Mechanika Budowli

Laboratorium nr 3

Opracowała: dr inż. Olga Szyłko-Bigus *olga.szylko@pwr.edu.pl*

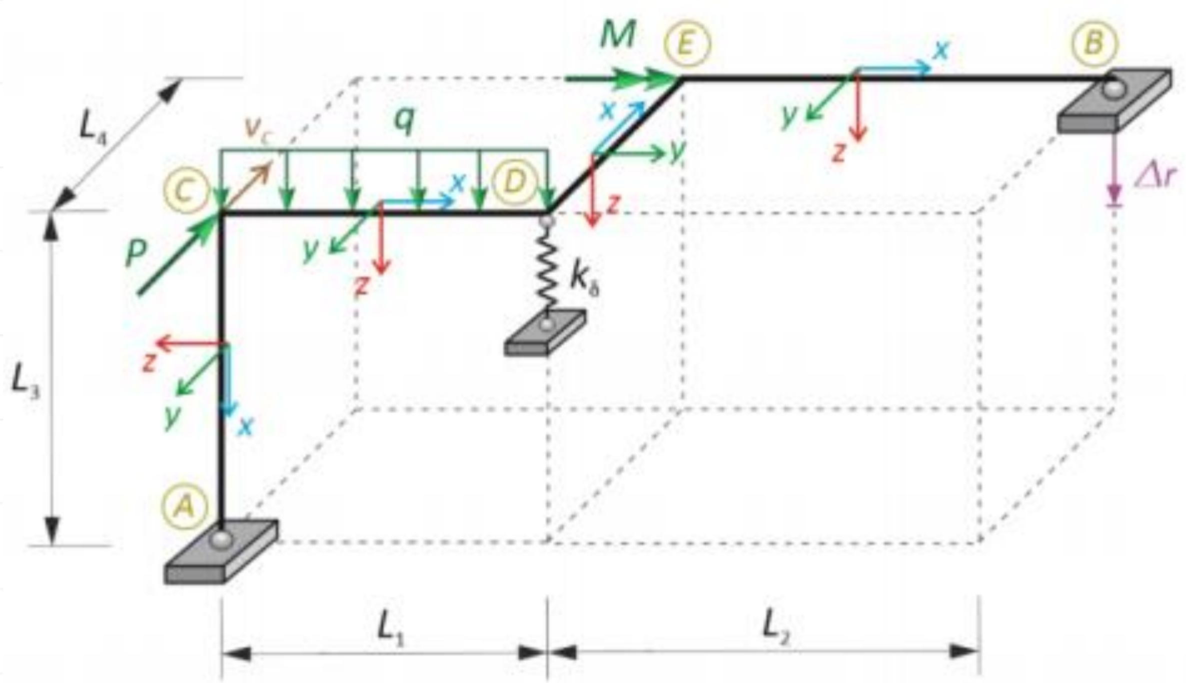
HR EXCELLENCE IN RESEARCH

Politechnika Wrocławska

Laboratorium nr 3

Projekt nr 1. Metoda sił-układ przestrzenny

Dany jest hiperstatyczny układ przestrzenny o schemacie statycznym i obciążeniu mechanicznym i niemechanicznym jak na rysunku. Należy wyznaczyć zaznaczone przemieszczenie.



<u>Dane:</u>

$L_1 = 3{,}0\ \mathrm{m}$; $L_2 = 4{,}0\ \mathrm{m}$; $L_3 = 5{,}0\ \mathrm{m}$; $L_4 = 2{,}0\ \mathrm{m}$; $k_\delta = 3\,500\ \mathrm{kN/m}$

$P = 10\ \mathrm{kN}$; $q = 4\ \mathrm{kN/m}$; $M = 15\ \mathrm{kNm}$; $\Delta r = 15\ \mathrm{mm}$

