



Politechnika Wrocławska

MECHANIKA BUDOWLI

Wykład 4: PRZESTRZENNE UKŁADY PRĘTOWE SW i SN. METODA SIŁ

Prowadzący: dr inż. Olga Szyłko-Bigus

4. Dźwigary załamane w planie

- ❑ Algorytm postępowania w celu wyznaczania sił wewnętrznych i przemieszczeń dla SN układów załamany w planie MS dla obciążeń niemechanicznych:
 - 1) Ustalenie SSN,
 - 2) Przyjęcie Układu Podstawowego MS (SW i GN) z zaznaczonymi niewiadomymi siłami hiperstatycznymi,
 - 3) Zapisanie układu równań kanonicznych,
 - 4) Rozwiązanie układu podstawowego od wpływu sił hiperstatycznych
 - 5) Rozwiązanie układu równań kanonicznych i wyznaczenie wartości niewiadomych sił hiperstatycznych,
 - 6) Wyznaczenie sił przekrojowych.
 - 7) Sprawdzenie poprawności rozwiązania,
 - 8) Obliczenie szukanego przemieszczenia od obciążeń niemechanicznych.

4. Dźwigary załamane w planie

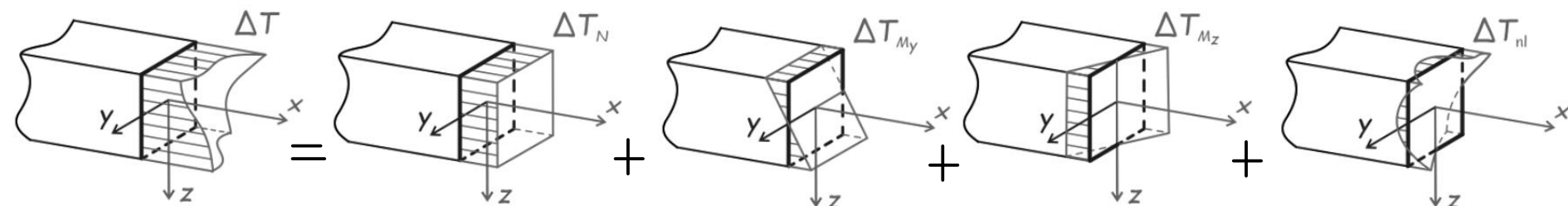
PRZEMIESZCZENIA OD ZMIAN TEMPERATURY

Rozkład temperatury
w przekroju pręta

stała temperatura
w obrębi całego przekroju

liniowa zmiana temperatury

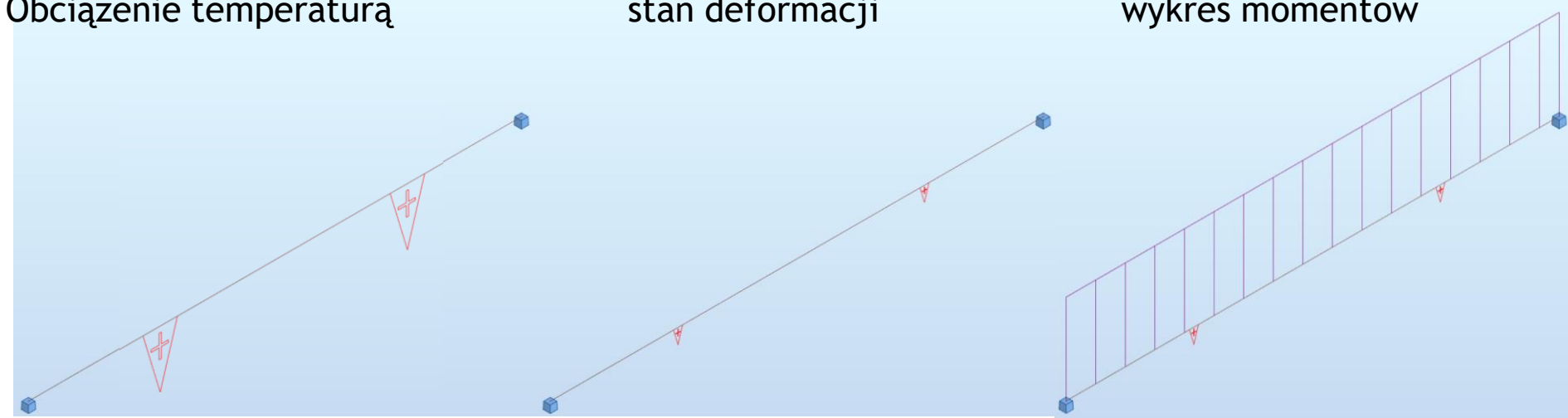
nieliniowa zmiana
temperatury



Obciążenie temperaturą

stan deformacji

wykres momentów





4. Dźwigary załamane w planie

PRZEMIESZCZENIA OD ZMIAN TEMPERATURY

$$\Delta_{iT} = \Delta_i^T = \int \frac{\bar{M}x^i \cdot Mx^T}{GIs} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}y^i \cdot My^T}{EIy} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}z^i \cdot Mz^T}{EIz} \cdot dx + \int \frac{\bar{N}^i \cdot N^T}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_y \cdot \bar{V}y^i \cdot Vy^T}{GA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_z \cdot \bar{V}z^i \cdot Vz^T}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^T}{k_s} +$$

$$+ \int \bar{M}y^i \cdot \Delta d\varphi y^T + \int \bar{M}z^i \cdot \Delta d\varphi z^T + \int \bar{N}^i \cdot \Delta dL^T =$$

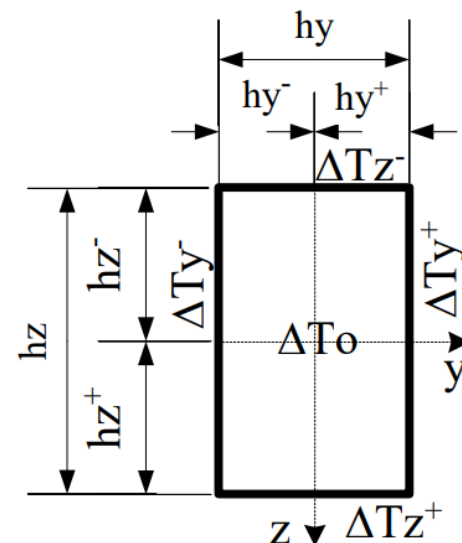
$$= \int My^i \cdot \Delta d\varphi y^T + \int Mz^i \cdot \Delta d\varphi z^T + \int N^i \cdot \Delta dL^T.$$

gdzie $\Delta d\varphi y^T = \frac{\alpha_T \cdot (\Delta Tz^+ - \Delta Tz^-)}{hz} \cdot dx$, $\Delta d\varphi z^T = \frac{\alpha_T \cdot (\Delta Ty^- - \Delta Ty^+)}{hy} \cdot dx$,

$$\Delta dL^T = \alpha_T \cdot \Delta To \cdot dx = \alpha_T \cdot \frac{(\Delta Ty^+ \cdot hy^- + \Delta Ty^- \cdot hy^+)}{hy} \cdot dx = \alpha_T \cdot \frac{(\Delta Tz^+ \cdot hz^- + \Delta Tz^- \cdot hz^+)}{hz} \cdot dx.$$

Gdy przekrój jest symetryczny względem osi z $hy^- = hy^+ = hy/2$, $\Delta To = (\Delta Ty^+ + \Delta Ty^-)/2$.

Gdy przekrój jest symetryczny względem osi y $hz^- = hz^+ = hz/2$, $\Delta To = (\Delta Tz^+ + \Delta Tz^-)/2$.



Zwykle wyrażenia $\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Tz^+ - \Delta Tz^-)}{hz}$, $\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Ty^- - \Delta Ty^+)}{hy}$ i $\alpha_T \cdot \Delta To$ są na długości określonych przedziałów stałe.

W tym przypadku wzory na wyznaczanie przemieszczeń od zmian temperatury mają postać

$$\Delta_{iT} = \Delta_i^T = \int \frac{\bar{M}x^i \cdot Mx^T}{GIs} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}y^i \cdot My^T}{EIy} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}z^i \cdot Mz^T}{EIz} \cdot dx + \int \frac{\bar{N}^i \cdot N^T}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_y \cdot \bar{V}y^i \cdot Vy^T}{GA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_z \cdot \bar{V}z^i \cdot Vz^T}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^T}{k_s} +$$

$$+ \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Tz^+ - \Delta Tz^-)}{hz} \cdot \Omega_{My^i} \right)_p + \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Ty^- - \Delta Ty^+)}{hy} \cdot \Omega_{Mz^i} \right)_p + \sum_p \left(\alpha_T \cdot \Delta To \cdot \Omega_{N^i} \right)_p =$$

$$= \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Tz^+ - \Delta Tz^-)}{hz} \cdot \Omega_{My^i} \right)_p + \sum_p \left(\frac{\alpha_T \cdot (\Delta Ty^- - \Delta Ty^+)}{hy} \cdot \Omega_{Mz^i} \right)_p + \sum_p \left(\alpha_T \cdot \Delta To \cdot \Omega_{N^i} \right)_p.$$



4. Dźwigary załamane w planie

PRZEMIESZCZENIA OD BŁĘDÓW MONTAŻU I PRZEMIESZCZEŃ PODPÓR

$$\begin{aligned}\Delta_{i\Delta} = \Delta_i^{\Delta} &= \int \frac{\bar{M}x^i \cdot Mx^{\Delta}}{GI_s} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}y^i \cdot My^{\Delta}}{EI_y} \cdot dx + \int \frac{\bar{M}z^i \cdot Mz^{\Delta}}{EI_z} \cdot dx + \int \frac{\bar{N}^i \cdot N^{\Delta}}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_y \cdot \bar{V}y^i \cdot Vy^{\Delta}}{GA} \cdot dx + \int \frac{\kappa_z \cdot \bar{V}z^i \cdot Vz^{\Delta}}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{\bar{S}_s^i \cdot S_s^{\Delta}}{k_s} + \\ &+ \sum_{mx} \bar{M}x_{mx}^i \cdot \Delta \varphi_{mx}^{\Delta} + \sum_{my} \bar{M}y_{my}^i \cdot \Delta \varphi_{my}^{\Delta} + \sum_{mz} \bar{M}z_{mz}^i \cdot \Delta \varphi_{mz}^{\Delta} + \sum_n \bar{N}_n^i \cdot \Delta L_n^{\Delta} + \sum_{vy} \bar{V}y_{vy}^i \cdot \Delta h_{vy}^{\Delta} + \sum_{vz} \bar{V}z_{vz}^i \cdot \Delta h_{vz}^{\Delta} - \sum_r \bar{R}_r^i \cdot \Delta_r = \\ &= \sum_{mx} Mx_{mx}^i \cdot \Delta \varphi_{mx}^{\Delta} + \sum_{my} My_{my}^i \cdot \Delta \varphi_{my}^{\Delta} + \sum_{mz} Mz_{mz}^i \cdot \Delta \varphi_{mz}^{\Delta} + \sum_n N_n^i \cdot \Delta L_n^{\Delta} + \sum_{vy} Vy_{vy}^i \cdot \Delta h_{vy}^{\Delta} + \sum_{vz} Vz_{vz}^i \cdot \Delta h_{vz}^{\Delta} - \sum_r R_r^i \cdot \Delta_r.\end{aligned}$$

PRZYJĘTE OZNACZENIA

Oznaczenie wielkości składa się z symbolu oznaczającego wielkość i indeksów dolnych oraz górnych.

