

RAMA PŁASKA HIPERSTATYCZNA SPORZĄDZENIE LINII WPŁYWU

Prezentację opracowała: dr inż. Olga Szyłko-Bigus

Przykład opracowała: dr inż. Róża Sieniawska

Przykład dostępny na stronie:

<https://eportal.pwr.edu.pl/course/view.php?id=6214>



HR EXCELLENCE IN RESEARCH



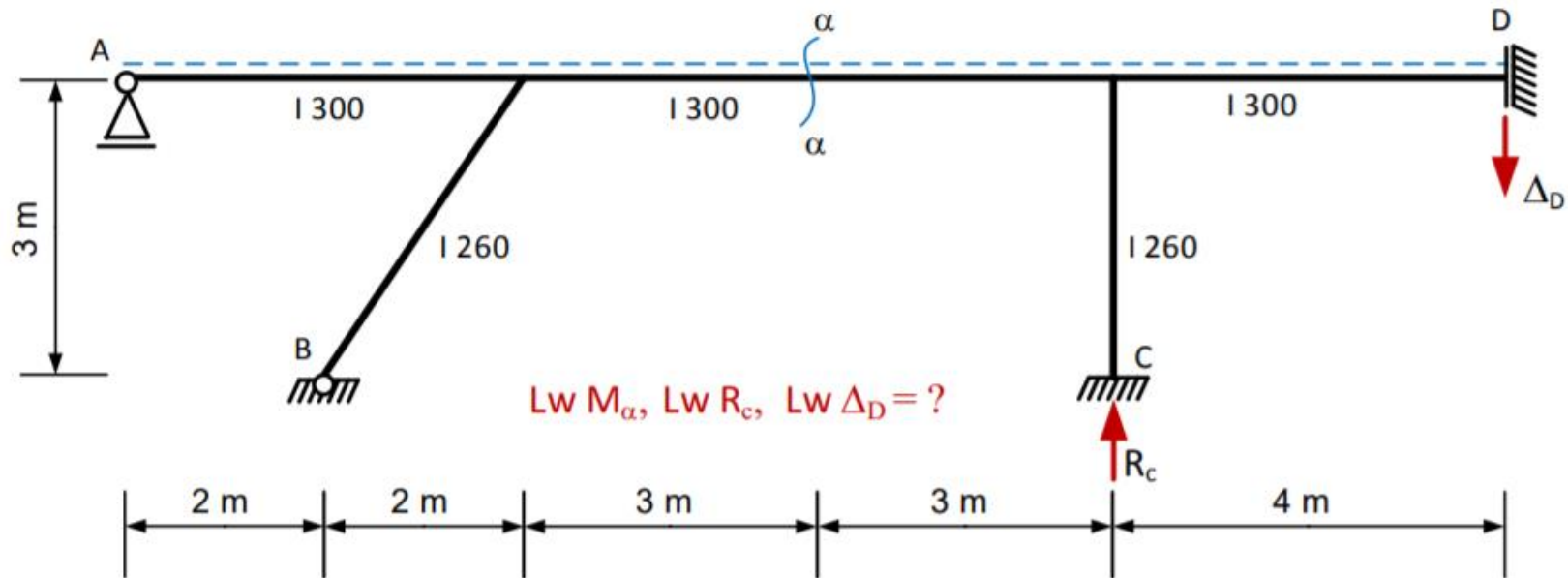
Politechnika Wroclawska

1. Dane i szukane

Dla ramy hiperstatycznej o schemacie jak na rysunku należy:

- Sprawdzić warunek ilościowy i jakościowy geometrycznej niezmienności układu.
- Sporządzić linie wpływu zaznaczonych 2 wielkości statycznych.
- Sporządzić linię wpływu zaznaczonej wielkości kinematycznej.

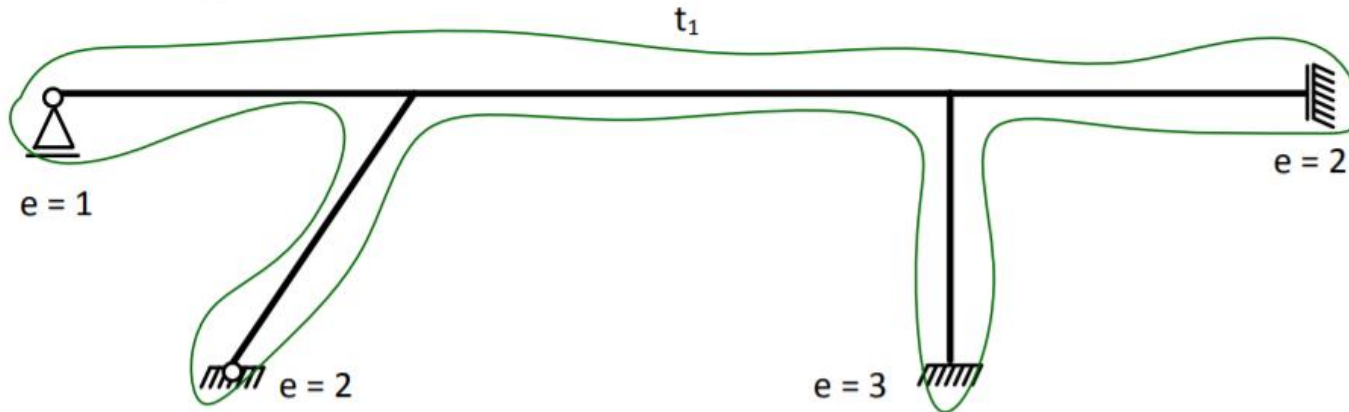
Obliczenia wykonać na komputerze.



Szukane: $Lw M_\alpha, Lw R_c, Lw \Delta_D = ?$

2. Sprawdzenie geometrycznej niezmienności układu

Szkic tarczy – więzi



$$t = 1, e = 1 + 2 + 3 + 2 = 8$$

Warunek ilościowy geometrycznej niezmienności: $e \geq 3 \cdot t$.

$8 > 3$, warunek spełniony.

Warunek jakościowy:

Układ składa się z jednej tarczy podpartej 8 więziami wśród których można wyróżnić 3 niezbieżne, wobec tego warunki geometrycznej niezmienności: ilościowy $e \geq 3 \cdot t$ i jakościowy - 3 niezbieżne więzi - są spełnione.

3. Definicja linii wpływu wielkości Z

Linia wpływu wielkości statycznej lub kinematycznej Z nazywamy wykres przedstawiający jak zmienia się wartość tej wielkości w zależności od położenia siły jednostkowej (pionowej) na ustalonym torze tej siły.

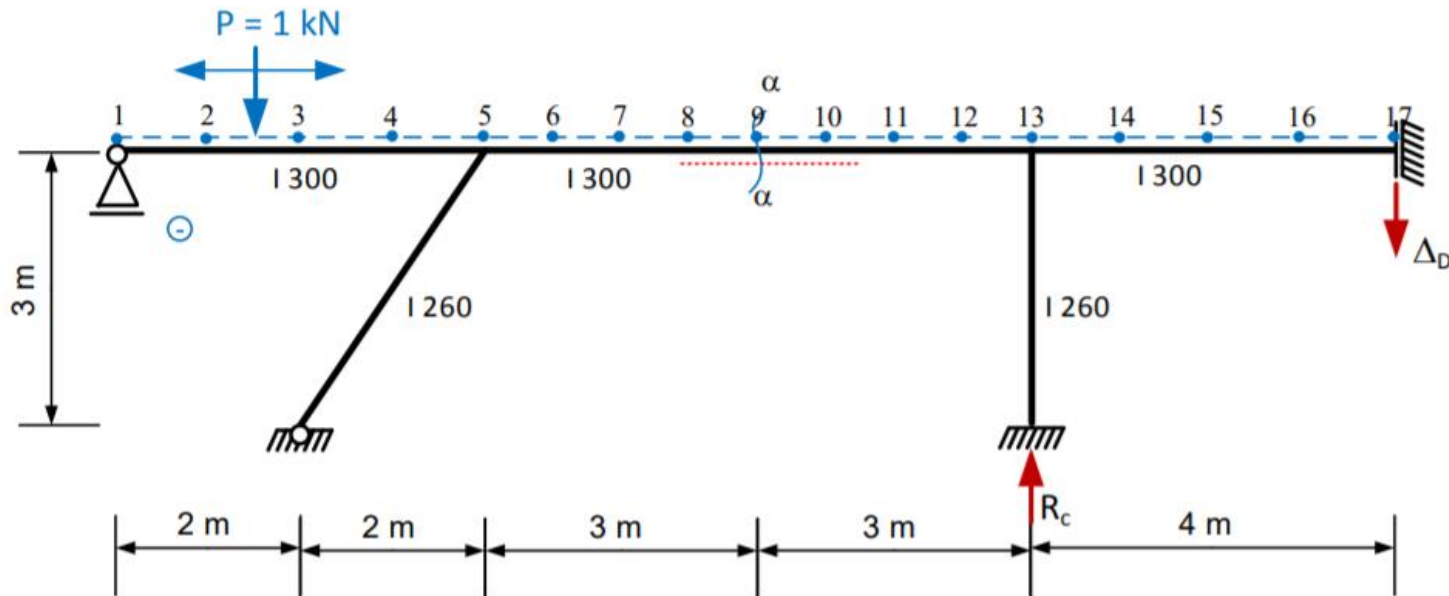
Wymiar rzędnych $L_w Z$: $[L_w Z] = [Z]/kN$