Obliczenie przemieszczenia

Do wyznaczenia przemieszczeń wykorzystano twierdzenie redukcyjne, które pozwala na to aby jedno z otrzymanych rozwiązań było w układzie statycznie wyznaczalnym. Ponieważ rzeczywiste siły wewnętrzne zostały uzyskane we wcześniejszych punktach, należy rozwiązać dowolny układ podstawowy od siły jednostkowej w miejscu i kierunku szukanego przemieszczenia. Gdy znane jest rozwiązanie układu hiperstatycznego, przemieszczenia wyznaczane są ze wzorów:

Przemieszczenia od obciążeń siłami i przemieszczeń podpór

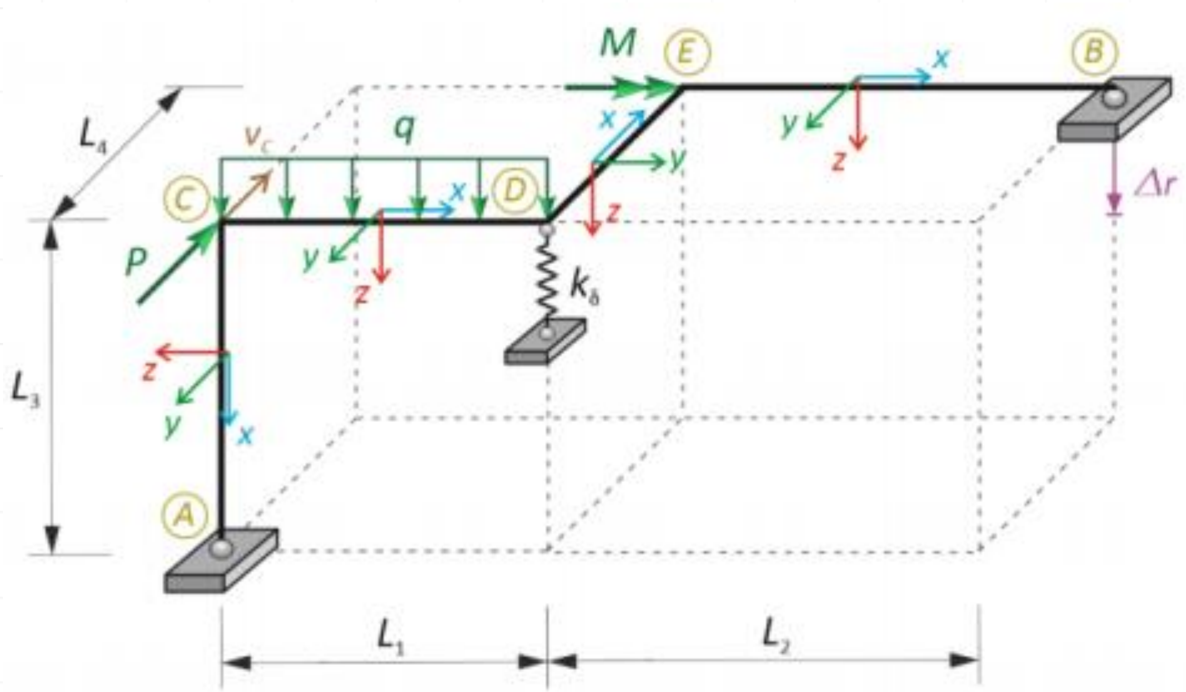
$$\Delta_{uF} = \Delta_u^F = \left[\int \frac{\overline{Mx}^u \cdot Mx^F}{GIs} \cdot dx + \int \frac{\overline{My}^u \cdot My^F}{EIy} \cdot dx + \int \frac{\overline{Mz}^u \cdot Mz^F}{EIz} \cdot dx + \sum_s \frac{\overline{S}_s^u \cdot S_s^F}{k_s} - \sum \overline{R}_r^u \cdot \Delta_r \right] \cdot \frac{1}{1kN}$$

