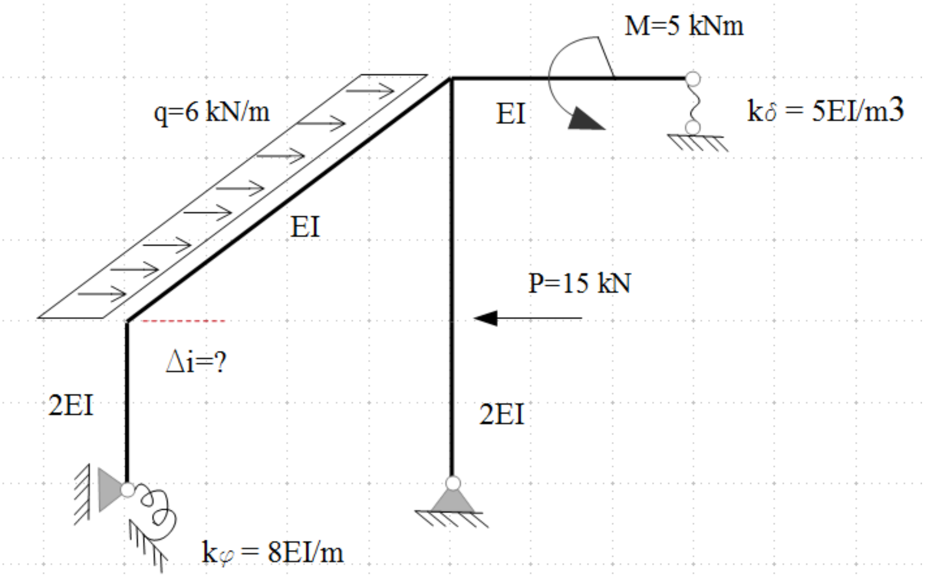


Wykres sił osiowych od obciążenia (Δr) (rozciąganie znak „-„)

Wartości sił w więziach sprężystych: $S_{\delta}^{\Delta r} = +0.01384\ \frac{EI}{m^2}$, $\quad S_{\phi}^{\Delta r} = +0.04152\,\frac{EI}{m}$

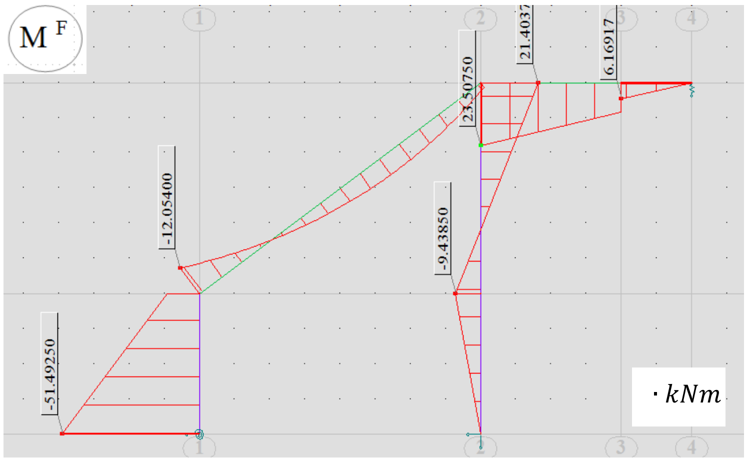
III. WYZNACZENIE WARTOŚCI ZANACZONYCH PRZMIESZCZEŃ

- **Δ_i^F przesuw węzła " i" wywołany obciążeniem mechanicznym (F)**



1. Rozwiązanie układu zadanego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia

   Rozwiązanie uzyskano metodą sił i wyniki spisano z punktu 6.1.



Wykres momentów zginających w układzie SN od obciążenia (F)

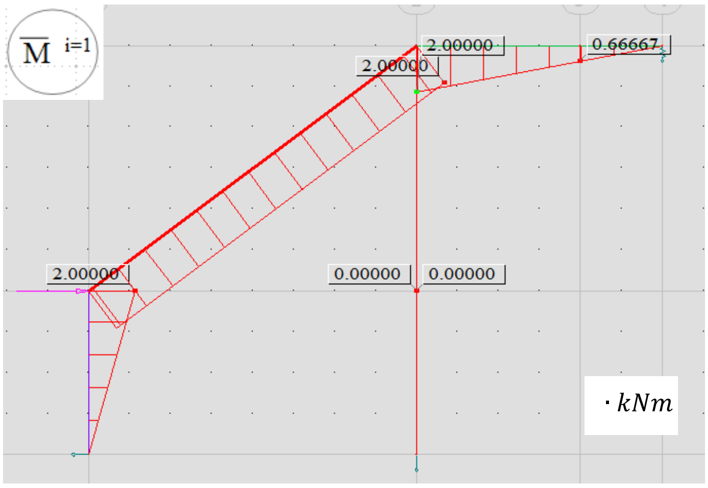
$$S_\delta^F = -6.169kN,$$

$$S_\phi^F = 51.493kNm$$

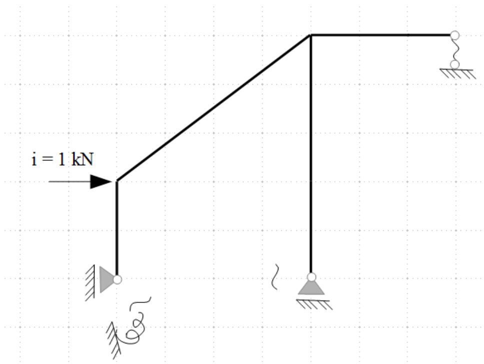
2. Rozwiązanie układu podstawowego jedynie od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia

UWAGA:
układ obciążony obciążeniem jednostkowym może być układem statycznie wyznaczalnym, może to być schemat podstawowy metody sił ale nie musi.