4. Metoda statyczna sporządzania linii wpływu wielkości Z

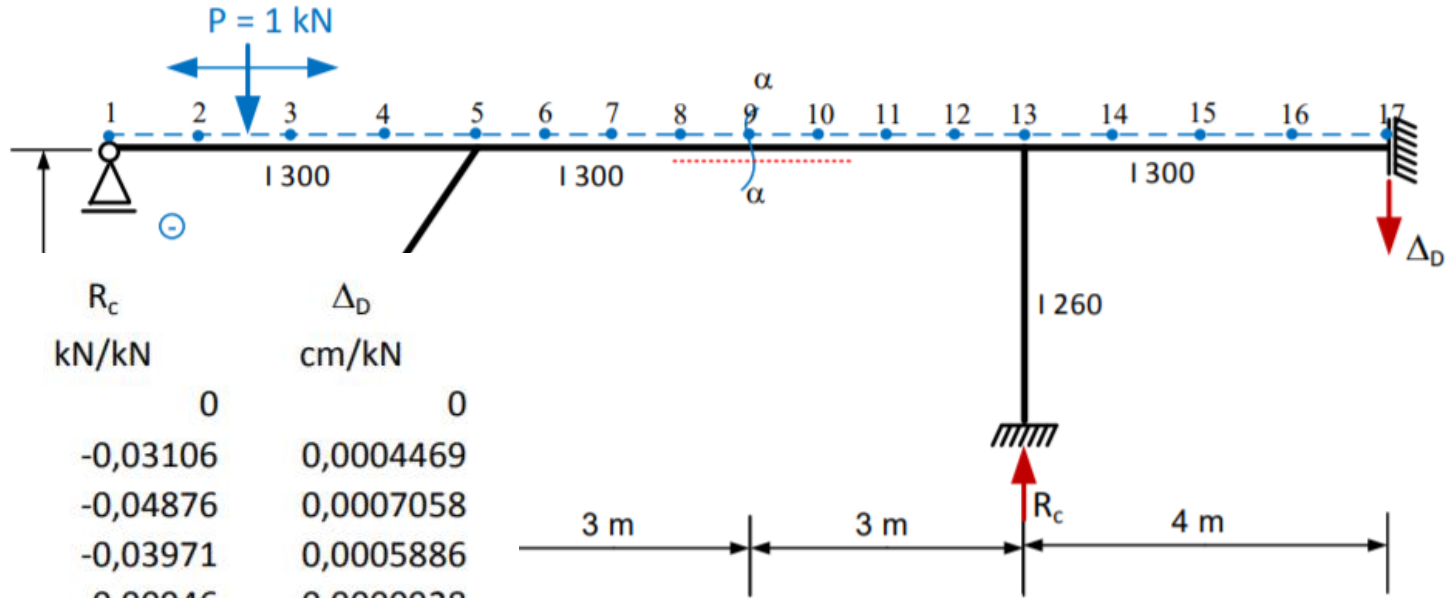
Metoda statyczna sporządzania linii wpływu wielkości statycznej lub kinematycznej wynika wprost z definicji. W układach statycznie niewyznaczalnych linia wpływu wielkości Z składa się z odcinków linii krzywej.

Tok postępowania:

- ustalamy punkty położenia siły jednostkowej na zadanym torze – po minimum 5 punktów na każdym odcinku pomiędzy podporami, słupami, do i od przekroju α – w analizowanym przykładzie 17 punktów,
- wprowadzamy zadaną ramę do programu Robot z 17 przypadkami obciążenia pionową siłą $P=1\text{ kN}$,
- odczytujemy wartości M_α , R_C i Δ_D dla każdego przypadku obciążenia i zestawiamy w tabelce,
- rysujemy linie wpływu (muszą być pod schematem konstrukcji).



4. Metoda statyczna sporządzania linii wpływu wielkości Z



poł. sity	M_α kN m/kN	R_c kN/kN	Δ_D cm/kN
1	0	0	0
2	-0,0506	-0,03106	0,0004469
3	-0,0788	-0,04876	0,0007058
4	-0,0677	-0,03971	0,0005886
5	0,0041	0,00946	-0,0000928
6	0,1232	0,08741	-0,0011565
7	0,3166	0,20265	-0,0025817
8	0,5837	0,34307	-0,0040285
9	0,9238	0,49654	-0,005157
10	0,5735	0,65093	-0,005627
11	0,3201	0,79413	-0,0050988
12	0,1249	0,913996	-0,0032323
13	0	1	0
14	-0,1026	1,071517	0,0096166
15	-0,1803	1,123731	0,0222908
16	-0,2198	1,155059	0,0334659
17	-0,2344	1,165502	0,0382729

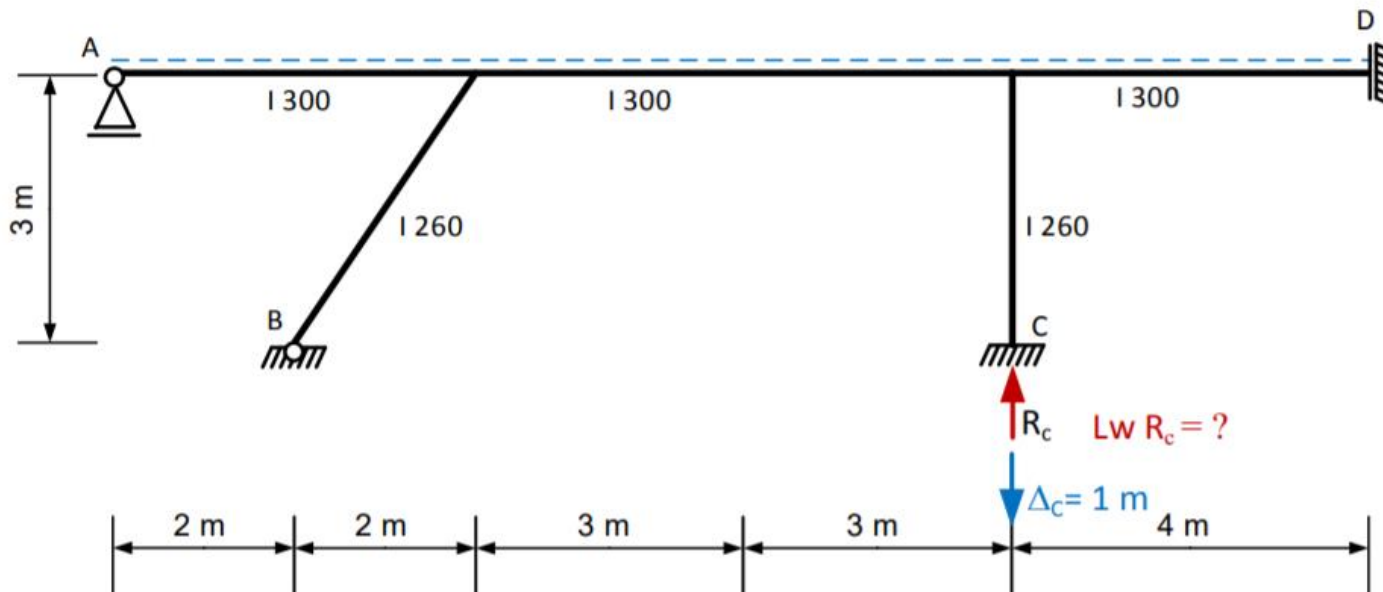


5. Metoda kinematyczna sporządzania linii wpływu wielkości Z

Metoda kinematyczna sporządzania linii wpływu wielkości statycznej wynika z twierdzenia o wzajemności przemieszczeń i reakcji (twierdzenie Rayleigha, $\delta_{ij} = -r_{ji}$) a przy sporządzaniu linii wpływu wielkości kinematycznej z twierdzenia o wzajemności przemieszczeń ($\delta_{ij} = \delta_{ji}$).