Przemieszczenia od obciążeń siłami i zmian temperatury

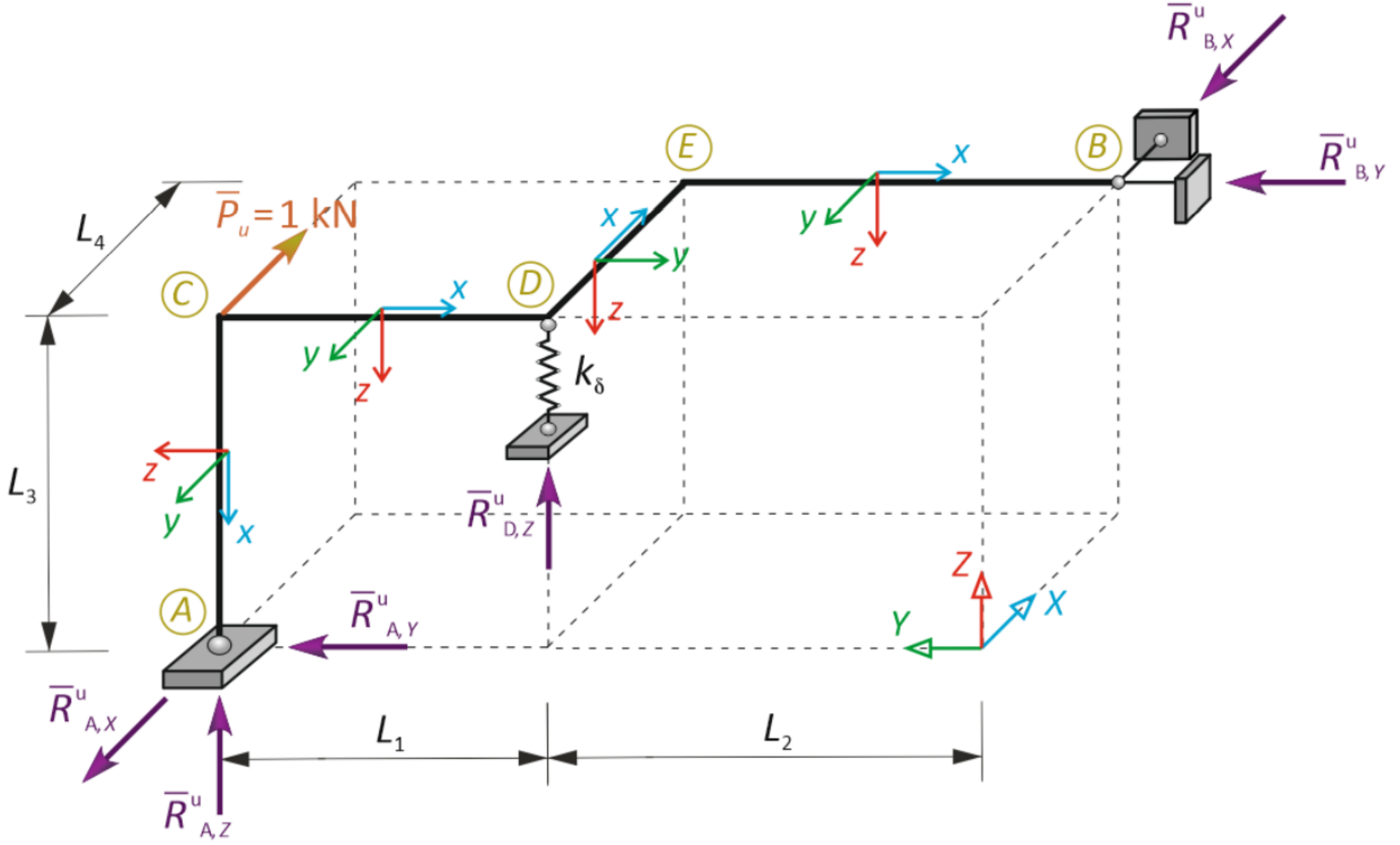
$$\Delta_{uF} = \Delta_u^F = \left[\int \frac{\overline{Mx}^u \cdot Mx^F}{GIs} \cdot dx + \int \frac{\overline{My}^u \cdot My^F}{EIy} \cdot dx + \int \frac{\overline{Mz}^u \cdot Mz^F}{EIz} \cdot dx + \sum_s \frac{\overline{S}_s^u \cdot S_s^F}{k_s} \right.$$

$$\left. + \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Tz^+ - \Delta Tz^-)}{hz} \cdot \Omega_{\overline{My}^u} \right)_p + \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Ty^- - \Delta Ty^+)}{hy} \cdot \Omega_{\overline{Mz}^u} \right)_p \right] \cdot \frac{1}{1kN}$$

