Warunki równowagi

Wektorowe warunki równowagi

$\vec{S}=0$, $\vec{M}=0$ względem dowolnego bieguna redukcji

Układ jest w równowadze, jeżeli siła ogólna układu i moment ogólny układu względem dowolnego bieguna redukcji jest równy zeru.

W układzie przestrzennym warunki równowagi prowadzą do sześciu (6) równań analitycznych:

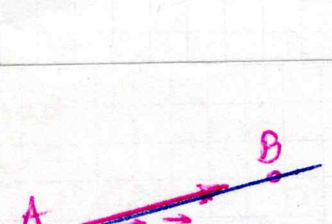
$$\vec{S}=0 \rightarrow \sum P_{ix}=0,\ \sum P_{iy}=0;\ \sum P_{iz}=0$$

$$\vec{M}=0 \rightarrow \sum M_{ix}=0,\ \sum M_{iy}=0,\ \sum M_{iz}=0$$

Suma rzutów wszystkich sił na oś x, na oś y i na oś z musi być równa zeru.
Suma momentów wszystkich sił względem osi x, osi y i osi z musi być równa zeru (przy dowolnej lokalizacji początku układu).

Do równowagi układu zbieżnego wystarcza spełnienie tylko pierwszego warunku ($\vec{S}=0$). Drugi warunek jest spełniony tożsamościowo, jeżeli biegun redukcji obierzemy w środku zbieżności.

Dwie siły są w równowadze wtedy i tylko wtedy, gdy są równe co do modułu, przeciwne co do zwrotu i działają na wspólnej osi (prostej działania). Wynika to wprost z warunków równowagi.

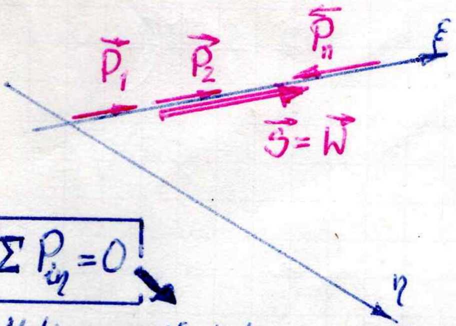


Jeżeli $M_A=0$, to układ nie sprowadza się do pary sił. Jeżeli równocześnie $M_B=0$, to wypadkowa (jeśli istnieje) leży na prostej przechodzącej przez AB. Warunek $\vec{S}=0$ można sprawdzić obliczając moment M_C pod warunkiem, że ABC nie leżą na jednej prostej.

$$\boxed{\sum M_{iA}=0,\ \sum M_{iB}=0,\ \sum M_{iC}=0}$$

2.9. RÓWNANIA RÓWNOWAGI UKŁADÓW PŁASKICH

Układ kolinearny

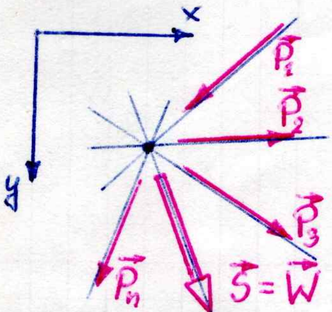


$\boxed{\Sigma P_{i\eta}=0}$

Jeżeli biegun redukcji obierzemy na osi ξ, to warunek momentów będzie spełniony tożsamościowo, $\vec M=0$.
Wynika stąd, że układ nie może się sprowadzić do pary sił, a wypadkowa (jeżeli istnieje) leży na osi ξ. Warunek $\vec S = 0$ można sprawdzić przez rzutowanie na dowolną oś η, nie ⊥ do ξ.

Kolinearność jest warunkiem koniecznym równowagi dwóch sił.

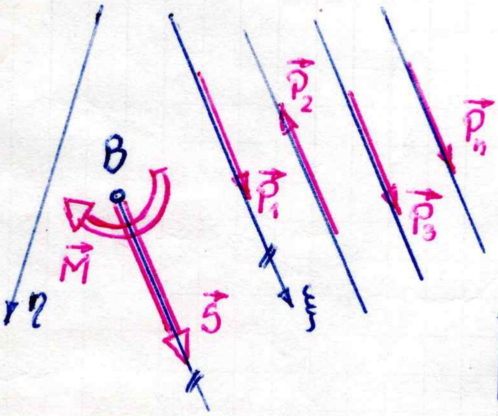
Układ zbieżny



$\boxed{\Sigma P_{ix}=0 \ ; \ \Sigma P_{iy}=0}$

Jeżeli biegun momentu obierzemy w środku zbieżności, to warunek momentów będzie spełniony tożsamościowo, $\vec M=0$. Wynika stąd, że układ nie może się sprowadzić do pary sił, a wypadkowa – jeżeli istnieje – leży na osi przechodzącej przez środek zbieżności.

Układ równoległy

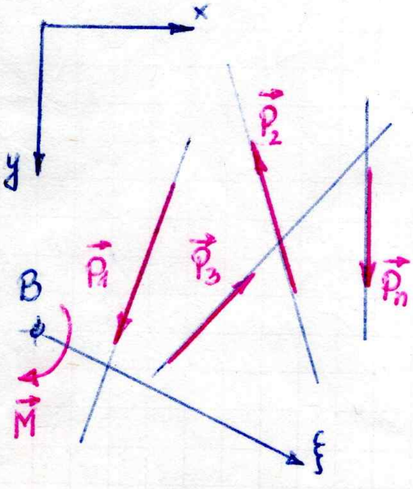


Po redukcji do dowolnego punktu B, układ może się sprowadzić do momentu $\vec M$ i siły ogólnej $\vec S \parallel \xi$. Warunek $\vec S = 0$ można sprawdzić przez rzutowanie na dowolną oś η nieprostopadłą do ξ.

Zbieżność lub równoległość jest warunkiem koniecznym równowagi trzech sił.

$\boxed{\Sigma P_{i\eta}=0, \ \Sigma M_{iB}=0}$

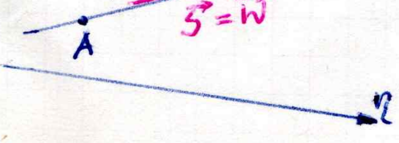
Układ niezbieżny



Po redukcji do dowolnego punktu B, układ może się sprowadzić do momentu $\vec M$ i siły ogólnej $\vec S$ dowolnie zorientowanej.

$\boxed{\Sigma P_{ix}=0 \ , \ \Sigma P_{iy}=0 \ , \Sigma M_{iB}=0}$

Warianty równań równowagi.



Jeżeli $M_A=0$, to układ się nie sprowadzi do pary sił.
Jeżeli równocześnie $M_B=0$, to wypadkowa (jeżeli istnieje) leży na prostej przechodzącej przez punkty A, B. Warunek $\vec S = 0$ można sprawdzić przez rzutowanie na dowolną oś η nie ⊥ do $\overline{AB}$

$\boxed{\Sigma M_{iA}=0 \ , \ \Sigma M_{iB}=0 \ ; \ \Sigma P_{i\eta}=0}$