Tok postępowania przy sporządzaniu wielkości statycznej – w przykładzie Lw R_c :

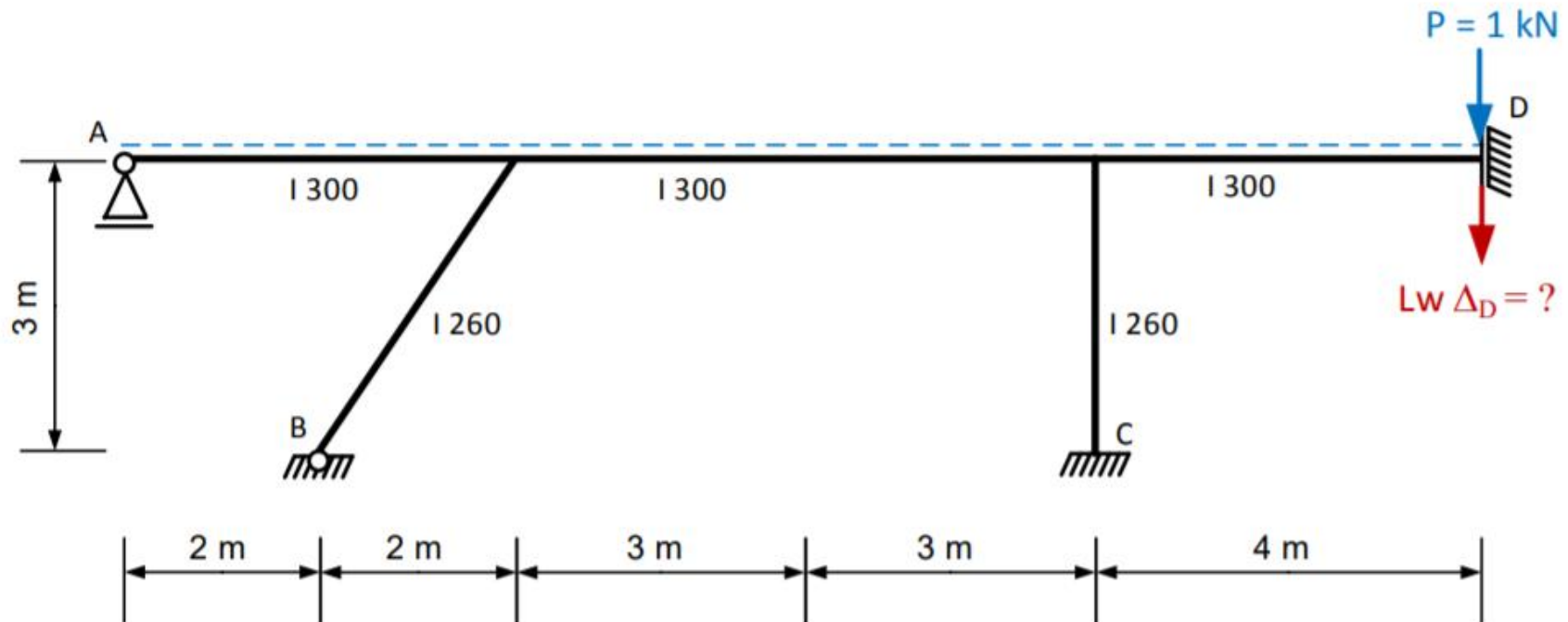
- wprowadzamy ramę do programu ROBOT,
- obciążamy przemieszczeniem jednostkowym o zwrocie przeciwnym w miejscu i kierunku danej wielkości statycznej (pionowe przemieszczenie podpory C, $\Delta_C = -1$ m),
- odczytujemy wartości składowych pionowych przemieszczenia punktów toru przyłożenia siły jednostkowej (wykres deformacji ma kształt linii wpływu reakcji R_c , **znaki zależą od układu współrzędnych**)



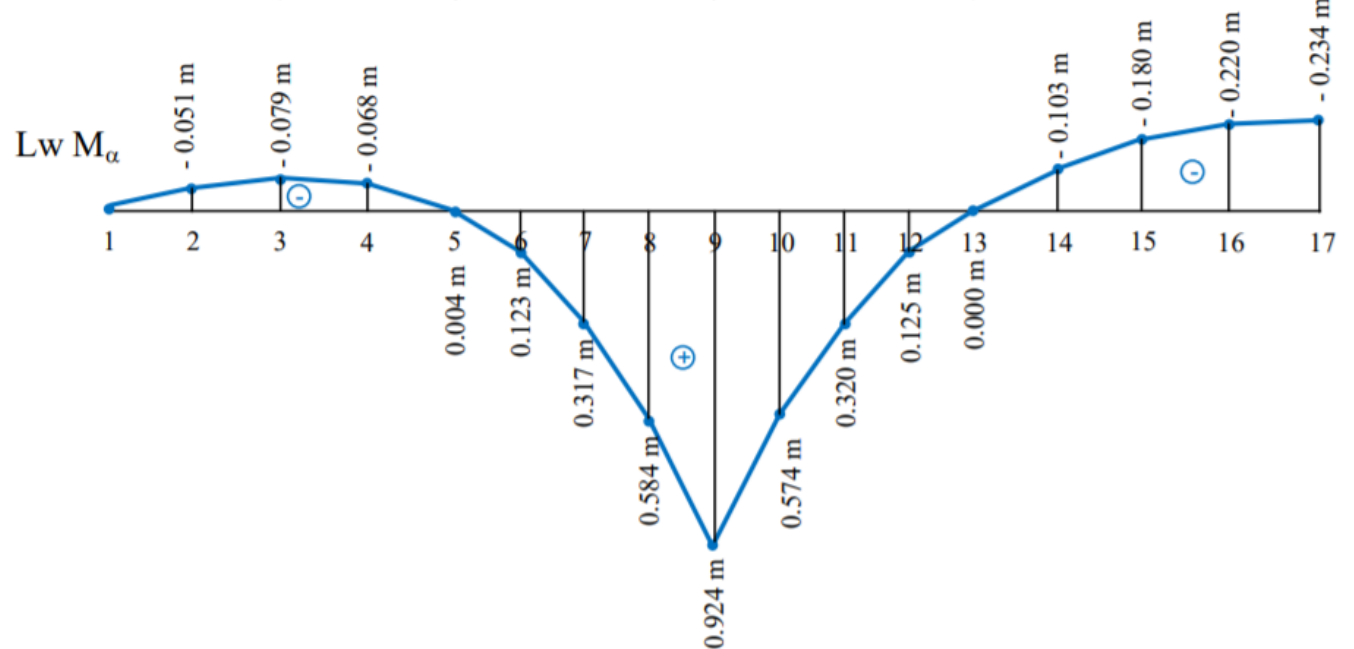
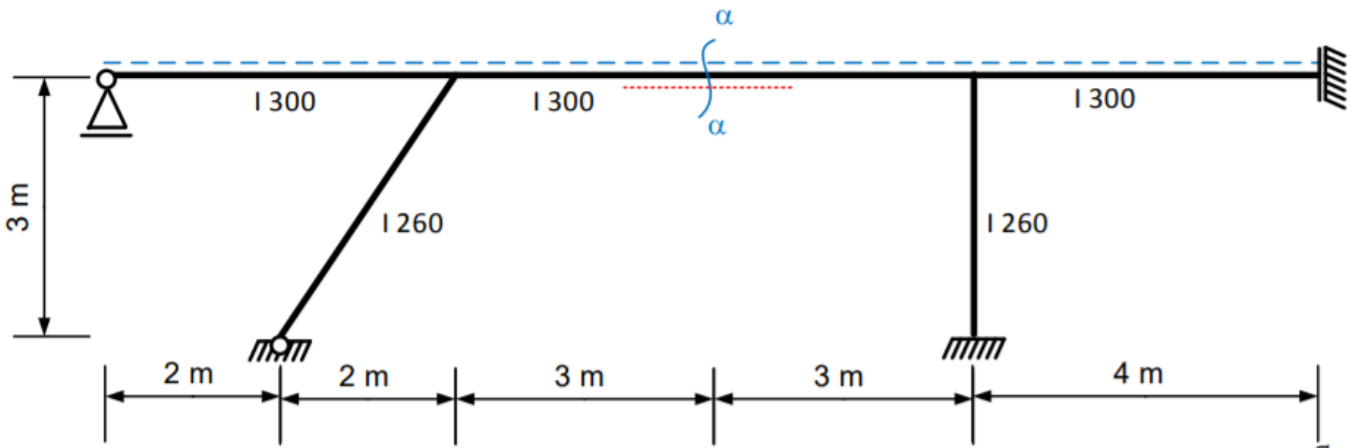
5. Metoda kinematyczna sporządzania linii wpływu wielkości Z

Tok postępowania przy sporządzaniu wielkości kinematycznej – w przykładzie $LW \Delta_D$:

- wprowadzamy ramę do programu ROBOT,
- obciążamy siłą jednostkową w miejscu i kierunku danej wielkości kinematycznej (siła $P = 1 \text{ kN}$ w punkcie D),
- odczytujemy wartości składowych pionowych przemieszczenia punktów toru przyłożenia siły jednostkowej (wykres deformacji ma kształt linii wpływu przemieszczenia Δ_D , **znaki zależą od układu współrzędnych**)