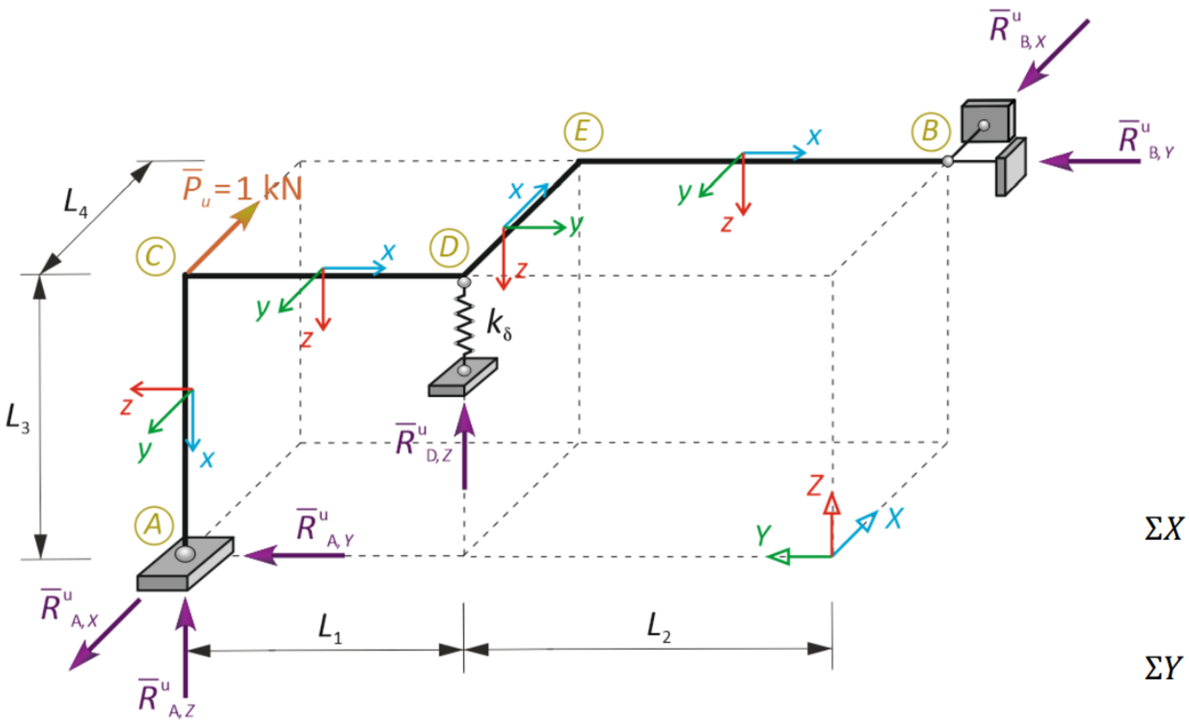
Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia



Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia



Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia



Reakcje podporowe

$$\Sigma M_{Y_A} = 0 \Rightarrow -\bar{R}^u_{B,X} \cdot L_3 + \bar{P}_u \cdot L_3 = 0$$

$$\bar{R}^u_{B,X} = 1{,}00 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_{Z_A} = 0 \Rightarrow -\bar{R}^u_{B,X} \cdot (L_1 + L_2) + \bar{R}^u_{B,Y} \cdot L_4 = 0$$

$$\bar{R}^u_{B,Y} = 3{,}50 \text{ kN}$$

$$\Sigma X = 0 \Rightarrow -\bar{R}^u_{A,X} - \bar{R}^u_{B,X} + \bar{P}_u = 0$$

$$\bar{R}^u_{A,X} = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow \bar{R}^u_{A,Y} + \bar{R}^u_{B,Y} = 0$$