SYMBOLE oznaczające określone wielkości:

Δ - przemieszczenie (może to być przesunięcie, kąt obrotu lub wzajemne przemieszczenie) lub przyrost określonej wielkości

$Mx=Mx(x)$ – moment skręcający,

$My=My(x)$, $Mz=Mz(x)$ – momenty zginające,

$N=N(x)$ – siła osiowa (podłużna),

$Vy=Vy(x)$ – siła tnąca (poprzeczna),

$Vz=Vz(x)$ – siły tnące (poprzeczne),

Ω - pole wykresu siły przekrojowej

S – siła w więzi sprężystej (moment w więzi rotacyjnej lub siła podłużna w więzi translacyjnej),

k – sztywność więzi sprężystej,

κ_y , κ_z - współczynniki zależne od kształtu przekroju,

α_T - współczynnik rozszerzalności termicznej materiału,

E , G – moduły sprężystości podłużnej i poprzecznej materiału (Younga i Kirchoffa),

A , I_y , I_z – pole i momenty bezwładności poprzecznego przekroju pręta,

I_s - momenty bezwładności na skręcanie poprzecznego przekroju pręta (dla przekrojów kołowych i rur jest równy biegunowemu momentowi bezwładności).

INDEKSY

Indeks górny określa przyczynę wywołującą daną wielkość.

Pierwszy indeks dolny określa miejsce działania (występowania) danej wielkości.

Drugi indeks dolny określa, jeśli nie ma indeksu górnego, przyczynę wywołującą daną wielkość, a jeśli jest indeks górny, stanowi uzupełnienie określenia miejsca działania danej wielkości.

Np.: My^n oznacza moment w dowolnym miejscu wywołany przyczyną oznaczoną symbolem n ,

My_{ij}^n oznacza moment w punkcie i pręta $i-j$ wywołany przyczyną oznaczoną symbolem n ,

Δ_{ij} , Δ_i^j oznaczają przemieszczenie w miejscu i kierunku i wywołane przyczyną oznaczoną symbolem j

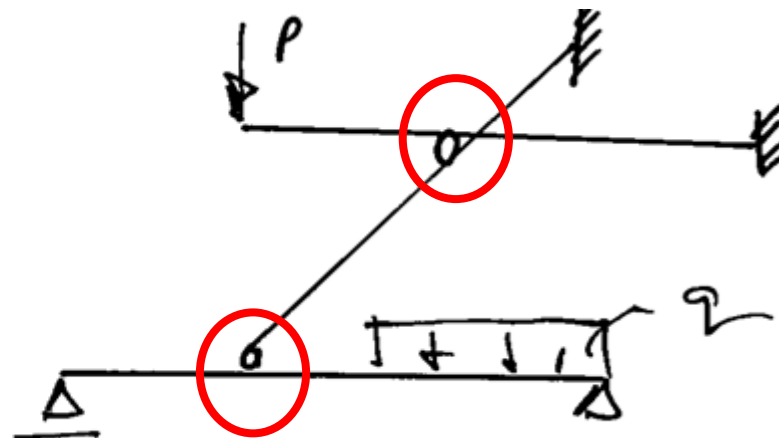
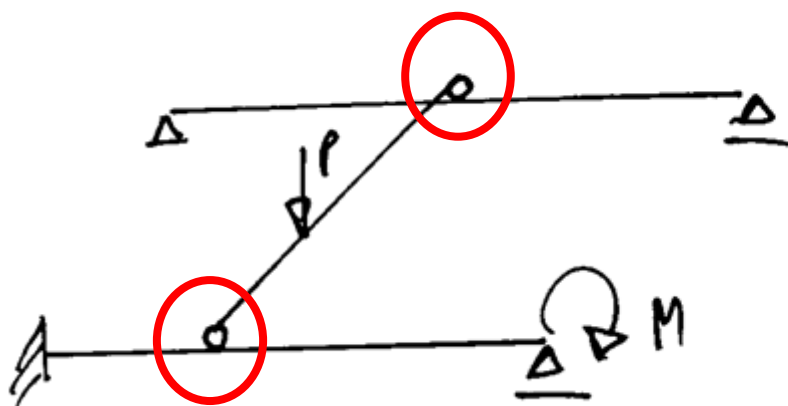
N_p^i oznacza siłę osiową w przecie o numerze p wywołaną przyczyną oznaczoną symbolem i ,

S_s^i oznacza siłę w więzi sprężystej o numerze s wywołaną przyczyną oznaczoną symbolem i .

Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

- ❑ **RUSZTY BELKOWE** są układami, w których można przyjąć, że momenty skręcające są równe zero, a występują tylko momenty zginające i siły poprzeczne.



- ❑ Ruszty belkowe to belki usytuowane zazwyczaj ortogonalnie w stosunku do siebie i połączone między sobą przegubami, przez które przekazywana jest tylko siła pionowa i obciążone tylko obciążeniami działającymi prostopadle do płaszczyzny układu.
- ❑ Belki tworzące konstrukcję rusztu połączone są ze sobą w sposób hierarchiczny za pomocą więzi przegubowych, a obciążenie przekazywane jest z górnych belek na dolne.

Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

❑ Stopień statycznej niewyznaczalności (SSN) rusztu belkowego:

$$n_h = e - 2b$$

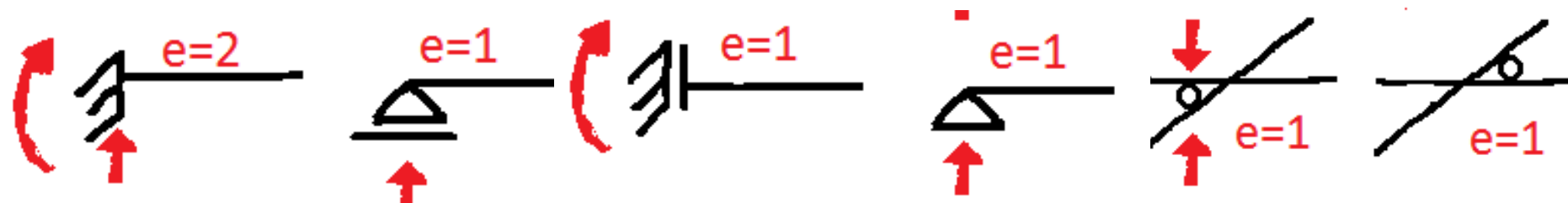
gdzie: e - liczb stopni swobody, b - liczba belek.

❑ Gdy mamy:

- $n_h = 0$ to ruszt belkowy jest SW,
- $n_h > 0$ to ruszt belkowy jest SN.

W rusztach belkowych do liczby e zalicza się tylko więzi translacyjne prostopadłe do płaszczyzny dźwigara i więzi rotacyjne, których reakcje powodują zginanie belek w płaszczyznach prostopadłych do płaszczyzny dźwigara.

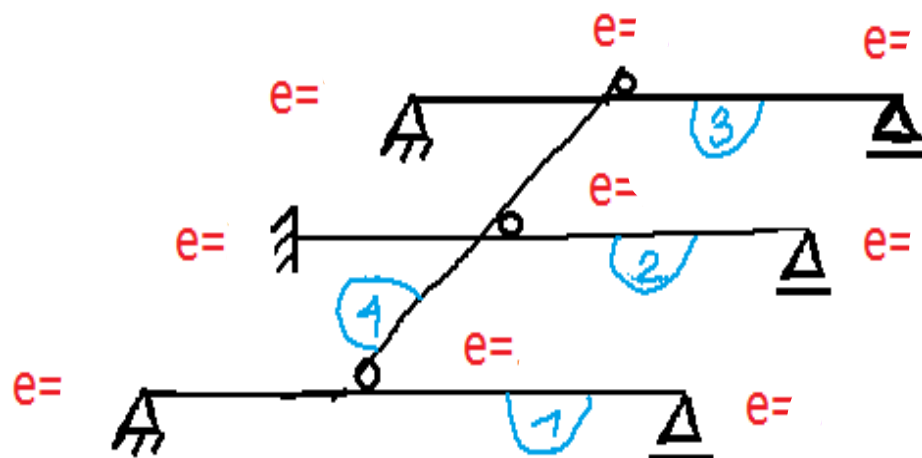
Liczba stopni swobody dla poszczególnych podparć:



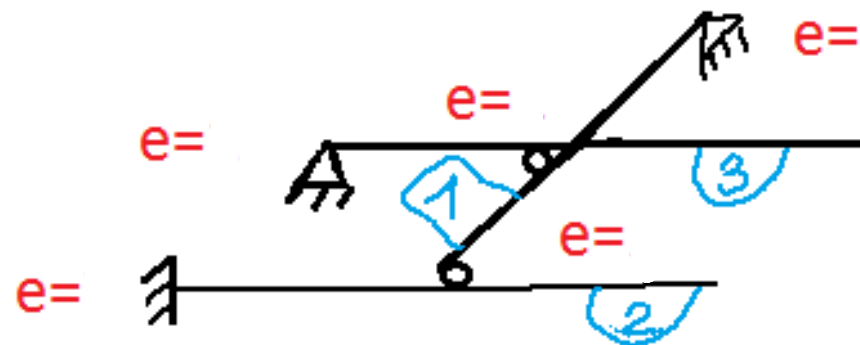
Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