Rozwiązanie uzyskano w systemie Robot Structural Analysis (w projekcie ramę statycznie wyznaczalną obciążoną jednostkowym obciążeniem rozwiązujemy bez użycia komputera)



Wykres momentów zginających w układzie SW
od obciążenia (i=1kN)



$$\bar{S}_{\delta}^{i=1} = -0.6667kN,$$

$$\bar{S}_{\phi}^{i=1} = 0kNm$$

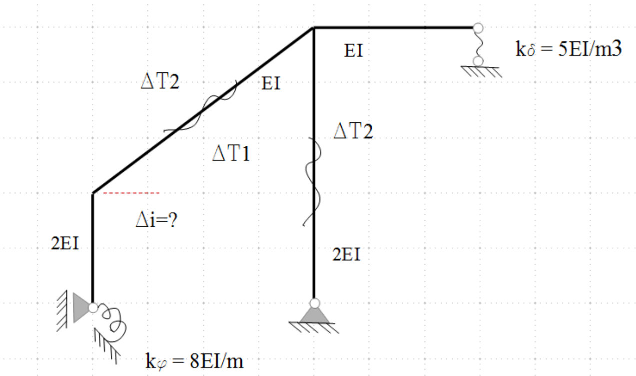
3. Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia

$$\boxed{1kN \cdot \Delta_i^F = \sum_p \left(\int \bar{M}^{i=1} \frac{M^F}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{i=1} \cdot S_m^F}{k_m}}$$

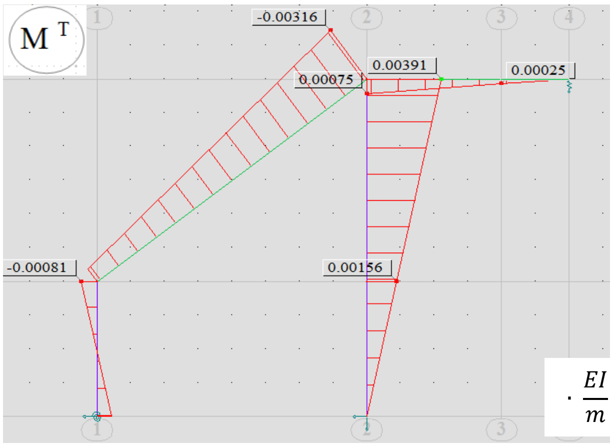
$$\begin{aligned}1kN \cdot \Delta_i^F = &\frac{1}{2\mathrm{EI}} \cdot \frac{2m}{6}(-51.493\mathrm{kNm} \cdot 0\mathrm{kNm} + 4(-31.77325\mathrm{kNm}) \cdot 1\mathrm{kNm} + (-12.054\mathrm{kNm}) \cdot 2\mathrm{kNm})\\ &+ \frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{5m}{6}(-12.054\mathrm{kNm} \cdot 2\mathrm{kNm} + 46.298\mathrm{kNm} \cdot 2\mathrm{kNm} + 2.10375\mathrm{kNm} \cdot 2\mathrm{kNm})\\ &+ \frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{2m}{6}(23.5075\mathrm{kNm} \cdot 2\mathrm{kNm} + 417.33825\mathrm{kNm} \cdot 1.3333\mathrm{kNm} + 11.169\mathrm{kNm}\\ &\cdot 0.6667\mathrm{kNm}) + \frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{1}{2} \cdot 1m \cdot 0.666\mathrm{kNm}\frac{2}{3}6.16917\mathrm{kNm} + \frac{51.493\mathrm{kNm} \cdot 0\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m}\\ &+ \frac{(-6.16917\mathrm{kN})(-0.6667\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} = 51.315\frac{kN^2m^3}{EI} /: 1kN\end{aligned}$$

Odpowiedź : $\boldsymbol{\Delta_i^F = 51.315\frac{kNm^3}{EI}}$ (zwrot przemieszczenia zgodny z przyjętym zwrotem siły i=1kN)

- **Δ_i^T przesuw węzła „i" wywołany obciążeniem wywołanym zmianami temperatury (T)**



1. Rozwiązanie układu zadanego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia
   Rozwiązanie uzyskano metodą sił i wyniki spisano z punktu 6.2.

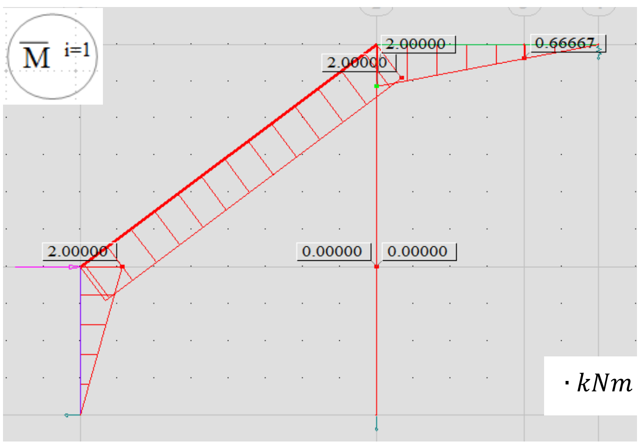


Wykres momentów zginających od obciążenia (T)

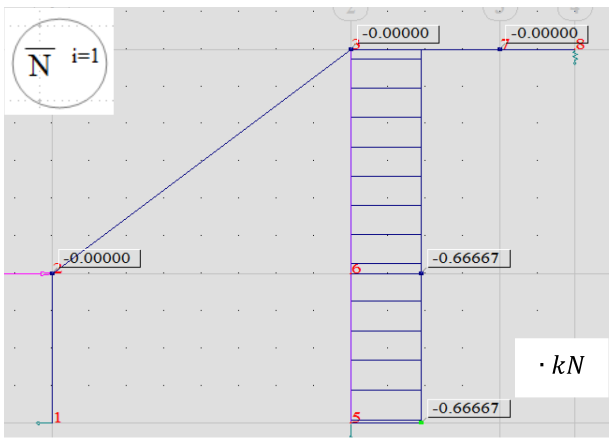
$$S_\delta^T = -0.000249\,\frac{EI}{m^2},$$

$$S_\phi^T = -0.00074883\,\frac{EI}{m}$$

2. Rozwiązanie układu podstawowego jedynie od obciążenia stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia i=1kN



Wykres momentów zginających w układzie SW
od obciążenia (i=1kN)