$$\bar{R}^u_{A,Y} = -3{,}50 \text{ kN}$$

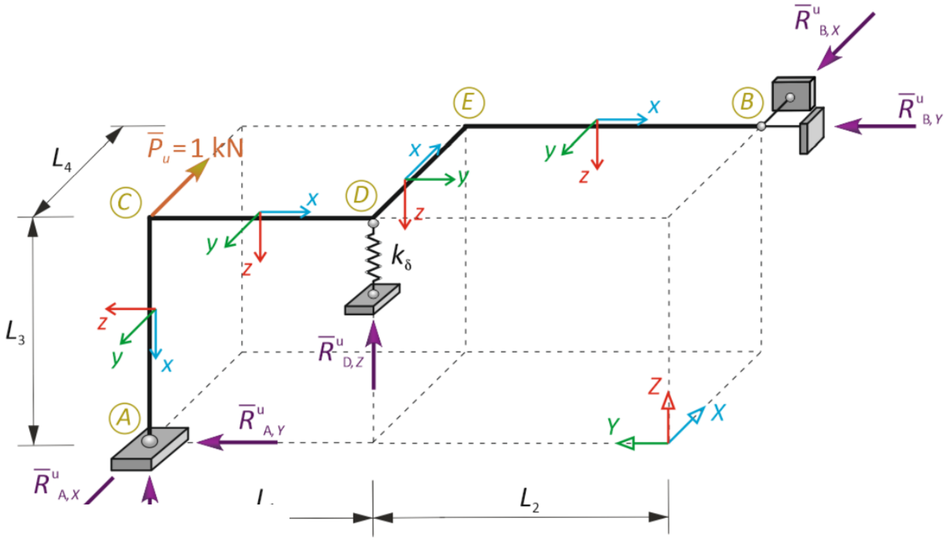
$$\Sigma M_{X_A} = 0 \Rightarrow -\bar{R}^u_{B,Y} \cdot L_3 - \bar{R}^u_{D,Z} \cdot L_1 = 0$$

$$\bar{R}^u_{D,Z} = -5{,}83 \text{ kN}$$

$$\Sigma Z = 0 \Rightarrow \bar{R}^u_{A,Z} + \bar{R}^u_{D,Z} = 0$$

$$\bar{R}^u_{A,Z} = 5{,}83 \text{ kN}$$

Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia



$$\bar{M}^u_{x,\,A-C} = \bar{M}^u_{x,\,C-D} = M^u_{x,\,D-E} = \bar{M}^u_{x,\,E-B} = 0$$

$$\bar{M}^u_{y,\,AC} = 0 \;;\; \bar{M}^u_{y,\,CA} = -\bar{R}^u_{A,Y} \cdot L_3 = 17{,}50 \text{ kNm}$$

$$\bar{M}^u_{y,\,CD} = \bar{R}^u_{A,Y} \cdot L_3 = -17{,}50 \text{ kNm} \;;\; \bar{M}^u_{y,\,DC} = 0$$

$$\bar{M}^u_{y,\,D-E} = \bar{M}^u_{y,\,E-B} = 0$$

$$\bar{M}^u_{z,\,AC} = 0 \;;\; \bar{M}^u_{z,\,CA} = \bar{R}^u_{A,X} \cdot L_3 = 0$$

$$\bar{M}^u_{z,\,CD} = 0 \;;\; \bar{M}^u_{z,\,DC} = (\bar{R}^u_{A,X} - \bar{P}_u) \cdot L_1 = -3{,}00 \text{ kNm}$$

$$\bar{M}^u_{z,\,DE} = (\bar{R}^u_{A,X} - \bar{P}_u) \cdot L_1 = -3{,}00 \text{ kNm} \;;\; \bar{M}^u_{z,\,ED} = \bar{R}^u_{B,X} \cdot L_2 = 4{,}00 \text{ kNm}$$

$$\bar{M}^u_{z,\,EB} = \bar{R}^u_{B,X} \cdot L_2 = 4{,}00 \text{ kNm} \;;\; \bar{M}^u_{z,\,BE} = 0$$