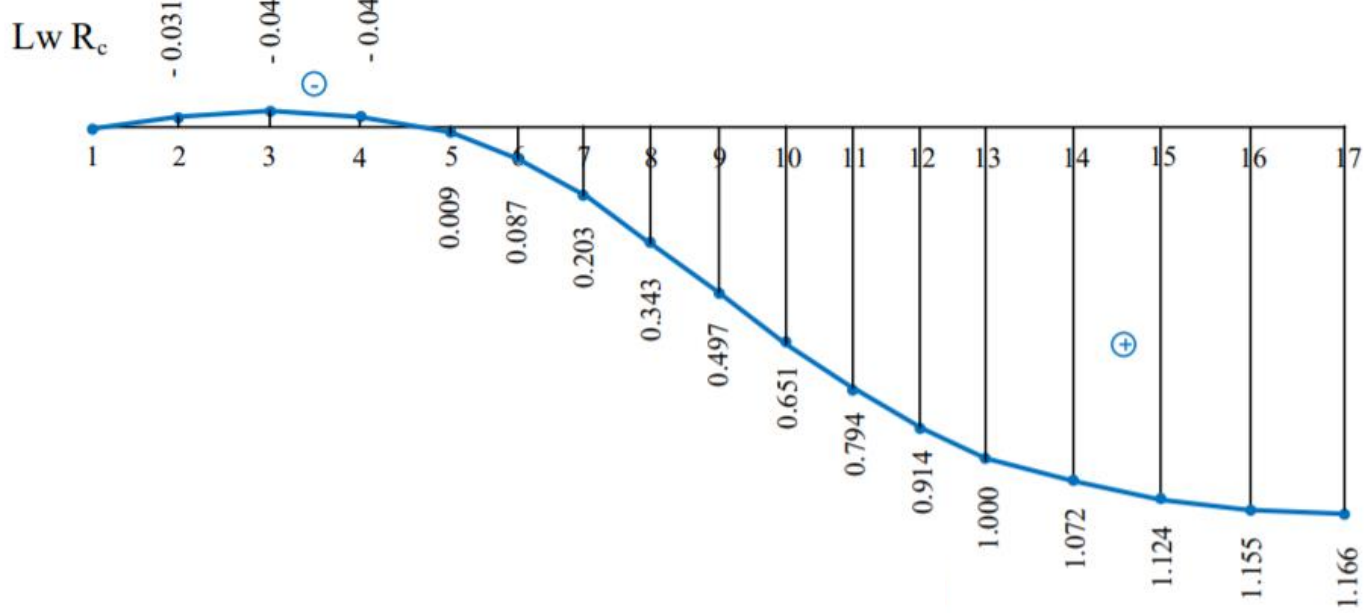
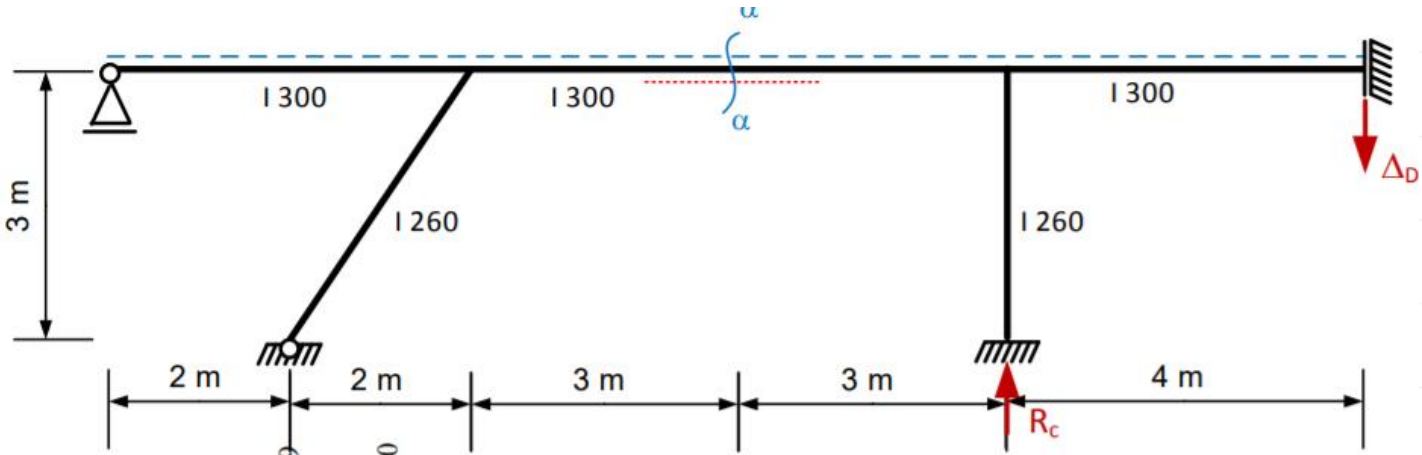


6. Linie wpływu



poł. siły	M_α kN m/kN
1	0
2	-0,0506
3	-0,0788
4	-0,0677
5	0,0041
6	0,1232
7	0,3166
8	0,5837
9	0,9238
10	0,5735
11	0,3201
12	0,1249
13	0
14	-0,1026
15	-0,1803
16	-0,2198
17	-0,2344

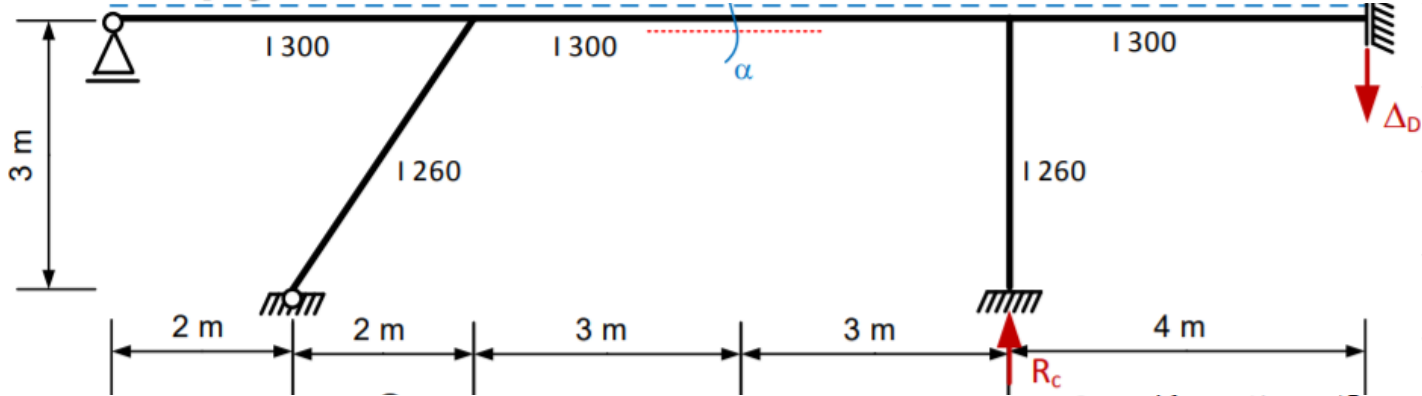
6. Linie wpływu



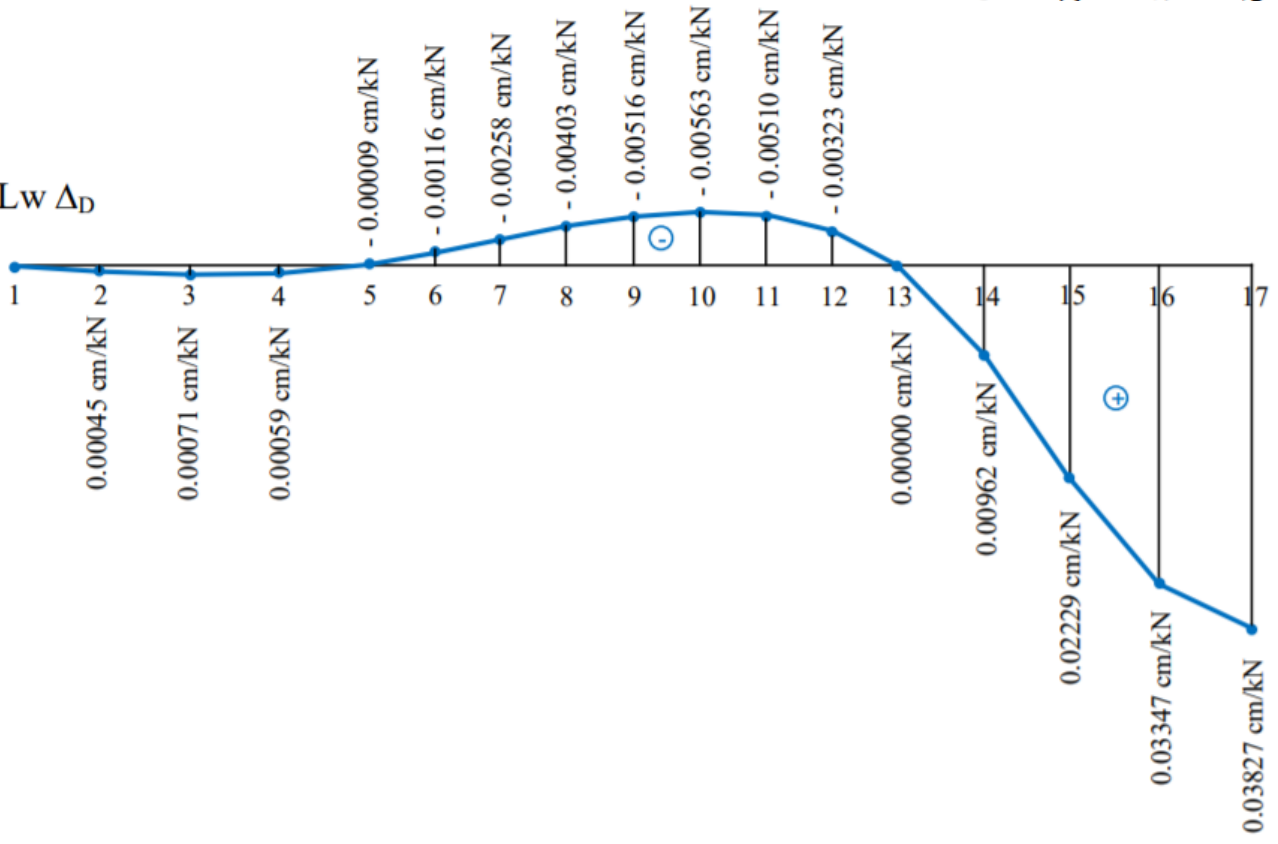
pot. sity	R_c kN/kN
1	0
2	-0,03106
3	-0,04876
4	-0,03971
5	0,00946
6	0,08741
7	0,20265
8	0,34307
9	0,49654
10	0,65093
11	0,79413
12	0,913996
13	1
14	1,071517
15	1,123731
16	1,155059
17	1,165502