□ Wyznaczenie stopnia statycznej niewyznaczalności rusztu:



$$e = 4 ; b = 6 ; nh = e - 2 \times b =$$



$$e = 3 ; b = 5 ; nh = e - 2 \times b =$$

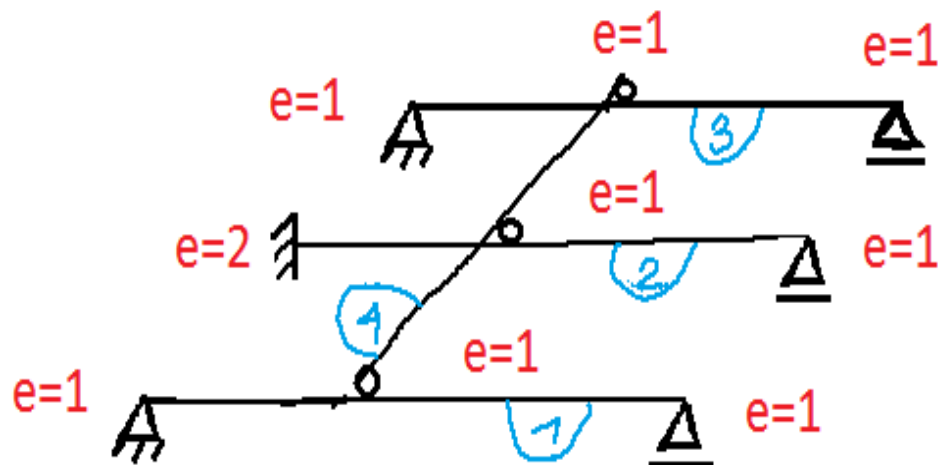
- e jest liczbą więzi elementarnych łączących belki między sobą i z podłożem, w których reakcje nie są równe zero z założenia (nie uwzględniamy więzi, w których reakcje są równe zero z założenia, to jest więzi w płaszczyźnie układu i więzi odpowiadających momentom skręcającym).



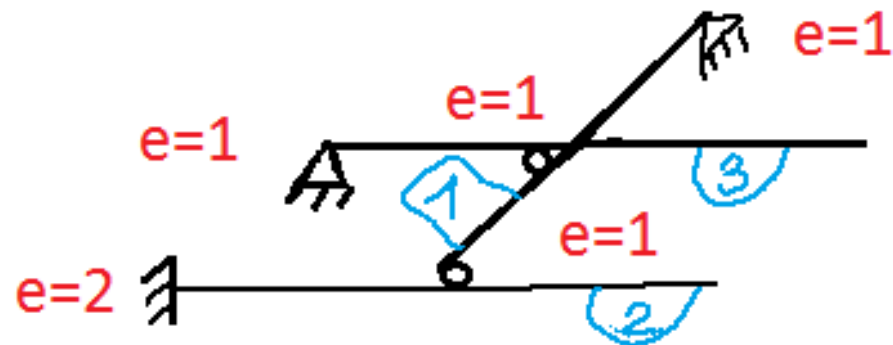
Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

- Wyznaczenie stopnia statycznej niewyznaczalności rusztu:



$$e=10; b=4; nh=e-2xb=10-8=2!$$

Ruszt belkowy 2-krotnie SN

$$e=6; b=3; nh=e-2xb=6-6=0!$$

Ruszt belkowy SW

- e jest liczbą więzi elementarnych łączących belki między sobą i z podłożem, w których reakcje nie są równe zero z założenia (nie uwzględniamy więzi, w których reakcje są równe zero z założenia, to jest więzi w płaszczyźnie układu i więzi odpowiadających momentom skręcającym).

Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił**5. Ruszty belkowe**

□ Typy obciążeń :

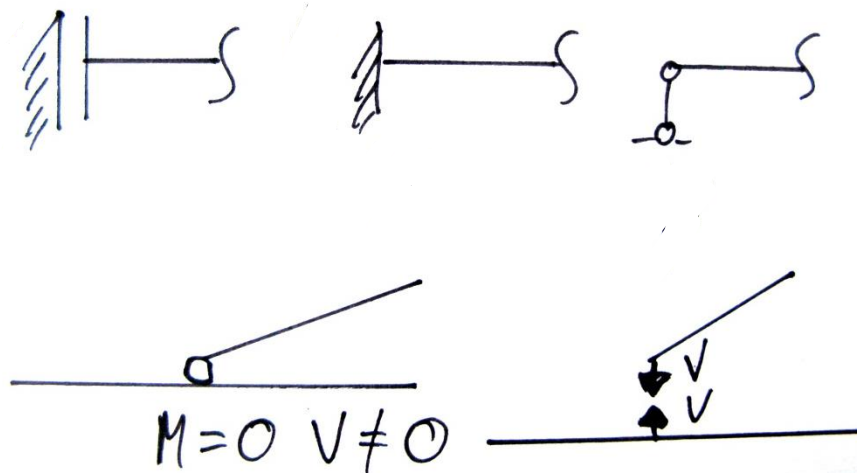
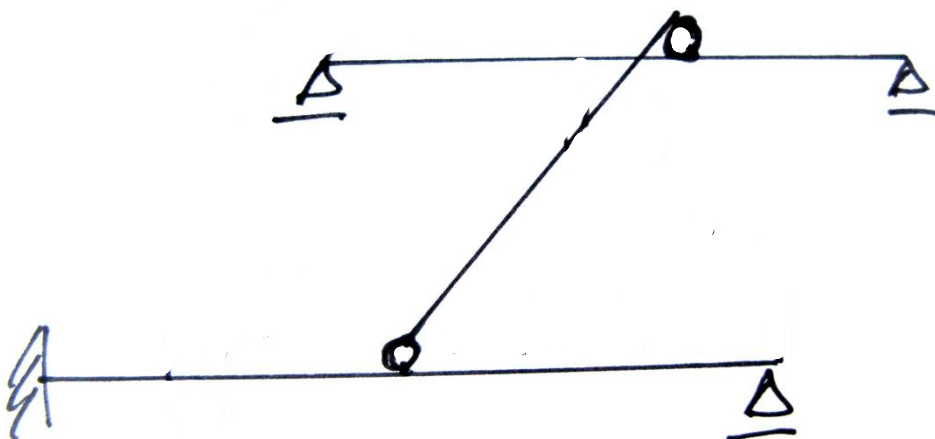
- Siły pionowe skupione P [kN] i rozłożone q [kN/m],
- Momenty zginające M_y [kNm].

□ Siły przekrojowe - w rusztach belkowych występują tylko momenty zginające i siły tnące

- Siły tnące V_z [kN],
- Momenty zginające M_y [kNm].

□ Obciążenie zadane tylko prostopadle do płaszczyzny konstrukcji

□ Reakcje w więziach podporowych



Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

□ Typy obciążeń :

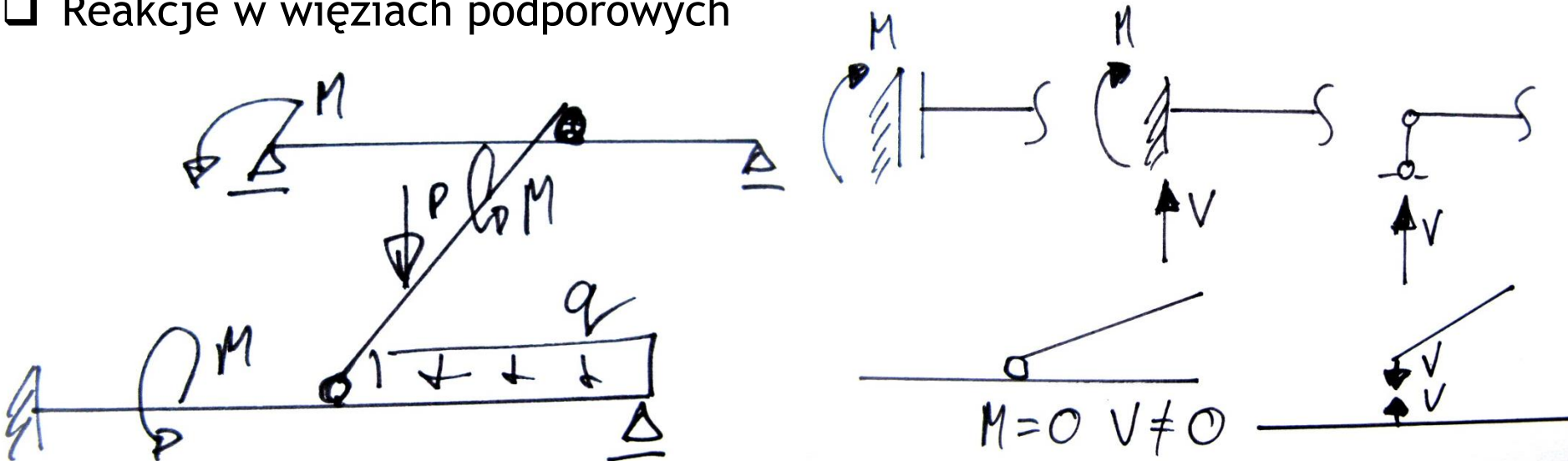
- Siły pionowe skupione P [kN] i rozłożone q [kN/m],
- Momenty zginające M_y [kNm].

□ Siły przekrojowe - w rusztach belkowych występują tylko momenty zginające i siły tnące

- Siły tnące V_z [kN],
- Momenty zginające M_y [kNm].