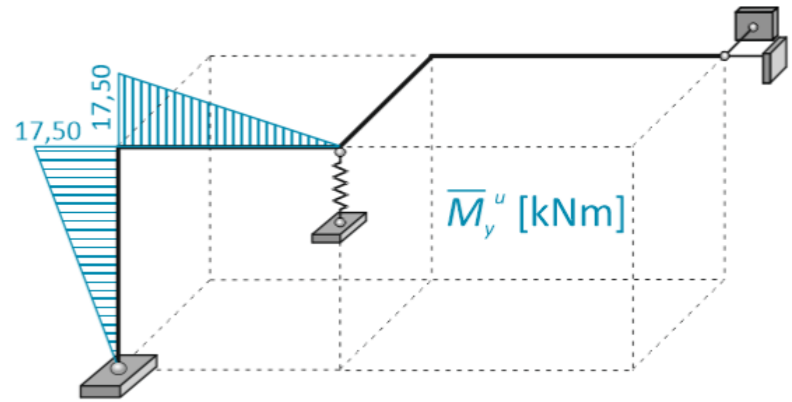
Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego w miejscu i na kierunku szukanego przemieszczenia

$$\bar{M}^{u}_{x,\,A-C} = \bar{M}^{u}_{x,\,C-D} = M^{u}_{x,\,D-E} = \bar{M}^{u}_{x,\,E-B} = 0$$

$$\bar{M}^{u}_{y,\,AC} = 0\ ;\ \bar{M}^{u}_{y,\,CA} = -\bar{R}^{u}_{A,Y} \cdot L_3 = 17{,}50\ \mathrm{kNm}$$

$$\bar{M}^{u}_{y,\,CD} = \bar{R}^{u}_{A,Y} \cdot L_3 = -17{,}50\ \mathrm{kNm}\ ;\ \bar{M}^{u}_{y,\,DC} = 0$$

$$\bar{M}^{u}_{y,\,D-E} = \bar{M}^{u}_{y,\,E-B} = 0$$

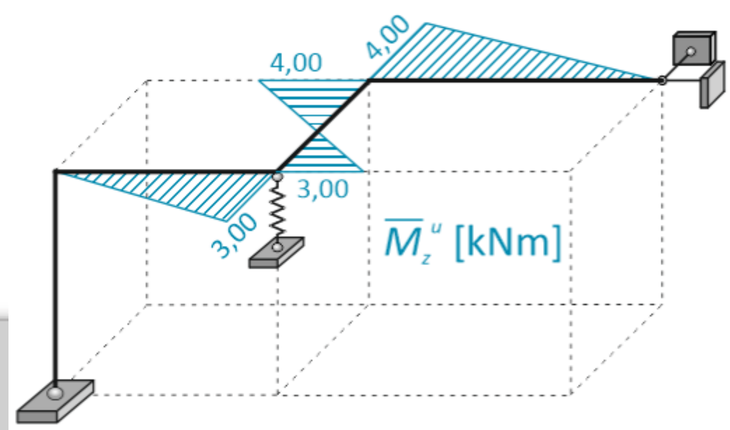


$$\bar{M}^{u}_{z,\,AC} = 0\ ;\ \bar{M}^{u}_{z,\,CA} = \bar{R}^{u}_{A,X} \cdot L_3 = 0$$

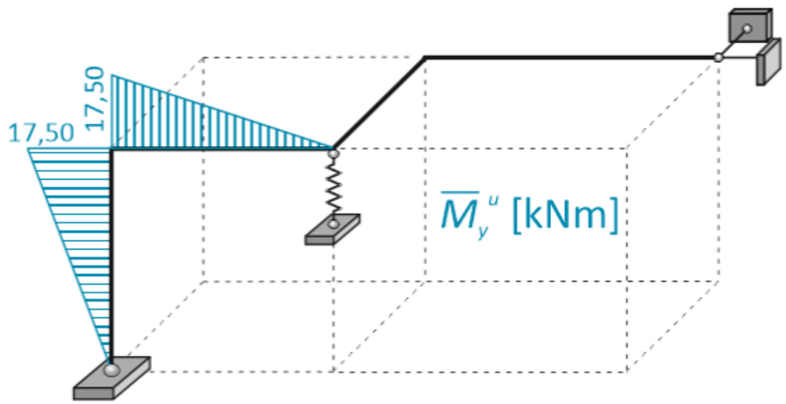
$$\bar{M}^{u}_{z,\,CD} = 0\ ;\ \bar{M}^{u}_{z,\,DC} = (\bar{R}^{u}_{A,X} - \bar{P}_u) \cdot L_1 = -3{,}00\ \mathrm{kNm}$$