6. Linie wpływu



$Lw \Delta_D$

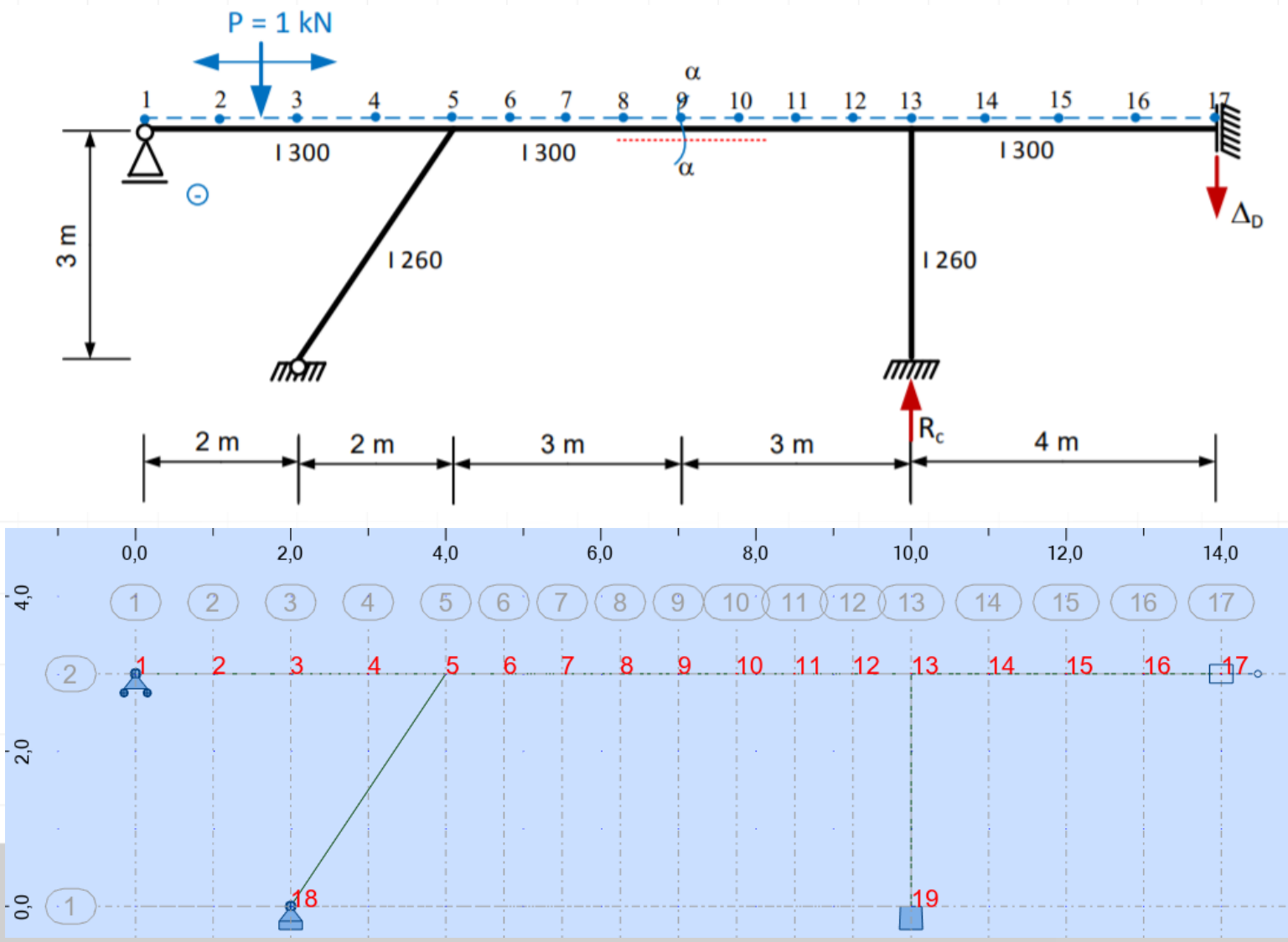


pot. sity	Δ_D cm/kN
1	0
2	0,0004469
3	0,0007058
4	0,0005886
5	-0,0000928
6	-0,0011565
7	-0,0025817
8	-0,0040285
9	-0,005157
10	-0,005627
11	-0,0050988
12	-0,0032323
13	0
14	0,0096166
15	0,0222908
16	0,0334659
17	0,0382729



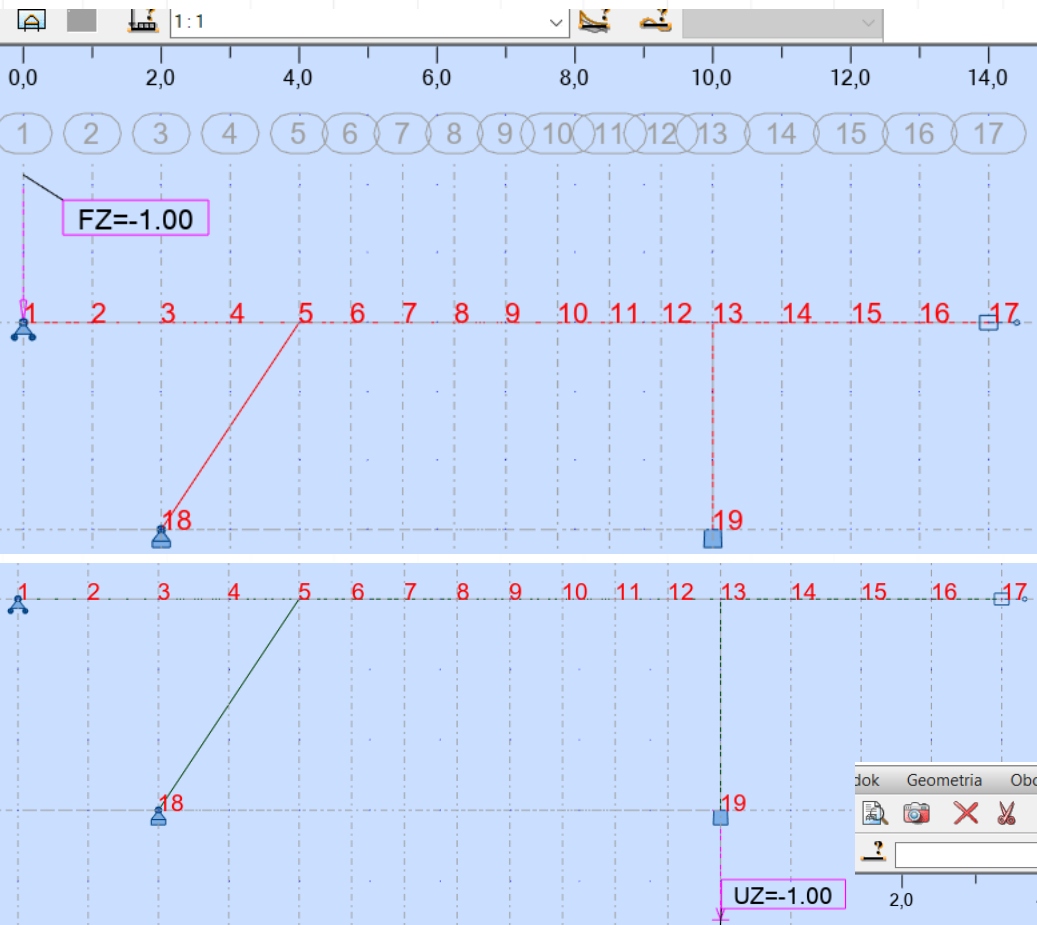
UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD RZECZYWISTY