Wykres sił osiowych w układzie SW
od obciążenia (i=1kN) („-„ siła rozciągająca)

$$S_\delta^{i=1} = -0.6667kN, \qquad S_\phi^{i=1} = 0kNm$$

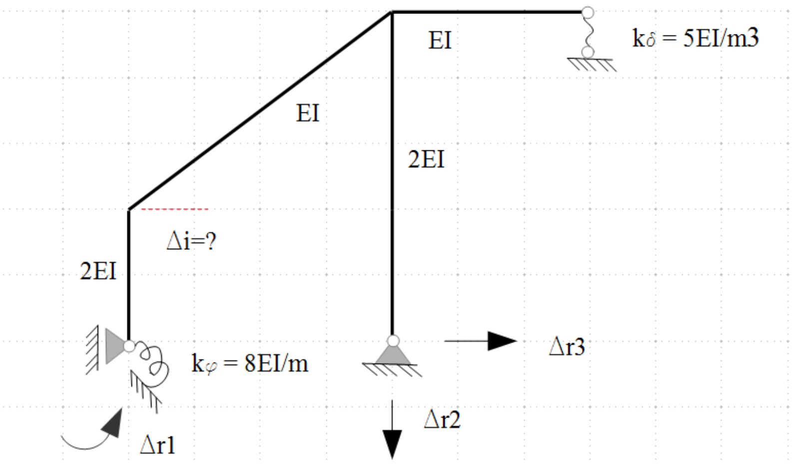
3. Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia

$$\boxed{\begin{aligned}1kN\cdot\Delta_i^T = &\sum\nolimits_p \left(\int \bar{N}^{i=1}(\alpha_t\cdot\Delta T_0)dx\right)_p + \sum\nolimits_p \left(\int \bar{M}^{i=1}(\alpha_t\cdot(\Delta T_w-\Delta T_p)/h)dx\right)_p \\ &+ \sum\nolimits_p\left(\int \bar{M}^{i=1}\frac{M^T}{EI}dx\right)_p + \sum\nolimits_m \frac{\bar{S}_m^{i=1}\cdot S_m^T}{k_m}\end{aligned}}$$

$$1kN\cdot\Delta_i^T =$$
$$\frac{1.2\cdot10^{-5}}{°C}\cdot\frac{20°C-10°C}{2}0.666kN\cdot5m+\frac{1.2\cdot10^{-5}}{°C}\cdot\frac{20°C-(-10°C)}{0.2m}\cdot2kNm\cdot5m+$$
$$+\frac{1}{2EI}\cdot\frac{2m}{6}\left(0.00074883\frac{EI}{m}\cdot0\text{kNm}+4\left(-0.0000306\frac{EI}{m}\right)\cdot1\text{kNm}+\left(-0.00081\frac{EI}{m}\right)\cdot2\text{kNm}\right)+$$
$$+\frac{1}{EI}\cdot\frac{5m}{6}\left(-0.00081\frac{EI}{m}\cdot2\text{kNm}+\cdot(-0.001985)\cdot2\text{kNm}+\left(-0.00316\frac{EI}{m}\right)\cdot2\text{kNm}\right)+$$
$$\frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{2}\cdot3m\cdot2\text{kNm}\frac{2}{3}\cdot0.00075\frac{EI}{m}+\frac{(-0.00074883\frac{EI}{m})\cdot0\text{kNm}}{8\,EI/m}+\frac{\left(-0.00025\frac{EI}{m^2}\right)(-0.6667\text{kN})}{5\,EI/m^3}=$$
$$=-0.000407kNm/:1kN$$

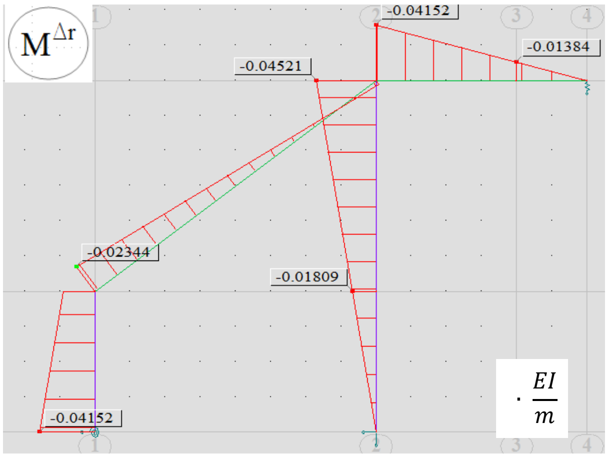
Odpowiedź : $\boldsymbol{\Delta_i^T=-0.000407m}$ (zwrot przemieszczenia przeciwny do przyjętego zwrotu siły i=1kN)

$\Delta_i^{\Delta r}$ przesuw węzła wywołany osiadaniem podpór (Δr)



1. Rozwiązanie układu zadanego od obciążenia stanowiącego przyczynę przemieszczenia

   Rozwiązanie uzyskano metodą sił i wyniki spisano z punktu 6.3.

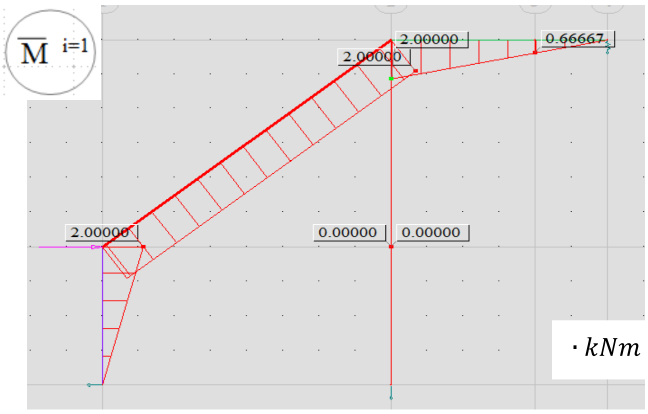


Wykres momentów zginających od obciążenia (Δr)