□ Obciążenie zadane tylko prostopadłe do płaszczyzny konstrukcji

□ Reakcje w więziach podporowych





Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

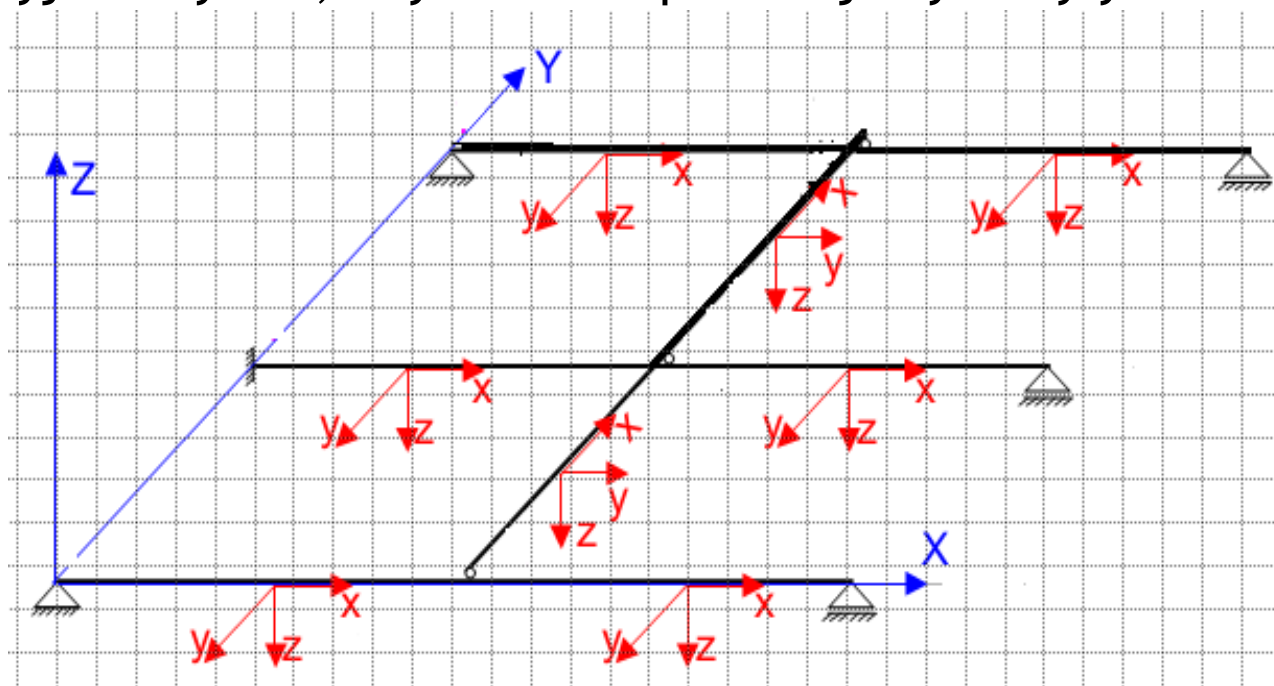
5. Ruszty belkowe

□ Układy współrzędnych

Dla rusztów belkowych niezbędne jest przyjęcie globalnego układu współrzędnych UG dla całego układu oraz lokalnych układów współrzędnych UL dla poszczególnych elementów (prętów).

Przyjmujemy prawoskrętne układy współrzędnych, lokalne układy współrzędnych przyjmujemy tak, aby znaki sił przekrojowych były takie jak w układach płaskich

(dodatnie momenty zginające odpowiadają rozciąganiu włókien dolnych).





Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

- ❑ Metody rozwiązania rusztów belkowych SW i SN:
 - Podział na belki I rzędu np. A-B, które mogą stać same lub opierać się na fundamencie, II rzędu etc. np. C-D i E-G.
 - Rozwiązujemy poszczególne belki zaczynając od belek wyższych rzędów (podrzędnych) np. II przenosząc obliczone reakcje na belki niższych rzędów np. I (nadrzędna).
- ❑ Algorytm postępowania rozwiązania rusztów belkowych SW - obliczania sił przekrojowych V i M .

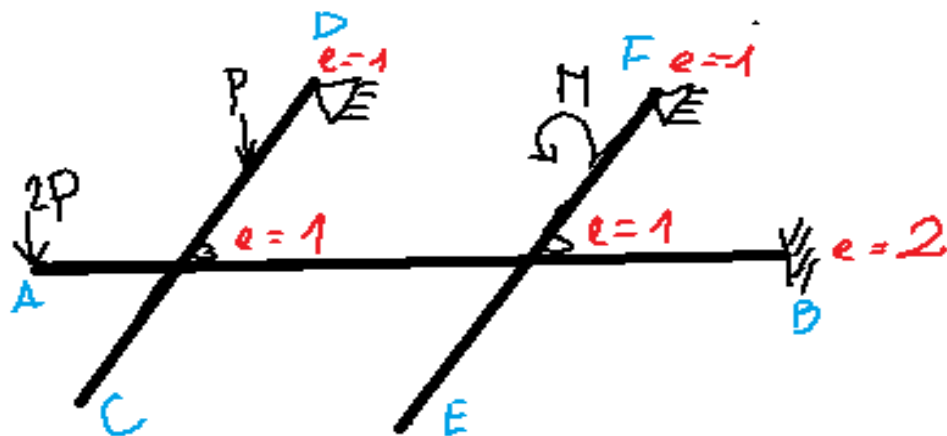


Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

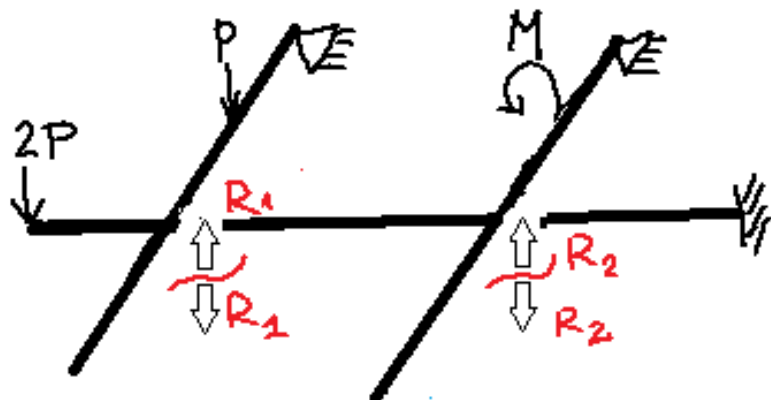
□ Algorytm postępowania w rozwiązywaniu rusztów belkowych SW:

1. Wyznaczenie SSN



$e=6$, $b=3$, $n_h=e-2xb=0!$ Ruszt SW!

2. Separujemy ruszt na pojedyncze belki

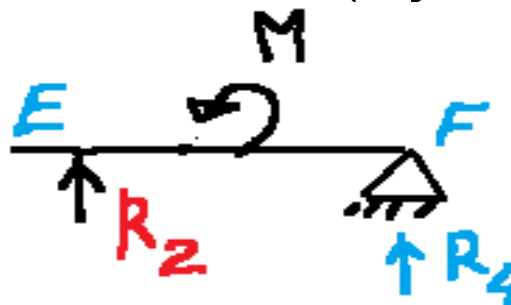
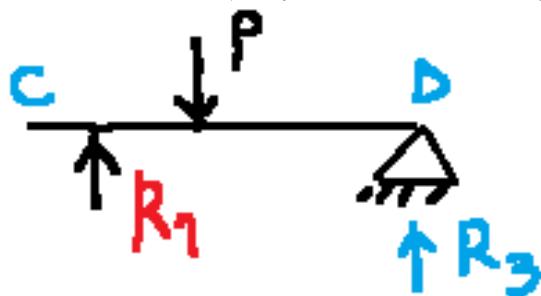


Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił**5. Ruszty belkowe**

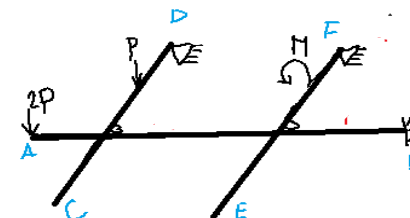
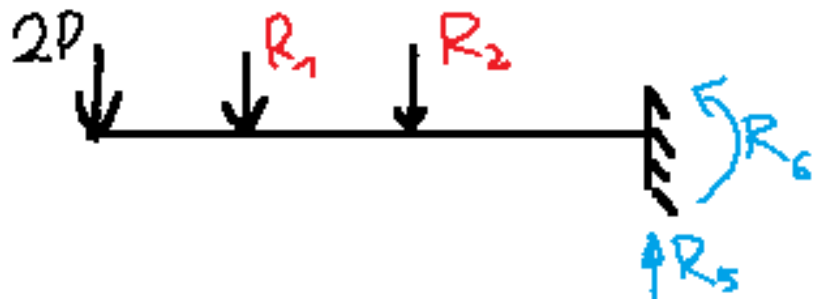
□ Algorytm postępowania w rozwiązywaniu rusztów belkowych SW:

3. Rozwiązujemy pojedyncze belki II rzędu

Belka C-D (wyznaczamy R_1 i R_3) Belka E-F (wyznaczamy R_2 i R_4)