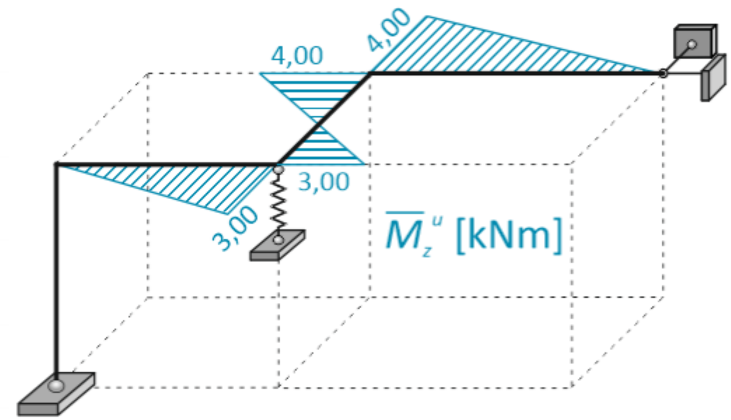
$$\bar{M}^{u}_{z,\,DE} = (\bar{R}^{u}_{A,X} - \bar{P}_u) \cdot L_1 = -3{,}00\ \mathrm{kNm}\ ;\ \bar{M}^{u}_{z,\,ED} = \bar{R}^{u}_{B,X} \cdot L_2 = 4{,}00\ \mathrm{kNm}$$

$$\bar{M}^{u}_{z,\,EB} = \bar{R}^{u}_{B,X} \cdot L_2 = 4{,}00\ \mathrm{kNm}\ ;\ \bar{M}^{u}_{z,\,BE} = 0$$



PRZEMIESZCZENIE OD OBCIĄŻEŃ SIŁAM I OSIADANIA PODPÓR





$$\Delta_{uF} = \Delta_u^F = \left[\int \frac{\overline{Mx}^u \cdot Mx^F}{GIs} \cdot dx + \int \frac{\overline{My}^u \cdot My^F}{EIy} \cdot dx + \int \frac{\overline{Mz}^u \cdot Mz^F}{EIz} \cdot dx + \sum_s \frac{\overline{S}_s^u \cdot S_s^F}{k_s} - \sum \overline{R}_r^i \cdot \Delta_r \right] \cdot \frac{1}{1\,kN} =$$

$$\frac{1}{10\,733{,}10}\Big[0{,}5 \cdot 5 \cdot 17{,}50 \cdot \frac{2}{3} \cdot 78{,}47 + \frac{3}{6}\big((-17{,}50) \cdot (-78{,}47) +$$

$$+4 \cdot (-8{,}75) \cdot (-22{,}15) + 0 \cdot 25{,}16\big)\Big] + \frac{1}{4\,825{,}80}\Big[0{,}5 \cdot 3 \cdot (-3{,}00) \cdot \frac{2}{3} \cdot (-13{,}45) +$$

$$+\frac{2}{6}(-3{,}00 \cdot (-13{,}45) + 4 \cdot 0{,}50 \cdot 2{,}245 + 4{,}00 \cdot 17{,}94) + 0{,}5 \cdot 4{,}00 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 17{,}94\Big] +$$

$$+\frac{-5{,}83 \cdot (-34{,}83)}{3500} = 0{,}3133 + 0{,}0362 + 0{,}0580 = 0{,}4075\ [\mathrm{m}] \approx 408\ \mathrm{mm}$$