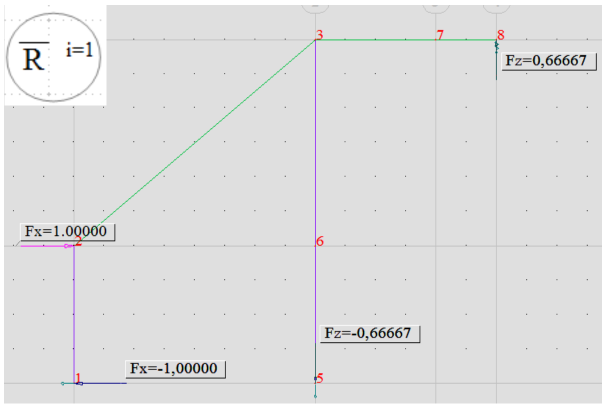
$$S_\delta^{\Delta r} = +0.01384\,\frac{EI}{m^2},$$

$$S_\phi^{\Delta r} = +0.04152\,\frac{EI}{m}$$

2. Rozwiązanie układu podstawowego jedynie od obciążenia stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia i=1kN



Wykres momentów zginających w układzie SW
od obciążenia (i=1kN)



Wartości reakcji w układzie SW
od obciążenia (i=1kN)

$$S_\delta^{i=1} = -0.6667kN, \qquad S_\phi^{i=1} = 0kNm$$

3. Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia

$$\boxed{1kN \cdot \Delta_i^{\Delta r} = -\sum_l \bar{R}_l^{i=1}\,\Delta r_l + \sum_p \left(\int \bar{M}^{i=1}\frac{M^{\Delta r}}{EI}dx\right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{i=1}\cdot S_m^{\Delta r}}{k_m}}$$

$$1kN\cdot\Delta_i^{\Delta r}=-(0.666kN\cdot\ 0.03m+0\ \cdot0.02m+0\cdot0.1395rad)+\frac{1}{2\mathrm{EI}}\cdot\frac{2m}{6}\left(-0.04152\frac{EI}{m}\cdot0\mathrm{kNm}+4\left(-0.03248\frac{EI}{m}\right)\cdot1\mathrm{kNm}+\left(-0.02344\frac{EI}{m}\right)\cdot2\mathrm{kNm}\right)+\frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{5m}{6}\left(-0.02344\frac{EI}{m}\cdot2\mathrm{kNm}+\cdot\left(-0.017255\frac{EI}{m}\right)\cdot2\mathrm{kNm}+0.00369\frac{EI}{m}\cdot2\mathrm{kNm}\right)+\frac{1}{\mathrm{EI}}\cdot\frac{1}{2}\cdot3m\cdot2\mathrm{kNm}\frac{2}{3}\cdot(-0.04152\frac{EI}{m})+\frac{0.04152\frac{EI}{m}\cdot0\mathrm{kN}}{8\,\mathrm{EI}/m}+\frac{0.01384\frac{EI}{m^2}(-0.6667\mathrm{kNm})}{5\,\mathrm{EI}/m^3}=-0.2327kNm/:1kN$$

Odpowiedź : $\Delta_i^{\Delta r}=-0.2327m$ (zwrot przemieszczenia przeciwny do przyjętego zwrotu siły i=1kN)

IV. PRZEPROWADZENIE KONTROLI POPRAWNOŚCI OTRZYMANYCH ROZWIĄZAŃ :

$$(\boldsymbol{M^F},\boldsymbol{V^F},\boldsymbol{N^F})\,,(\boldsymbol{M^T},\boldsymbol{V^T},\boldsymbol{N^T})\,,(\boldsymbol{M^{\Delta r}},\boldsymbol{V^{M^{\Delta r}}},\boldsymbol{N^{M^{\Delta r}}})$$

- ### Kontrola statycznej dopuszczalności rozwiązań

Aby sprawdzić czy rozwiązanie jest statycznie dopuszczalne m.in. należy :

-sprawdzić równowagę sił we wszystkich węzłach

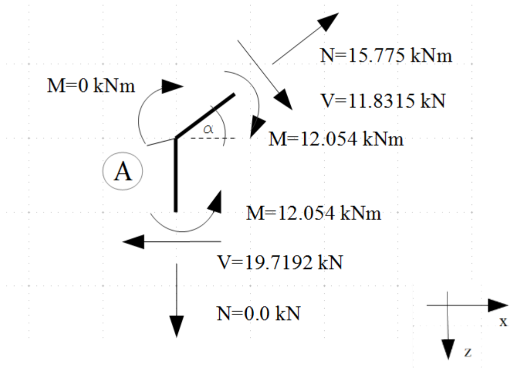
-sprawdzić równowagę sił w prętach

-sprawdzić czy układ sił czynnych (obciążenie) i układ sił biernych (reakcje) tworzą zrównoważony układ sił

Uwaga:
Poniżej sprawdzono jedynie równowagę sił w węzłach, pozostałe sprawdzenia należy dołączyć do projektu.

- równowaga sił w węzłach dla rozwiązania : $\boldsymbol{M^F, V^F, N^F}$

<u>Węzeł **A**</u>



$\sin\alpha = 3/5\,, \qquad \cos\alpha = 4/5$

$\sum M_A = 0$

$12.054\text{kNm} - 12.054\text{kNm} = 0$

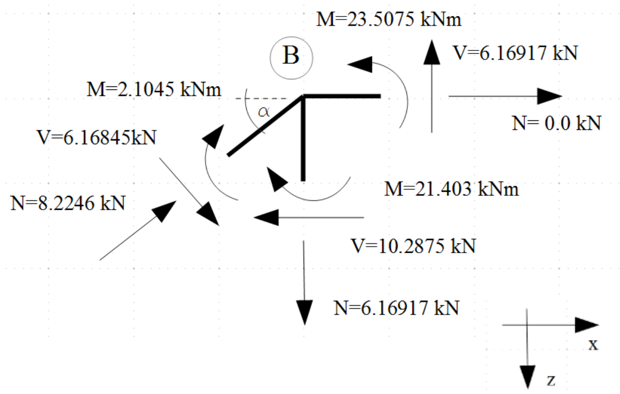
$\sum X = 0$

$$15.775\text{kN} \cdot \cos\alpha + 11.8315\text{kN} \cdot \sin\alpha - 19.7192\text{kN} = -0.0003\text{kN}$$

$\sum Z = 0$

$$-15.775\text{kN} \cdot \sin\alpha + 11.8315\text{kN} \cdot \cos\alpha = 0.0002\ \text{kN}$$