Numeracja węzłów



UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD RZECZYWISTY

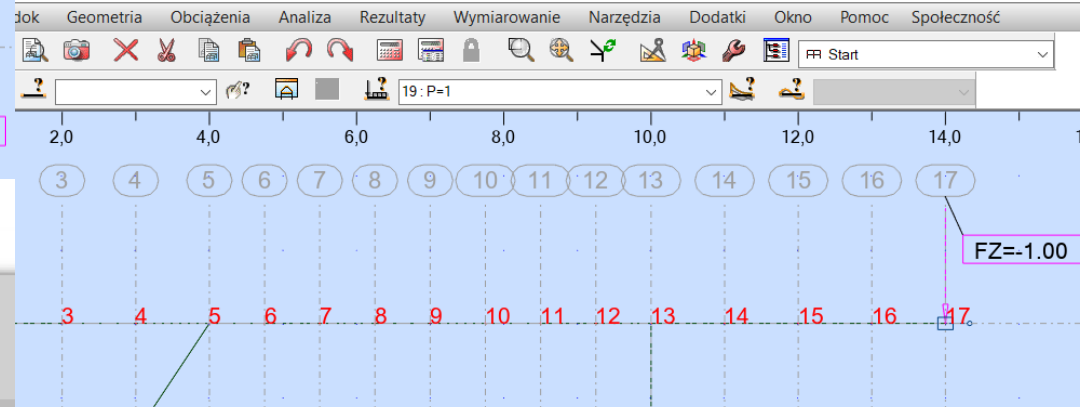
Przypadki obciążenia



Autodesk Robot Structural Analysis

Plik Edycja Widok Geometria Obciążenia Analiza

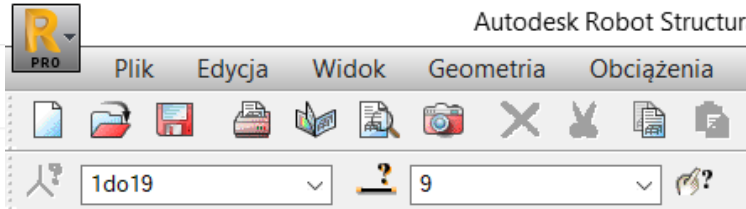
Przypadek	Typ obciążenia	Lista		
1:1	siła węzłowa	1	FX=0,0	FZ=-1,000
2:2	siła węzłowa	2	FX=0,0	FZ=-1,000
3:3	siła węzłowa	3	FX=0,0	FZ=-1,000
4:4	siła węzłowa	4	FX=0,0	FZ=-1,000
5:5	siła węzłowa	5	FX=0,0	FZ=-1,000
6:6	siła węzłowa	6	FX=0,0	FZ=-1,000
7:7	siła węzłowa	7	FX=0,0	FZ=-1,000
8:8	siła węzłowa	8	FX=0,0	FZ=-1,000
9:9	siła węzłowa	9	FX=0,0	FZ=-1,000
10:10	siła węzłowa	10	FX=0,0	FZ=-1,000
11:11	siła węzłowa	11	FX=0,0	FZ=-1,000
12:12	siła węzłowa	12	FX=0,0	FZ=-1,000
13:13	siła węzłowa	13	FX=0,0	FZ=-1,000
14:14	siła węzłowa	14	FX=0,0	FZ=-1,000
15:15	siła węzłowa	15	FX=0,0	FZ=-1,000
16:16	siła węzłowa	16	FX=0,0	FZ=-1,000
17:17	siła węzłowa	17	FX=0,0	FZ=-1,000
18:Rc	przemieszczenie wym.	19	UX=0,0	UZ=-100,0
19:P=1	siła węzłowa	17	FX=0,0	FZ=-1,000



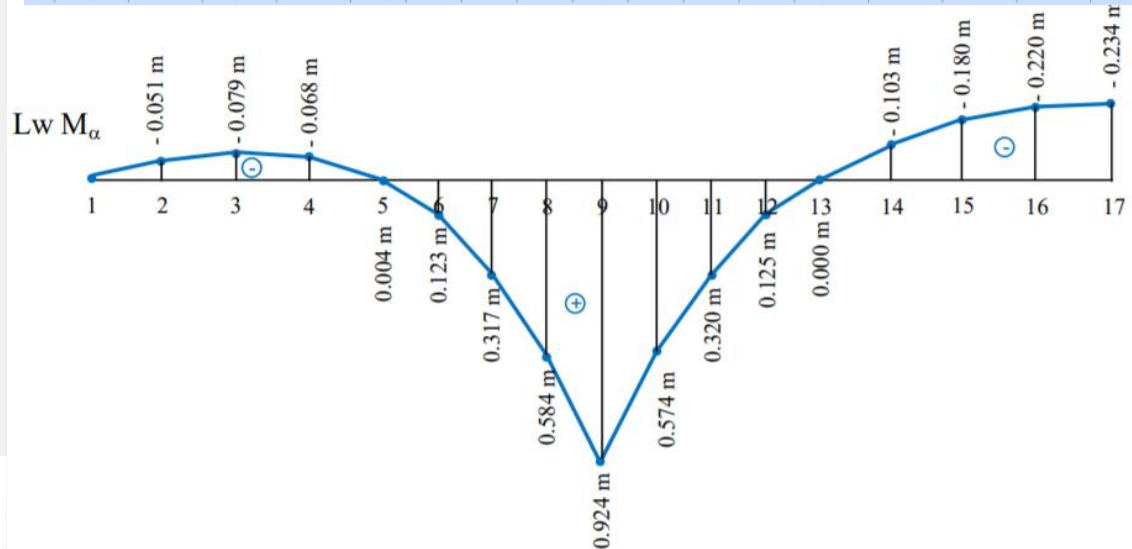
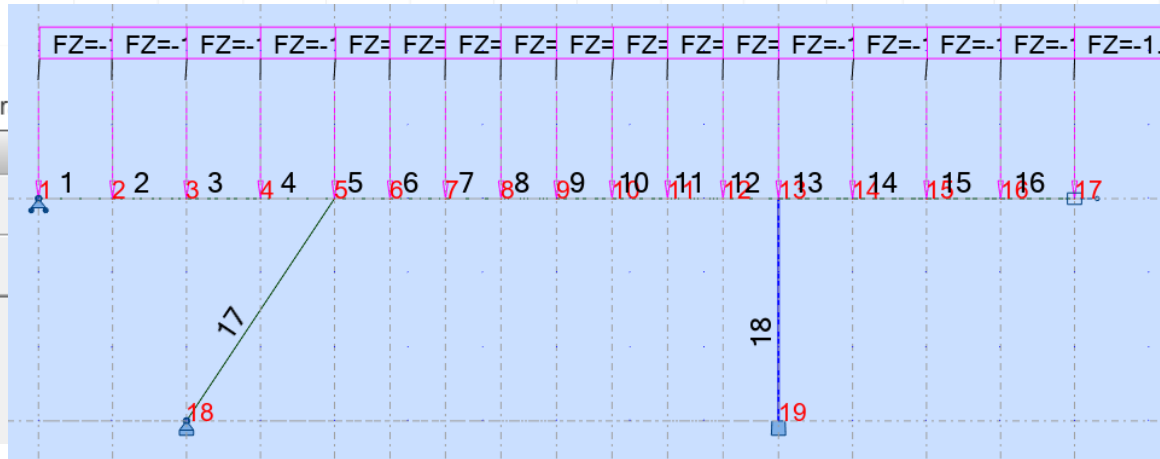
UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD RZECZYWISTY