4. Rozwiązujemy pojedyncze belki I rzędu (wyznaczamy R_5 i R_6)

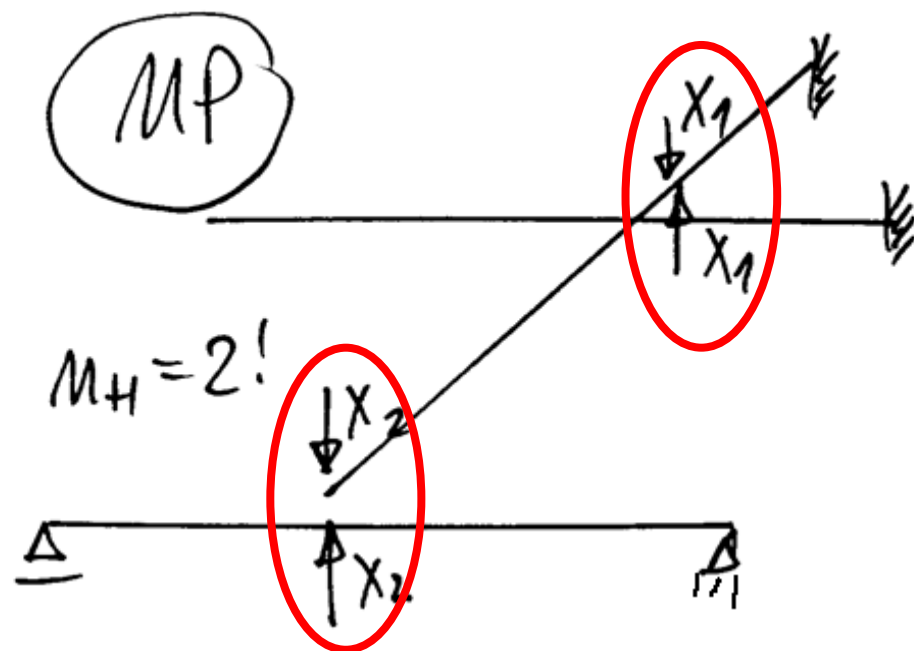
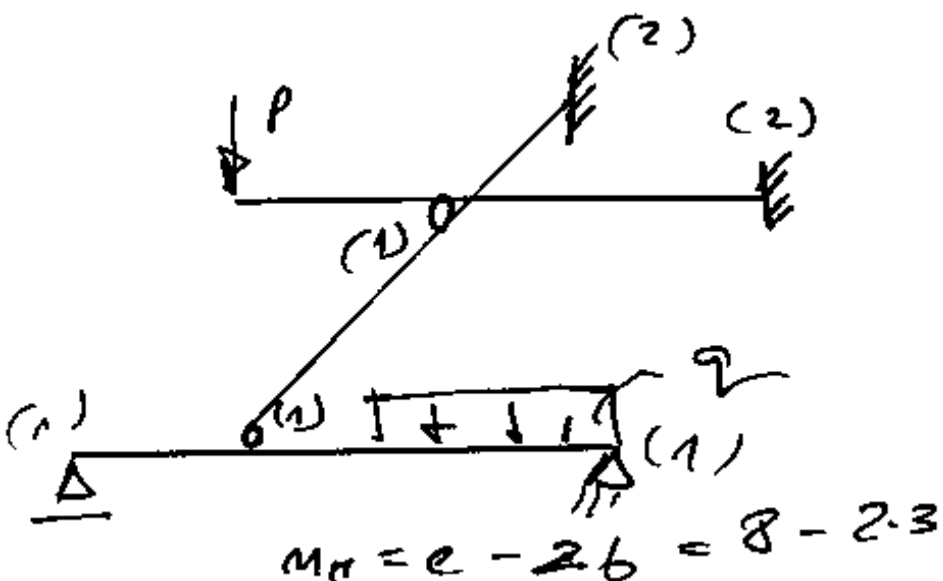


5. Wykonujemy wykresy M i V dla wszystkich belek

**Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił****5. Ruszty belkowe**

□ Wyznaczenie sił przekrojowych w ruszcie belkowym SN za pomocą Metody Sił:

1. Ustalenie SSN (czy układ jest SW czy SN),
2. Przyjęcie UP MS (SW i GN) i zaznaczenie niewiadomych sił hiperstatycznych,



W układach SN (np. dla $n_H=2$) rozcinamy więź przegubową ($M=0$; tylko V) i zastępujemy ją niewiadomymi siłami hiperstatycznymi X_1, X_2 .



Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

3. Zapisanie układu równań kanonicznych Metody Sił dla rusztu

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_1^F = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_2^F = 0$$

Współczynniki przy niewiadomych układu równań obliczymy ze wzoru (z uwzględnieniem więzi sprężystych - drugi człon, których w rozwiązywanym przykładzie brak)

$$\delta_{ij} = \int_s \frac{\bar{M}_y^i \bar{M}_y^j}{EI_y} ds + \sum_n \frac{\bar{R}_n^i \bar{R}_n^j}{k_n}$$

wyrazy wolne od obciążeń siłami ze wzoru

$$\Delta_i^F = \int_s \frac{\bar{M}_y^i M_y^F}{EI_y} ds + \sum_n \frac{\bar{R}_n^i R_n^F}{k_n}$$

gdzie \bar{M}_y^i , M_y^F są momentami zginającymi w układzie podstawowym wywołanymi odpowiednio siłami hiperstatycznymi $X_i = 1$ oraz obciążeniem danym, \bar{R}_n^i , R_n^F są siłami w n -tej więzi sprężystej wywołanymi odpowiednio siłami hiperstatycznymi $X_i = 1$ oraz obciążeniem danym, k_n jest sztywnością n -tej więzi sprężystej.



Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

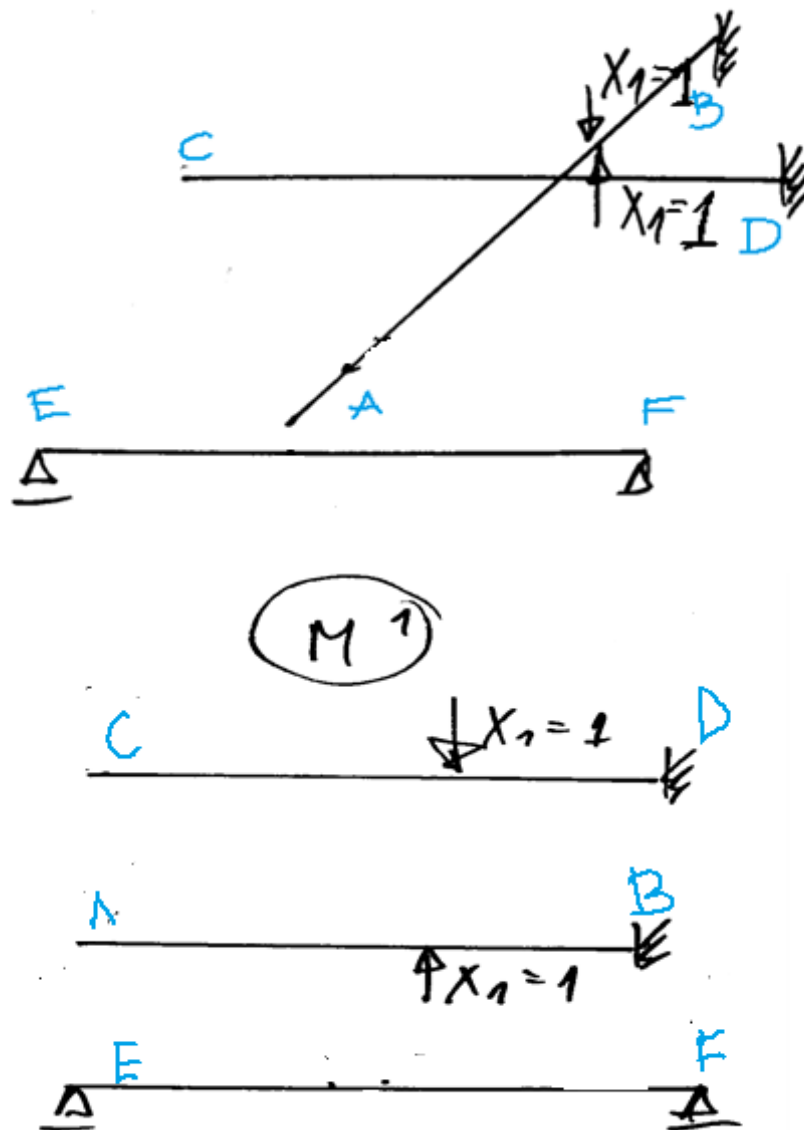
5. Ruszty belkowe

4. Rozwiązanie układu podstawowego od wpływu sił hiperstatycznych $X_1=1[.]$ (obciążenie jednostkowe $X_1=1[.]$)

Wnioski: Mamy trzy rozdzielone belki które rozwiązujemy osobno:

- ❖ Belka I rzędu EF,
- ❖ Belka II rzędu AB,
- ❖ Belka III rzędu CD.

Rozwiązujemy je niezależnie od siebie.





Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

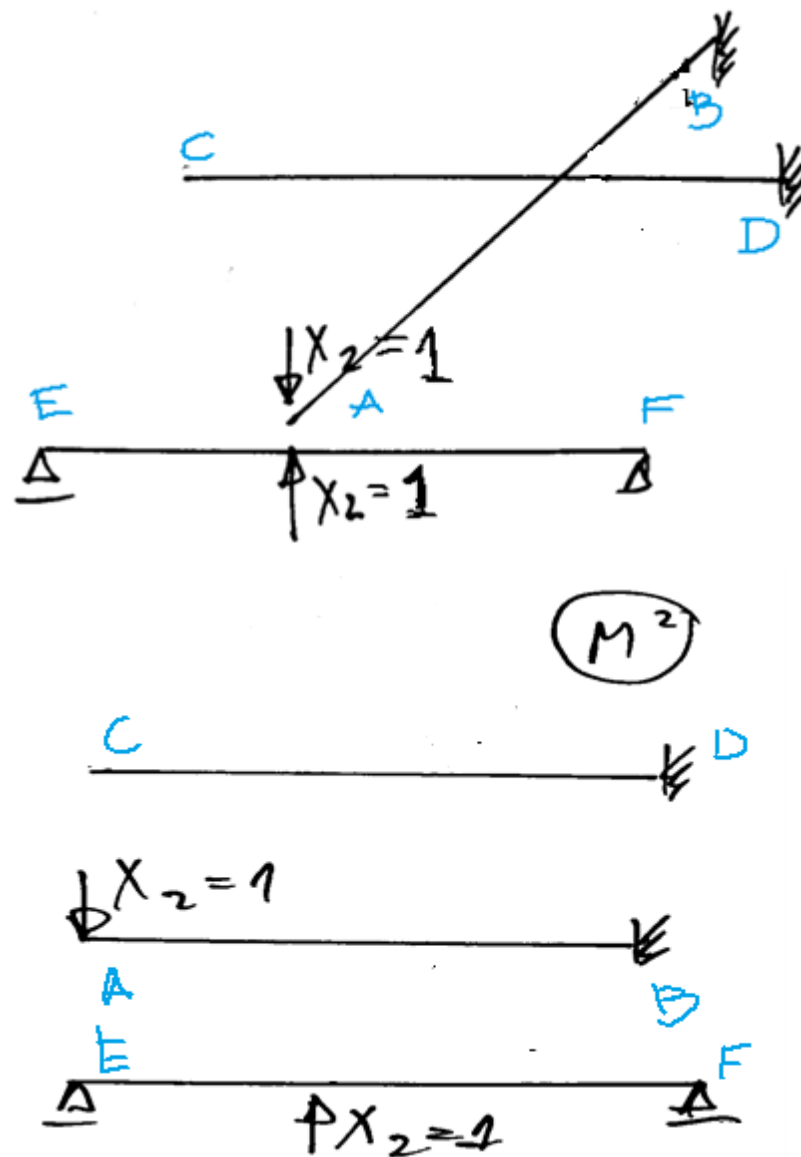
5. Ruszty belkowe

5. Rozwiązanie układu podstawowego od wpływu sił hiperstatycznych $X_2=1[.]$ (obciążenie jednostkowe $X_2=1$)

Wnioski: Mamy trzy rozdzielone belki które rozwiązujemy osobno:

- ❖ Belka I rzędu EF,
- ❖ Belka II rzędu AB,
- ❖ Belka III rzędu CD.