<u>Węzeł **B**</u>



$\sin\alpha = 3/5\,, \qquad \cos\alpha = 4/5$

$\sum M_A = 0$

$2.1045\text{kNm} - 23.5075\text{kNm} + 21.403\text{kNm} = 0\ \text{kNm}$

$\sum X = 0$

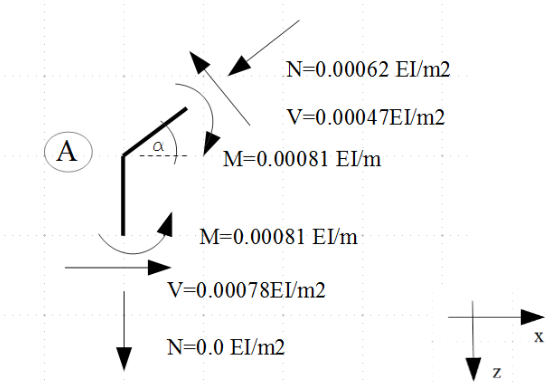
$$-10.2875\ \text{kN} + 6.16845\ \text{kN} \cdot \sin\alpha + 8.2246\ \text{kN} \cdot \cos\alpha == -0.0067\text{kN}$$

$\sum Z = 0$

$$6.16845\ \text{kN} \cdot \cos\alpha - 8.2246\ \text{kN} \cdot \sin\alpha + 6.16917\text{kN} - 6.16917\text{kN} = 8.881 \times 10^{-16}\text{kN}$$

- równowaga sił w węzłach dla rozwiązania : $\boldsymbol{M^T, V^T, N^T}$

<u>Węzeł **A**</u>



$\sin\alpha = 3/5\,, \qquad \cos\alpha = 4/5$

$\sum M_A = 0$

$0.00081\ \text{EI/m} - 0.00081\ \text{EI/m} = 0\ \text{EI/m}$

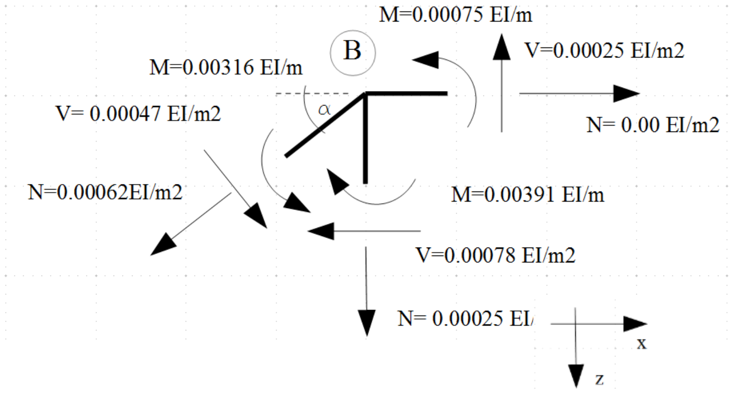
$\sum X = 0$

$$-0.00062\ \text{EI}/m^2 \cos\alpha - 0.00047\ \text{EI}/m^2 \sin\alpha + 0.00078\ \text{EI}/m^2 = 0.000002\ \text{EI}/m^2$$

$\sum Z = 0$

$$0.00062\ \text{EI}/m^2 \sin\alpha - 0.00047\ \text{EI}/m^2 \cos\alpha = -0.000004\ \text{EI}/m^2$$

<u>Węzeł **B**</u>



$\sin\alpha = 3/5, \qquad \cos\alpha = 4/5$

$\sum M_A = 0$

$-0.00075\,EI/m + 0.00391\,EI/m - 0.00316\,EI/m = = 4.3368 \times 10^{-19}\,EI/m$

$\sum X = 0$

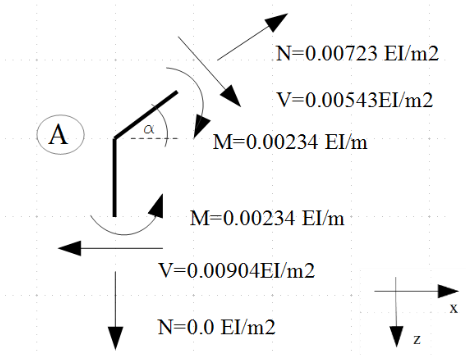
$-0.00078\,EI/m^2 + 0.00047\,EI/m^2 \sin\alpha - 0.00062\,EI/m^2 \cos\alpha == -0.000994\,EI/m^2$

$\sum Z = 0$

$0.00047\,EI/m^2 \cos\alpha + 0.00062\,EI/m^2 \sin\alpha - 0.00025\,EI/m^2 + 0.00025\,EI/m^2 = 0.000748\,EI/m^2$

- równowaga sił w węzłach dla rozwiązania : $\boldsymbol{M}^{\Delta r}, \boldsymbol{V}^{\Delta r}, \boldsymbol{N}^{\Delta r}$

<u>Węzeł **A**</u>



$\sin\alpha = 3/5, \qquad \cos\alpha = 4/5$

$\sum M_A = 0$

$0.00234\,EI/m - 0.00234\,EI/m = 0\,EI/m$

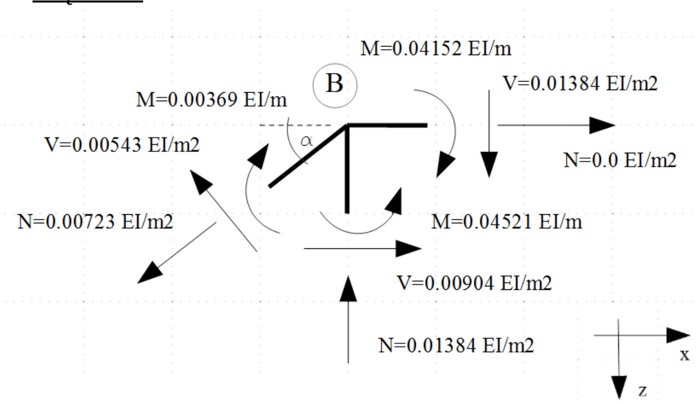
$\sum X = 0$

$0.00723\,EI/m^2 \cos\alpha + 0.00543\,EI/m^2 \sin\alpha - 0.00904\,EI/m^2 = 0.000002\,EI/m^2$