Rezultaty

LWM_α sposobem statycznym



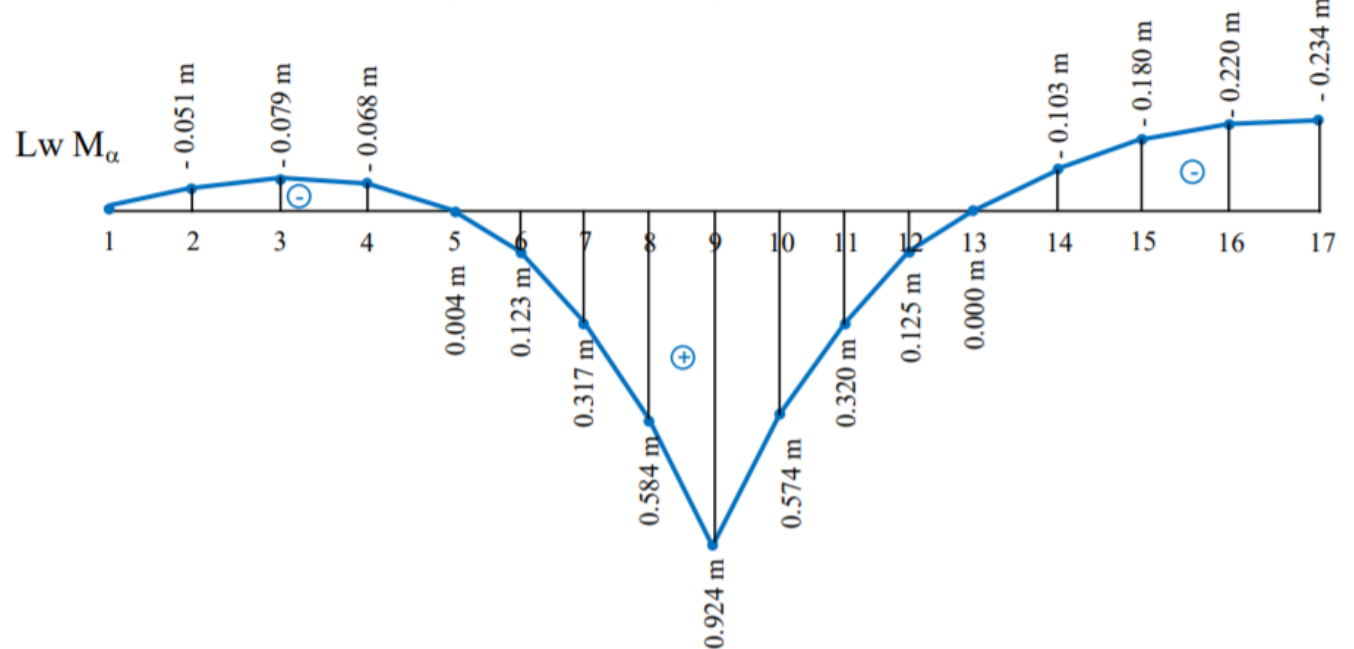
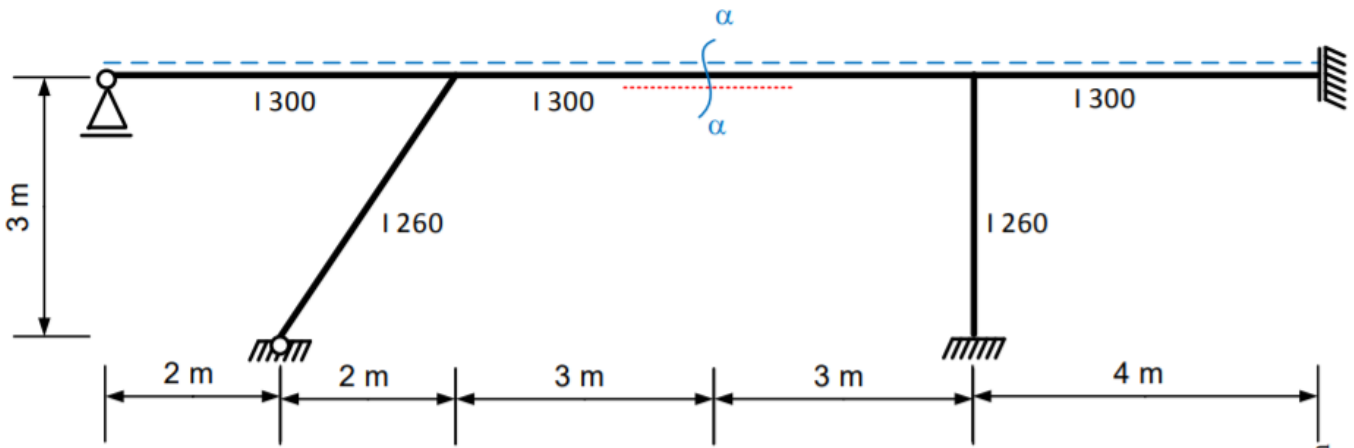
Pręt/Węzeł/Przypadek	FX (kN)	FZ (kN)	MY (kNm)
9/ 9/ 1	0,0	0,0	0,0
9/ 9/ 2	0,1897	0,0311	-0,0495
9/ 9/ 3	0,3687	0,0487	-0,0788
9/ 9/ 4	0,5265	0,0397	-0,0677
9/ 9/ 5	0,6525	-0,0095	0,0041
9/ 9/ 6	0,6927	-0,0874	0,1232
9/ 9/ 7	0,6649	-0,2027	0,3166
9/ 9/ 8	0,5857	-0,3431	0,5837
9/ 9/ 9	0,4717	-0,4965	0,9238
9/ 9/ 10	0,3397	0,3491	0,5862
9/ 9/ 11	0,2064	0,2059	0,3201
9/ 9/ 12	0,0883	0,0860	0,1249
9/ 9/ 13	0,0022	0,0016	-0,0001
9/ 9/ 14	-0,0731	-0,0715	-0,1052
9/ 9/ 15	-0,1269	-0,1237	-0,1803
9/ 9/ 16	-0,1592	-0,1551	-0,2254
9/ 9/ 17	-0,1700	-0,1655	-0,2404



Wartości / Obwiednia / Ekstrema globalne / Info

Widok / Obciążenia / Siły

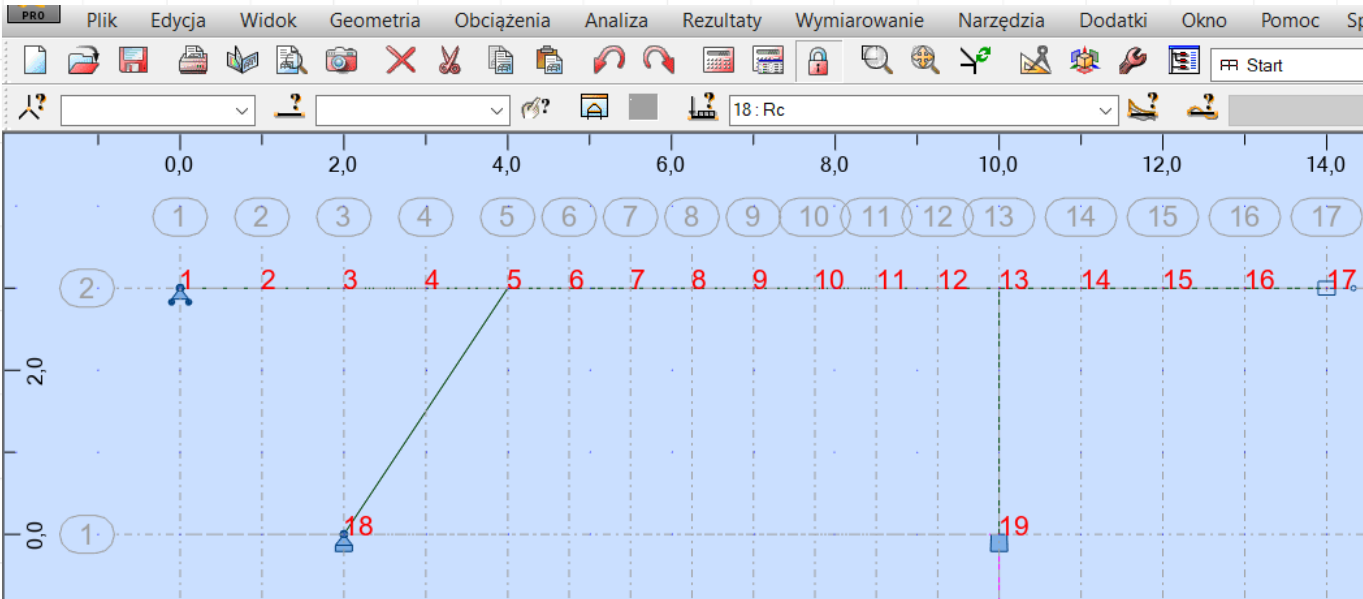
6. Linie wpływu



poł. siły	M_α kN m/kN
1	0
2	-0,0506
3	-0,0788
4	-0,0677
5	0,0041
6	0,1232
7	0,3166
8	0,5837
9	0,9238
10	0,5735
11	0,3201
12	0,1249
13	0
14	-0,1026
15	-0,1803
16	-0,2198
17	-0,2344

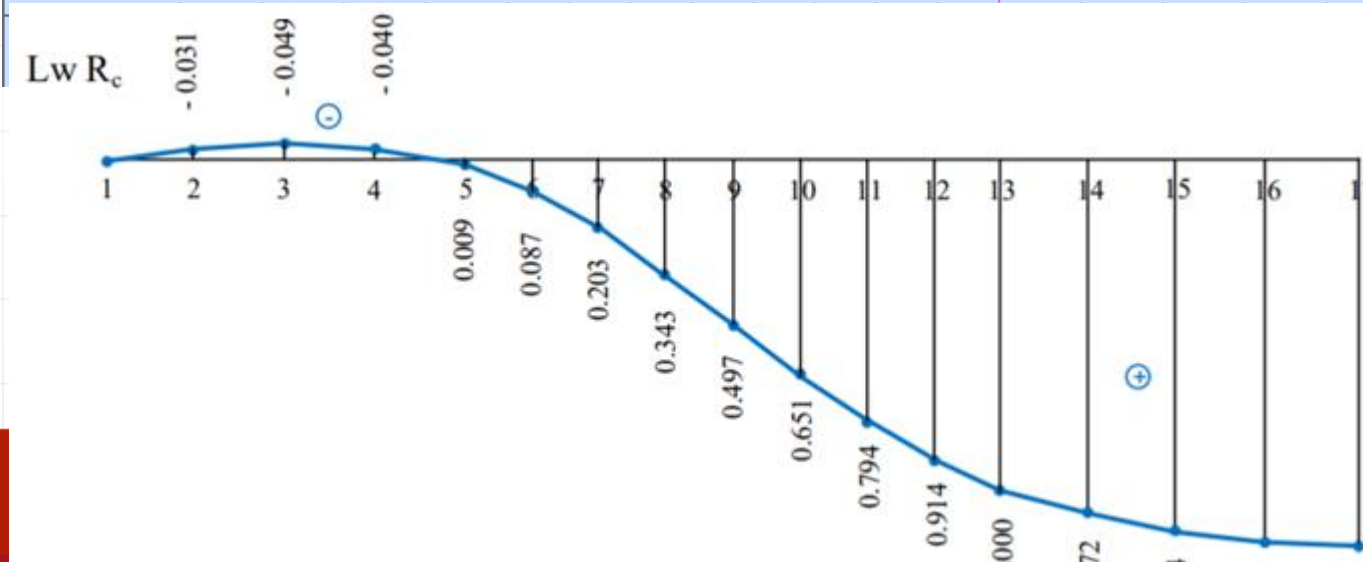
UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD RZECZYWISTY