Rozwiązujemy je niezależnie od siebie.





Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Ruszty belkowe

6. Rozwiązanie układu podstawowego od wpływu obciążeń danych (obciążenie zadane)

Wnioski: Mamy trzy rozdzielone belki które rozwiązujemy osobno:

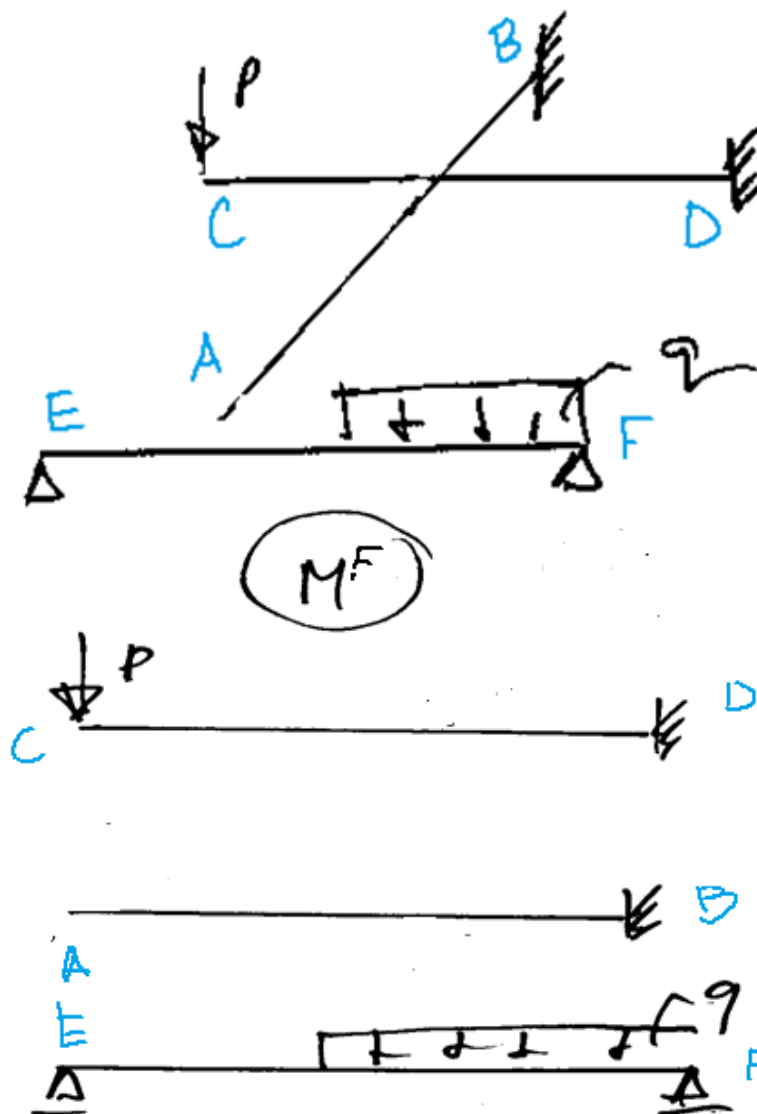
- ❖ Belka I rzędu EF,
- ❖ Belka II rzędu AB,
- ❖ Belka III rzędu CD.

Rozwiązujemy je niezależnie od siebie.

7. Rozw. ukł. rów. MS i wyzn. sił hiperst. X_1 i X_2 ,

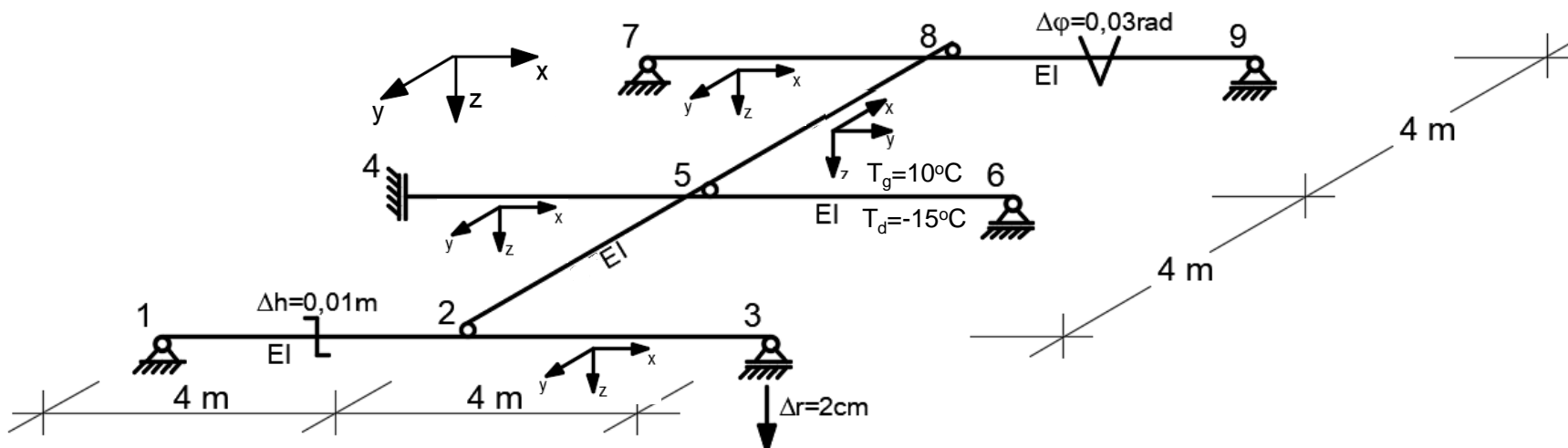
8. Wyznaczenie sił przekrojowych M i V ,

9. Sprawdzenie poprawności rozwiązania.

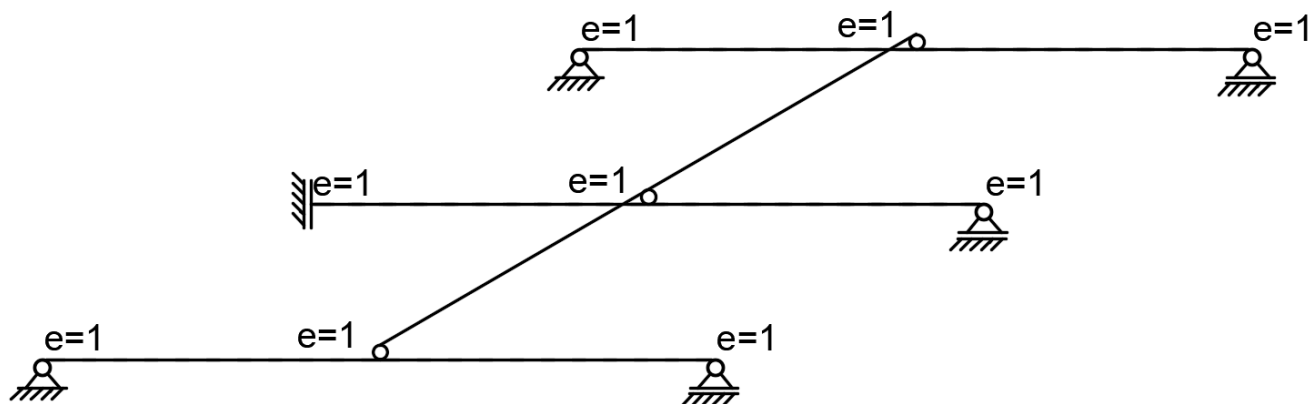


**Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił****5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu**

Stosując metodę sił obliczyć przemieszczenie w pionowe w połowie przęsła 2-5 stosując najefektywniejsze podejście



1. Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności i dobranie układu podstawowego metody sił



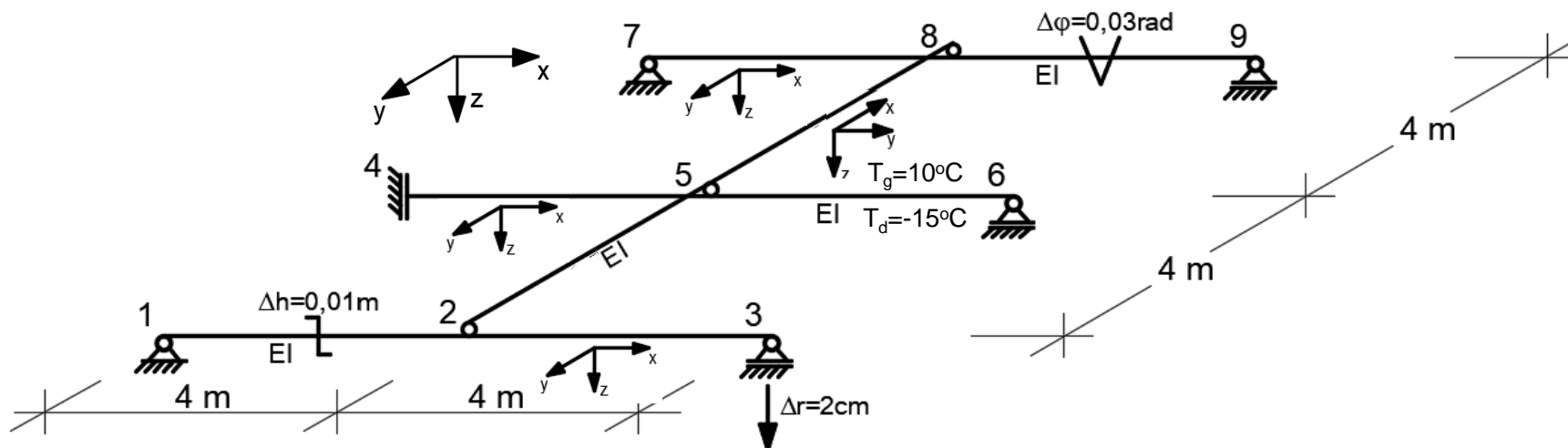
$$n_h = e - 2 \cdot l_b = 9 - 2 \cdot 2 = 1$$



Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu

Stosując metodę sił obliczyć przemieszczenie w pionowe w połowie przęsła 2-5 stosując najefektywniejsze podejście



$$\Delta_i^{\mathcal{T}+\Delta} = \sum_{mx} Mx_{mx}^i \cdot \Delta \varphi x_{mx}^{\Delta} + \sum_{my} My_{my}^i \cdot \Delta \varphi y_{my}^{\Delta} + \sum_{mz} Mz_{mz}^i \cdot \Delta \varphi z_{mz}^{\Delta} + \sum_n N_n^i \cdot \Delta L_n^{\Delta} + \sum_{vy} Vy_{vy}^i \cdot \Delta h_{vy}^{\Delta} + \sum_{vz} Vz_{vz}^i \cdot \Delta h_{vz}^{\Delta} - \sum_r R_r^i \cdot \Delta_r +$$

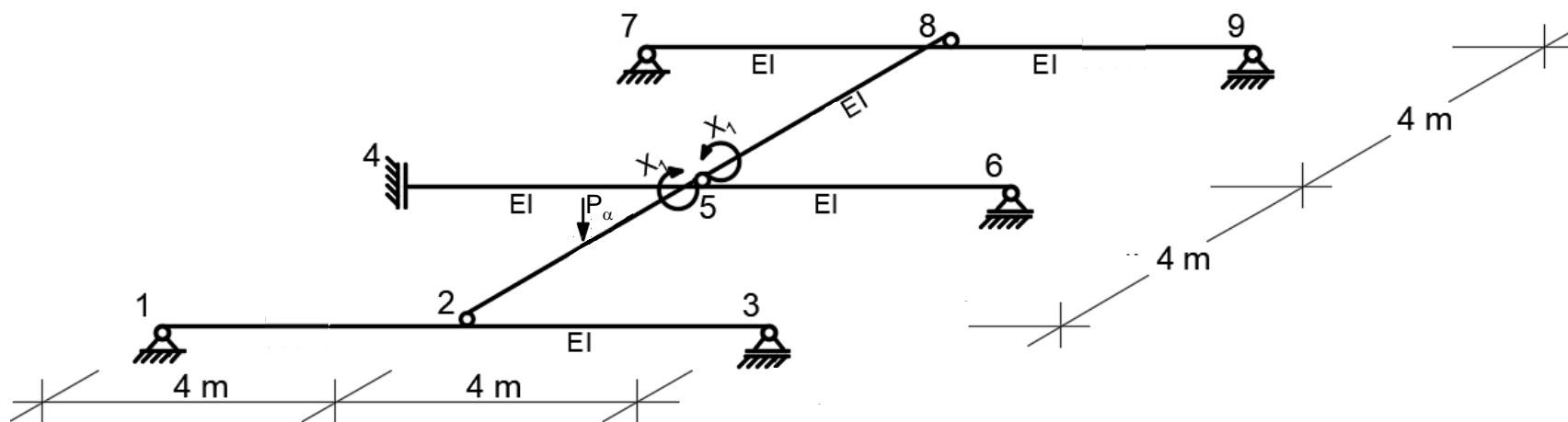
$$+ \int My^i \cdot \Delta d\varphi y^T + \int Mz^i \cdot \Delta d\varphi z^T + \int N^i \cdot \Delta dL^T$$



Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu

2. Dobranie układu podstawowego metody sił



Postać ogólna układu równań metody sił:

$$\delta_{ij} = \int \frac{\bar{M}^i \cdot \bar{M}^j}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \cdot \bar{S}_n^j}{k_n}$$

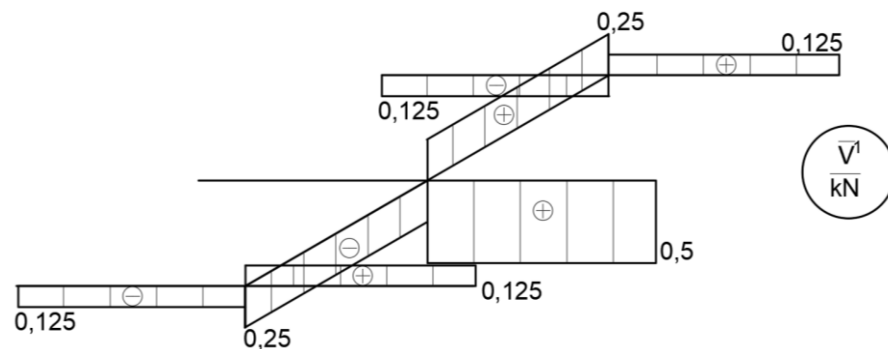
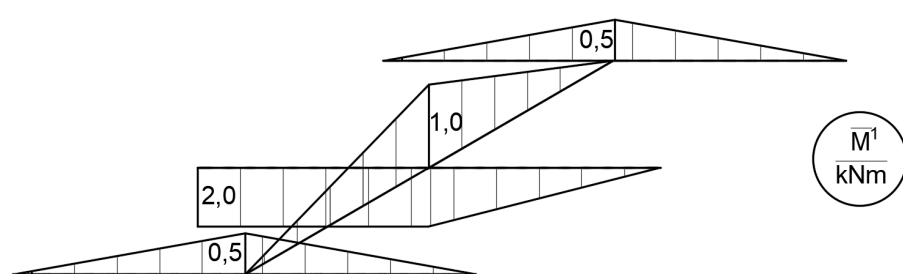
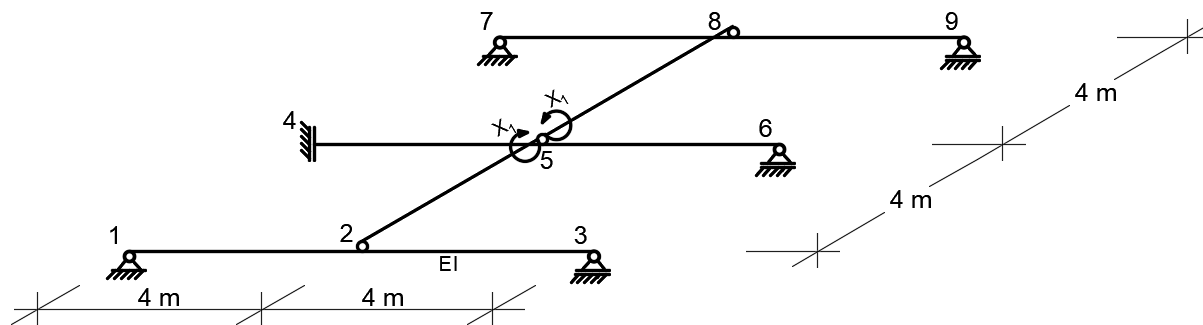
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1\alpha} = \Delta_{1rz}$$

przemieszczenie na kierunku i-tej więzi

nadliczbowej od jednostkowej j-tej niewiadomej
w układzie podstawowym,

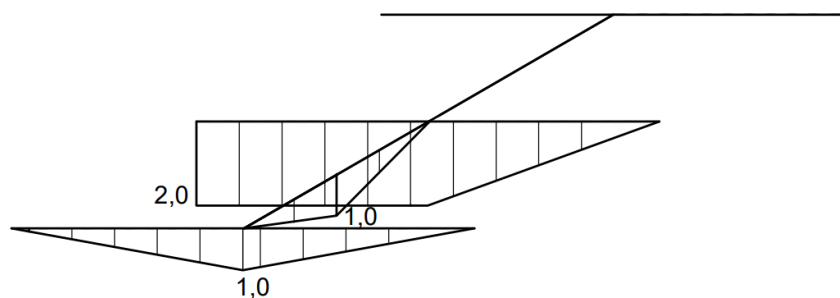
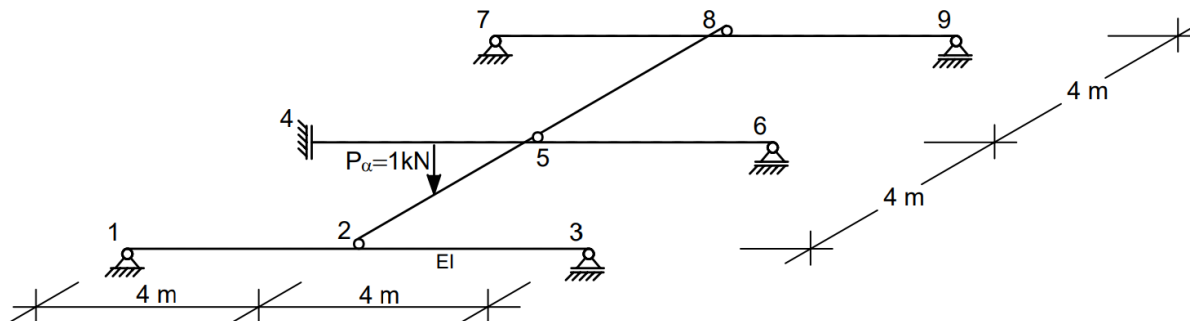
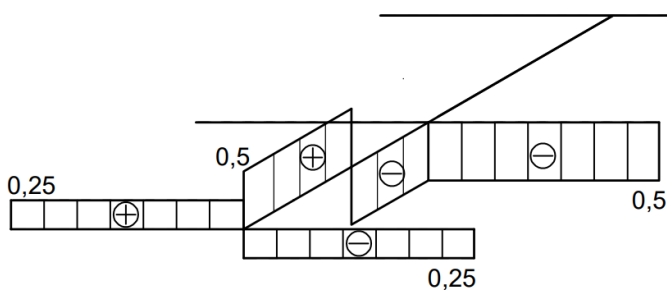
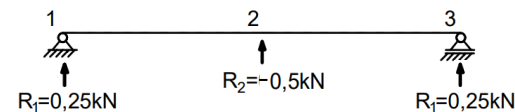
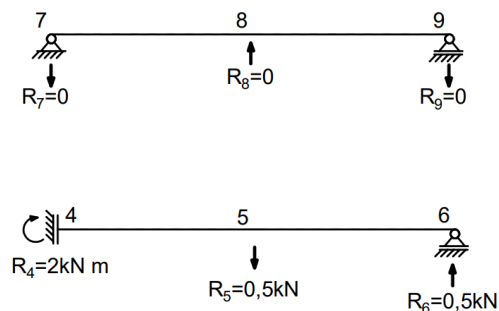
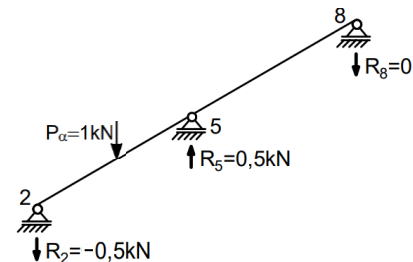
**Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił****5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu**

3. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego na kierunku przeciętej więzi



**Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił****5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu**

3. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia jednostkowego na kierunku szukanego przemieszczenia

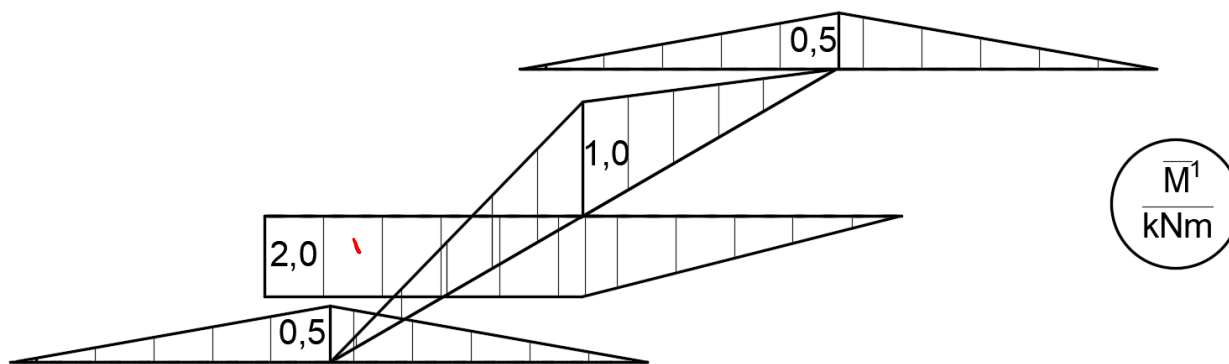
 $\frac{M^\alpha}{\text{kNm}}$  $\frac{V^\alpha}{\text{kN}}$ 



Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu

4. Obliczenie współczynnika i wyrazu wolnego równania metody sił



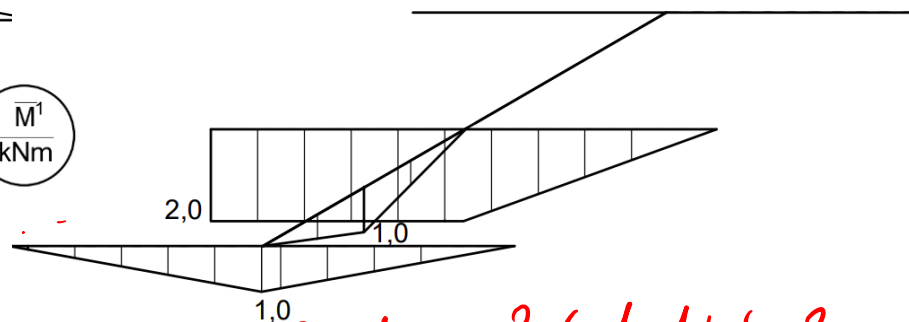
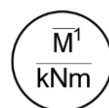
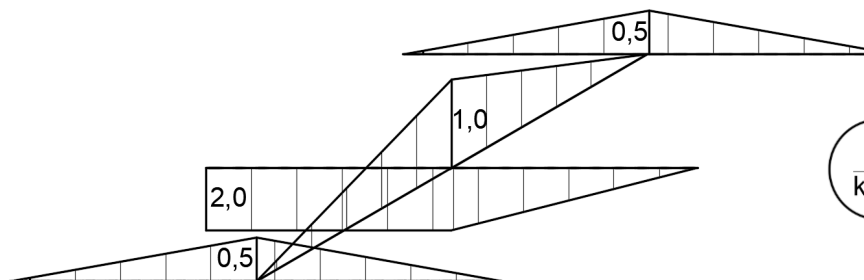
$$\delta_{11} = \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \right] \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{EJ} = 25, (3) \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{EJ}$$



Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu

4. Obliczenie współczynnika i wyrazu wolnego równania metody sił



$$\delta_{1\alpha} = \left(4 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{6} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 + 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + 0 \right) + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right) \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{EJ} = 19 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{EJ}$$

**Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił****5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu**

5. Szczegółowa postać równania metody sił i jej rozwiązanie

$$25,3(3) \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{EJ} X_1 + 19 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^3}{EJ} = 0$$

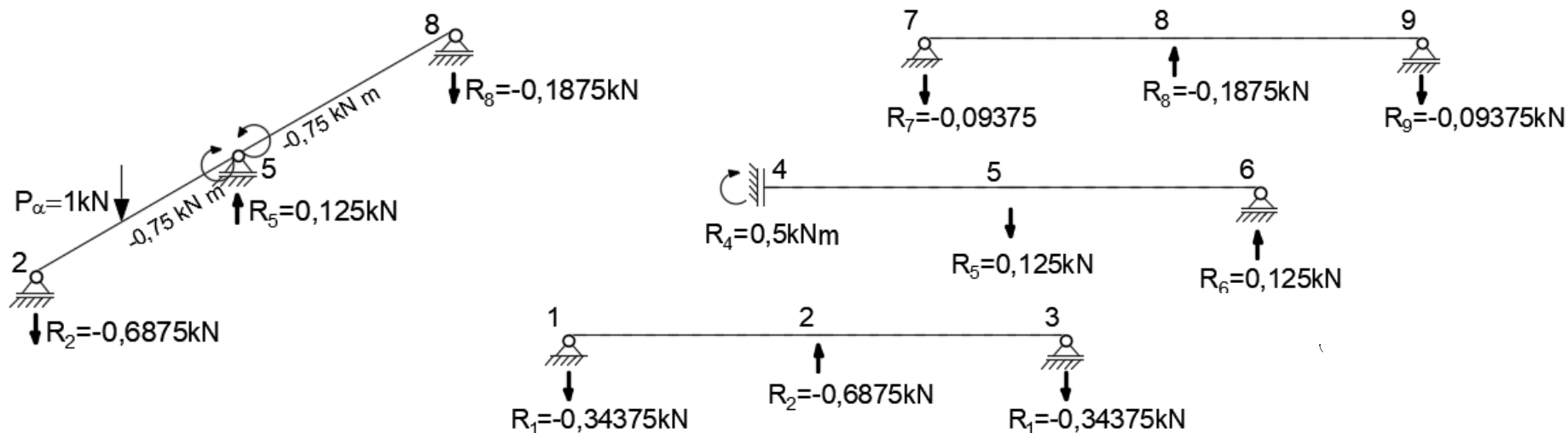
$$X_1 = -0,75$$

6. Sporządzenie wykresów sił przekrojowych



$0,3475 \quad -0,6875 \text{ kN} \quad 0,3475 \text{ kN}$

6. Sporządzenie wykresów sił przekrojowych

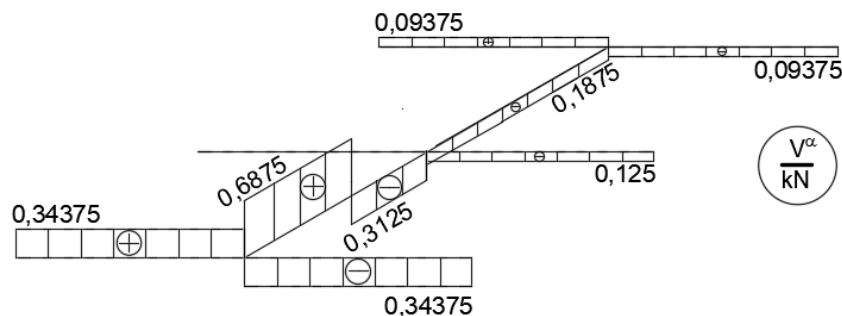
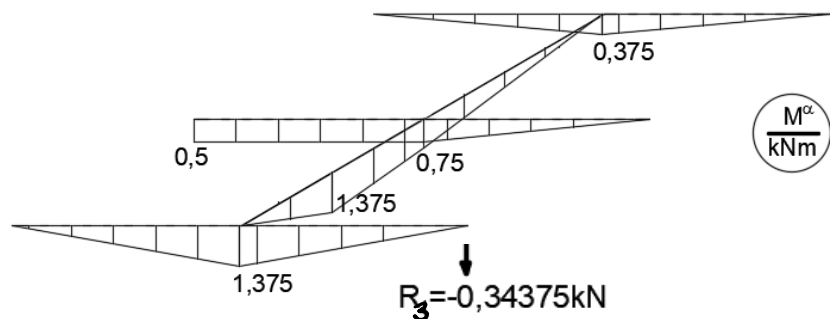




Przestrzenne układy prętowe. Metoda sił

5. Obliczenie przemieszczenia od błędów montażu

Sporządzenie wykresów

7. Obliczenie przemieszczenia (Przyjęto, że wysokość przekroju $h=0,2\text{m}$)

$$\Delta_d = M_{88}^{\alpha} \cdot \Delta\varphi + V_{12}^{\alpha} \cdot \Delta h - R_3^{\alpha} \cdot \Delta r + \alpha_T \cdot \frac{I_d - I_g}{I} \cdot \oint M_{26}^{\alpha} =$$

$$[0,375 \text{ kNm} \cdot (-0,03) \text{ rad} + 0,34375 \text{ kN} \cdot 0,01 \text{ m} -$$

$$(-0,34375) \text{ kN} \cdot 0,02 \text{ m} +$$

$$0,000012 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot \frac{-15^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C}}{0,12 \text{ m}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ kNm}] \frac{1}{\text{kN}} =$$

$$= 0,0024375 \text{ m}$$