$\sum Z = 0$

$-0.00723\,EI/m^2 \sin\alpha + 0.00543\,EI/m^2 \cos\alpha = 0.000006EI/m^2$

<u>Węzeł **B**</u>



$\sin\alpha = 3/5, \qquad \cos\alpha = 4/5$

$\sum M_A = 0$

$-0.04152\,EI/m + 0.04521\,EI/m + 0.00369\,EI/m = = 0.00738\,EI/m$

$\sum X = 0$

$-0.00723\,EI/m^2 \cos\alpha - 0.00543\,EI/m^2 \sin + \frac{0.00904EI}{m^2} = = -0.000002\,EI/m^2$

$\sum Z = 0$

$0.00723\,EI/m^2 \sin\alpha + 0.00543\,EI/m^2 \cos\alpha - 0.01384\,EI/m^2 + \frac{0.01384EI}{m^2} = 0.008682\,EI/m^2$

<u>**Wniosek z przeprowadzonej kontroli statycznej dopuszczalności:**</u>

Otrzymane rozwiązania sił wewnętrznych w ramie SN od wszystkich rodzajów obciążeń są statycznie dopuszczalne

- **Kontrola kinematycznej dopuszczalności otrzymanych rozwiązań**

Aby sprawdzić czy rozwiązanie jest kinematycznie dopuszczalne należy w wybranym miejscu wyliczyć przemieszczenie, wykorzystując w obliczeniach otrzymane rozwiązanie układu, i sprawdzić czy wyliczona wartość przemieszczenia jest zgodna z warunkami podparcia i ciągłości konstrukcji zadanej.

Najlepiej wybrać do wyliczenia przemieszczenia, które stanowią prawą stronę układu równań warunkowych metody sił (Δ_1^F, Δ_2^F), choć nie jest to konieczne.

Przy wyliczaniu przemieszczenia najlepiej przyjąć przy jednostkowych stanach wirtualnych obciążeń inny schemat podstawowy niż dotychczas, choć nie jest to konieczne

- kinematyczna dopuszczalność rozwiązania ($\boldsymbol{M^F}$ – momenty zaginające w układzie SN wywołane obciążeniem mechanicznym)

sprawdzenie czy $\Delta_1^F = 0$

Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia Δ_1^F

$$\boxed{1kN \cdot \Delta_1^F = \sum\nolimits_p \left(\int \bar{M}^{X1=1} \frac{M^F}{EI} dx\right)_p + \sum\nolimits_m \frac{\bar{S}_m^{X1=1} \cdot S_m^F}{k_m}}$$

Rozwiązanie układu SN od obciążenia mechanicznego (M^F, S_m^F) uzyskano w punkcie 6.1 , a rozwiązanie układu SW od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia ($\bar{M}^{X1=1}$, $\bar{S}_m^{X1=1}$) otrzymano w punkcie 4 niniejszego projektu.

$$\begin{aligned} 1kN \cdot \Delta_1^F = {} & \frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{2m}{6} (-51.493\mathrm{kNm} \cdot 0\mathrm{kNm} + 4 \cdot (-31.77325\mathrm{kNm}) \cdot 1\mathrm{kNm} + (-12.054\mathrm{kNm}) \cdot 2\mathrm{kNm}) \\ & + \frac{1}{\mathrm{EI}} \frac{5m}{6} (-12.054\mathrm{kNm} \cdot 2\mathrm{kNm} + 46.28\mathrm{kNm} \cdot 3.5\mathrm{kNm} + 2.10375\mathrm{kNm} \cdot 5\mathrm{kNm}) \\ & + \frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{3m}{6} (21.4037\mathrm{kNm} \cdot (-5\mathrm{kNm}) + 4 \cdot (-3.5\mathrm{kNm}) \cdot 5.9826\mathrm{kNm} + (-9.4385\mathrm{kNm}) \\ & \cdot 2\mathrm{kNm}) + \frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{1}{2} 2m \cdot 9.4385\mathrm{kNm} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\mathrm{kNm} + \frac{51.493\mathrm{kN} \cdot 0\mathrm{kN}}{8\,\mathrm{EI}/m} \\ & + \frac{(-6.16917\mathrm{kNm})(0\mathrm{kNm})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} = 0.0599 \frac{kN^2m^3}{EI} /: 1kN \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Delta_1^F = 0.0599 \frac{kNm^3}{EI}}$$

sprawdzenie czy $\Delta_2^F = 0$

Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia Δ_2^F

$$\boxed{1kN \cdot \Delta_2^F = \sum_p \left(\int \bar{M}^{X2=1} \frac{M^F}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X2=1} \cdot S_m^F}{k_m}}$$

Rozwiązanie układu SN od obciążenia mechanicznego (M^F, S_m^F) uzyskano w punkcie 6.1 , a rozwiązanie układu SW od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia ($\bar{M}^{X2=1}, \bar{S}_m^{X2=1}$) otrzymano w punkcie 4 niniejszego projektu.

$$\begin{aligned}1kNm \cdot \Delta_2^F = & \frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{2m}{6} (-51.493\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + 4 \cdot (-31.77325\mathrm{kNm}) \cdot 1\mathrm{kNm} + (-12.054\mathrm{kNm}) \cdot 1\mathrm{kNm}) \\ & + \frac{1}{\mathrm{EI}} \frac{5m}{6} (-12.054\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + 46.28\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + 2.10375\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm}) \\ & + \frac{1}{\mathrm{EI}} \frac{2m}{6} (23.5075\mathrm{kNm} \cdot 1\mathrm{kNm} + 417.33825\mathrm{kNm} \cdot 0.6666\mathrm{kNm} + 11.169\mathrm{kNm} \\ & \cdot 0.3333\mathrm{kNm}) + \frac{1}{\mathrm{EI}} \frac{1}{2} \cdot 1m \cdot 0.333\mathrm{kNm} \frac{2}{3} 6.16917\mathrm{kNm} + \frac{51.493\mathrm{kN}(-1\mathrm{kN})}{8\,\mathrm{EI}/m} \\ & + \frac{(-6.16917\mathrm{kNm})(-0.333\mathrm{kNm})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} = 0.0141 \frac{kN^2m^3}{EI} /: 1kNm\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Delta_2^F = 0.0141 \frac{kNm^2}{EI}}$$

Wniosek:

Wyliczone przemieszczenia $\Delta_1^F = \Delta_2^F \cong 0$ stąd wykres momentów zginających od obciążenia danego w układzie SN ($\boldsymbol{M^F}$ **)** jest kinematycznie dopuszczalny.

<u>Komentarz do przeprowadzonej kontroli kinematycznej dopuszczalności rozwiązań:</u>

Uwaga:

Oszacowanie czy dana wielkość przemieszczenia jest zerowa dokonuje się porównując rząd policzonej wielkości przemieszczenia z rzędem rzeczywistych przemieszczeń w konstrukcji np. z policzonym przemieszczeniem w punkcie wcześniejszym projektu

Uwaga:
Nie porównano względnego przemieszczenie w miejscu i na kierunku 2-giej przeciętej więzi Δ_2, ponieważ nie wyliczono rzeczywistego przemieszczenia w konstrukcji określającego niezerowy obrót węzła

$$\Delta_1^F / \Delta_i^F \cdot 100\% = (0.0599 \tfrac{kNm^3}{EI} / 51.315 \tfrac{kNm^3}{EI}) \cdot 100\% = 0.116\%$$

- Kinematyczna dopuszczalność rozwiązania ($\boldsymbol{M^T}$ – momenty zaginające w układzie SN wywołane zmianami temperatury)

sprawdzenie czy $\Delta_1^T = 0$

Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia Δ_1^T

$$1kN \cdot \Delta_1^T = \sum_p \left(\int \bar{N}^{X1=1} (\alpha_t \cdot \Delta T_0) dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X1=1} \left(\alpha_t \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)/h\right) dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X1=1} \frac{M^T}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X1=1} \cdot S_m^T}{k_m}$$

Rozwiązanie układu SN od obciążenia mechanicznego (M^T, S_m^T) uzyskano w punkcie 6.2 , a rozwiązanie układu SW od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia ($\bar{M}^{X1=1}$, $\bar{S}_m^{X1=1}$) otrzymano w punkcie 4 niniejszego projektu.

$$\begin{aligned} 1kN \cdot \Delta_1^T = & \frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{2m}{6} \left(0.00074883 \frac{EI}{m} \cdot 0\mathrm{kNm} + 4 \left(-0.0000306 \frac{EI}{m} \right) 1\mathrm{kNm} + \left(-0.00081 \frac{EI}{m} \right) 2\mathrm{kNm} \right) \\ & + \frac{1}{\mathrm{EI}} \frac{5m}{6} \left(-0.00081 \frac{EI}{m} \cdot 2\mathrm{kNm} + 4 \left(-0.001985 \frac{EI}{m} \right) 3.5\mathrm{kNm} + \left(-0.00316 \frac{EI}{m} \right) 5\mathrm{kNm} \right) \\ & + \frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{1}{2} \cdot 5m \cdot (-5\mathrm{kNm}) \frac{2}{3} \left(0.00391 \frac{EI}{m} \right) + \frac{\left(-0.000748830 \frac{EI}{m} \right) 0\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m} \\ & + \frac{\left(-0.00025 \frac{EI}{m^2} \right) (0\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} + \left(\frac{1.210^{-5}}{°C} \right) \left(\frac{1}{2} (-10°C + 20°C) \right) 0.8kN \cdot 5m \\ & + \left(\frac{1.210^{-5}}{°C} \right) \left(\left(20°C - (-10°C) \right) / 0.2\,m \right) \left(5m\,(2kN + 5kN)/2 \right) \\ & + \left(\frac{1.210^{-5}}{°C} \right) \left(\left((-10°C) - 20°C \right) / 0.2\,m \right) \left(5m\,(-5kN)/2 \right) = -0.0000171 kNm \quad /: 1kN \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Delta_1^T = -0.0000171\, m}$$

sprawdzenie czy $\Delta_2^T = 0$

Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia Δ_2^T

$$1kN \cdot \Delta_2^T = \sum_p \left(\int \bar{N}^{X2=1} (\alpha_t \cdot \Delta T_0) dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X2=1} \left(\alpha_t \cdot (\Delta T_w - \Delta T_p)/h\right) dx \right)_p + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X2=1} \frac{M^T}{EI} dx \right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X2=1} \cdot S_m^T}{k_m}$$

Rozwiązanie układu SN od obciążenia mechanicznego (M^T, S_m^T) uzyskano w punkcie 6.2 , a rozwiązanie układu SW od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia ($\bar{M}^{X2=1}, \bar{S}_m^{X2=1}$) otrzymano w punkcie 4 niniejszego projektu.

$$\begin{aligned} 1kNm \cdot \Delta_2^T = &\frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{2m}{6} \left(0.00074883 \frac{EI}{m} \cdot 1\mathrm{kNm} + 4 \left(-0.0000306 \frac{EI}{m} \right) \cdot 1\mathrm{kNm} + \left(-0.00081 \frac{EI}{m} \right) \cdot 1\mathrm{kNm} \right) \\ &+ \frac{1}{\mathrm{EI}} \frac{5m}{6} \left(-0.00081 \frac{EI}{m} \cdot 1\mathrm{kNm} + 4 \left(-0.001985 \frac{EI}{m} \right) \cdot 1\mathrm{kNm} + \left(-0.00316 \frac{EI}{m} \right) \cdot 1\mathrm{kNm} \right) + \frac{1}{2\mathrm{EI}} \frac{1}{2} 5m \\ &\cdot 1\mathrm{kNm} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(0.00075 \frac{EI}{m} \right) + \frac{0.00074883 \frac{EI}{m} \cdot 0\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m} + \frac{\left(-0.00025 \frac{EI}{m^2} \right) (-0.3333\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3} \\ &+ \left(\frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{°C} \right) \left(\frac{1}{2} (-10°C + 20°C) \right) 0.333\mathrm{kN} \cdot 5m \\ &+ \left(\frac{1.2 \cdot 10^{-5}}{°C} \right) \left((20°C - (-10°C))/0.2\,m \right) (1\mathrm{kNm} \cdot 5m) = -0.000214 kNm \quad /: 1kNm \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Delta_2^T = -0.000214}$$

<u>Wniosek z przeprowadzonej kontroli:</u>

Porównanie rzędu policzonej wielkości przemieszczenia z rzędem rzeczywistych przemieszczeń w konstrukcji

$$\Delta_1^T / \Delta_i^T \cdot 100\% = (-0.0000171\, m / (-0.000407 m) 100\% = 4.2\% \text{ (nie przekracza 5\%)}$$

Wniosek:

Wyliczone przemieszczenia $\Delta_1^T = \Delta_2^T \cong 0$, stąd wykres momentów zginających od obciążenia temperaturą w układzie SN ($\boldsymbol{M^T}$ **)** jest kinematycznie dopuszczalny.

- Kinematyczna dopuszczalność rozwiązania ($\boldsymbol{M}^{\Delta_r}$ **–** momenty zaginające w układzie SN wywołane osiadaniem podpór)

sprawdzenie czy $\Delta_1^{\Delta r} = 0$

Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia $\Delta_1^{\Delta r}$

$$\boxed{1kN \cdot \Delta_1^{\Delta r} = -\sum_l \bar{R}_l^{X1=1}\Delta r_l + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X1=1}\frac{M^{\Delta_r}}{EI}dx\right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X1=1}\cdot S_m^{\Delta r}}{k_m}}$$

Rozwiązanie układu SN od obciążenia mechanicznego ($M^{\Delta_r}, S_m^{\Delta r}$) uzyskano w punkcie 6.3 , a rozwiązanie układu SW od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia ($\bar{M}^{X1=1}, \bar{S}_m^{X1=1}$) otrzymano w punkcie 4 niniejszego projektu.

$$\begin{aligned}1kN \cdot \Delta_1^{\Delta r} &= \frac{1}{2\mathrm{EI}}\frac{2m}{6}\left(-0.04152\frac{EI}{m}\cdot 0\mathrm{kNm} + 4\left(-0.03248\frac{EI}{m}\right)\cdot 1\mathrm{kNm} + \left(-0.02344\frac{EI}{m}\right)\cdot 2\mathrm{kNm}\right)\\ &+\frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{5m}{6}\left(-0.02344\frac{EI}{m}\cdot 2\mathrm{kNm} + 4\cdot\left(-0.00983\frac{EI}{m}\right)\cdot 3.5\mathrm{kNm} + 0.00369\frac{EI}{m}\cdot 5\mathrm{kNm}\right) + \frac{1}{2\mathrm{EI}}\cdot\frac{1}{2}\\ &\cdot 5m\cdot 5\mathrm{kNm}\cdot\frac{2}{3}\left(0.04521\frac{EI}{m}\right) + \frac{0.04152\frac{EI}{m}\cdot 0\mathrm{kNm}}{8\,\mathrm{EI}/m} + \frac{\left(0.01384\frac{EI}{m^2}\right)\cdot 0\ \mathrm{kN}}{5\,\mathrm{EI}/m^3} - (1\mathrm{kN}\cdot 0.02m)\\ &= 0.0005333kNm \quad /\!: 1\mathrm{kN}\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Delta_1^{\Delta r} = 0.0005333\ m}$$

sprawdzenie czy $\Delta_2^{\Delta r} = 0$

Zastosowanie zasady prac przygotowanych do wyznaczenia szukanego przemieszczenia $\Delta_2^{\Delta r}$

$$\boxed{1kN \cdot \Delta_2^{\Delta r} = -\sum_l \bar{R}_l^{X2=1}\Delta r_l + \sum_p \left(\int \bar{M}^{X2=1}\frac{M^{\Delta_r}}{EI}dx\right)_p + \sum_m \frac{\bar{S}_m^{X2=1}\cdot S_m^{\Delta r}}{k_m}}$$

Rozwiązanie układu SN od obciążenia mechanicznego ($M^{\Delta_r}, S_m^{\Delta r}$) uzyskano w punkcie 6.3 , a rozwiązanie układu SW od obciążenia jednostkowego stojącego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia ($\bar{M}^{X2=1}, \bar{S}_m^{X2=1}$) otrzymano w punkcie 4 niniejszego projektu.

$$\begin{aligned}1kNm \cdot \Delta_2^{\Delta r} &= \frac{1}{2\mathrm{EI}}\frac{2m}{6}\left(-0.04152\frac{EI}{m}\cdot 1\mathrm{kNm} + 4\left(-0.03248\frac{EI}{m}\right)\cdot 1\mathrm{kNm} + \left(-0.02344\frac{EI}{m}\right)\cdot 1\mathrm{kNm}\right)\\ &+\frac{1}{\mathrm{EI}}\frac{5m}{6}\left(-0.02344\frac{EI}{m}\cdot 1\mathrm{kNm} + 4\cdot\left(-0.00983\frac{EI}{m}\right)\cdot 1\mathrm{kNm} + 0.00369\frac{EI}{m}\cdot 1\mathrm{kNm}\right) + \frac{1}{\mathrm{EI}}\\ &\cdot\frac{1}{2}\cdot 3m\cdot 1\mathrm{kNm}\frac{2}{3}\left(-0.04152\frac{EI}{m}\right) + \frac{0.04152\frac{EI}{m}(-1\mathrm{kNm})}{8\,\mathrm{EI}/m} + \frac{\left(0.01384\frac{EI}{m^2}\right)(-0.3333\mathrm{kN})}{5\,\mathrm{EI}/m^3}\\ &- (1\mathrm{kN}\cdot(-0.1395rad) + 0.333\mathrm{kN}\cdot 0.03m + 0kN\cdot 0.02m) = 0.0001724kNm \quad /\!: 1kNm\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Delta_2^{\Delta r} = 0.0001724}$$

<u>Komentarz do przeprowadzonej kontroli:</u>

Porównanie rzędu policzonej wielkości przemieszczenia z rzędem rzeczywistych przemieszczeń w konstrukcji

$$\Delta_1^{\Delta_r}/\Delta_i^{\Delta_r}\cdot 100\% = (0.0005333\,m/(-0.2327m))100\% = 0.23\%$$

Wniosek

Wyliczone przemieszczenia $\Delta_1^{\Delta_r} = \Delta_2^{\Delta_r} \cong 0$, stąd wykres momentów zginających od obciążenia osiadaniem podpór w układzie SN ($\boldsymbol{M}^{\Delta_r}$) jest kinematycznie dopuszczalny.