Rezultaty: LWR_c sposobem kinematycznym

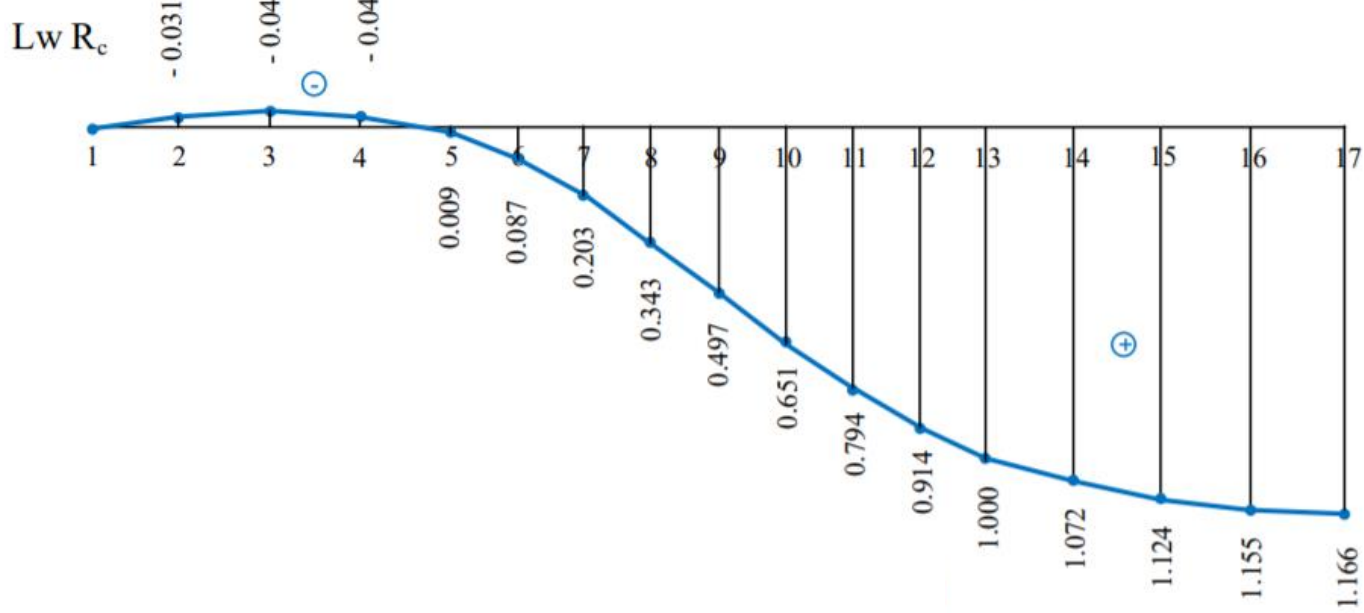
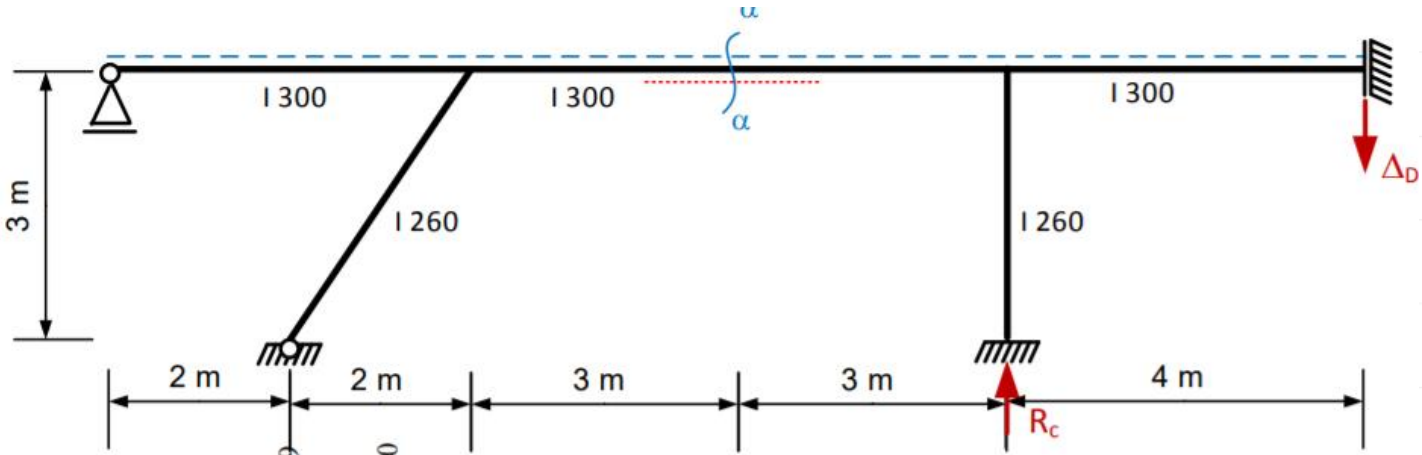


1do19

Łęzeł/Przypadek	UX (cm)	UZ (cm)	RY (Rad)
1/ 18	0,7	0,0	-0,03
2/ 18	0,7	3,1	-0,02
3/ 18	0,7	4,9	-0,01
4/ 18	0,7	4,0	0,02
5/ 18	0,7	-0,9	0,01
6/ 18	0,7	-8,7	0,13
7/ 18	0,7	-20,3	0,11
8/ 18	0,6	-34,3	0,19
9/ 18	0,6	-49,7	0,20
10/ 18	0,5	-65,1	0,20
11/ 18	0,5	-79,4	0,11
12/ 18	0,4	-91,4	0,13
13/ 18	0,4	-99,8	0,08
14/ 18	0,3	-107,2	0,06
15/ 18	0,2	-112,4	0,04
16/ 18	0,1	-115,5	0,02
17/ 18	0,0	-116,6	0,00
18/ 18	0,0	0,0	-0,03
19/ 18	0,0	-100,0	0,00



6. Linie wpływu

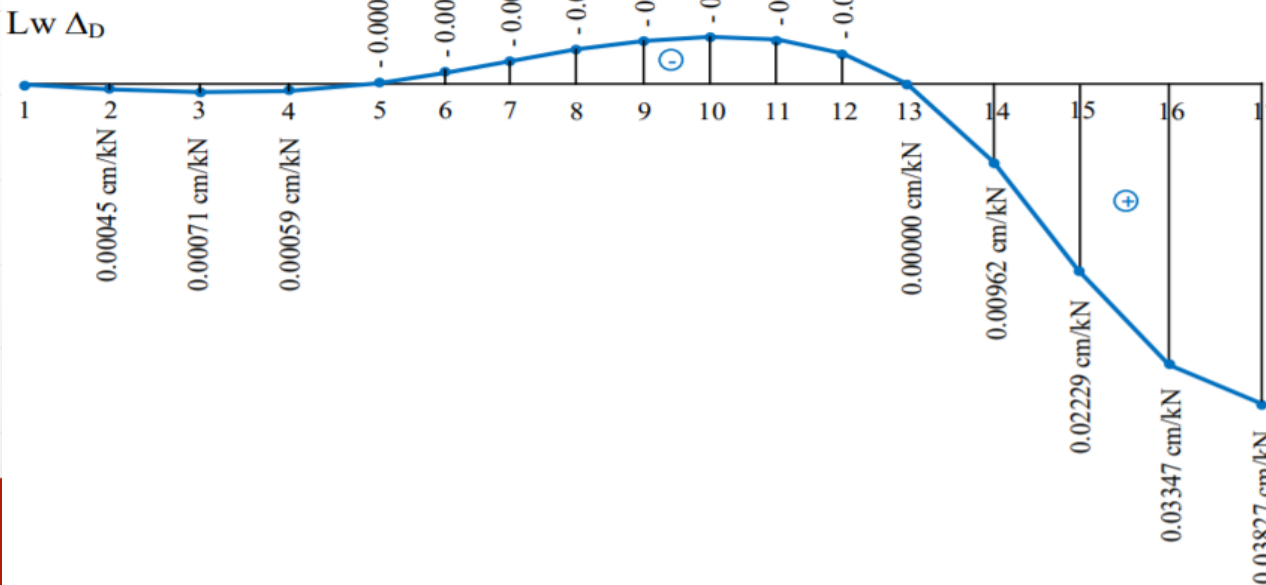
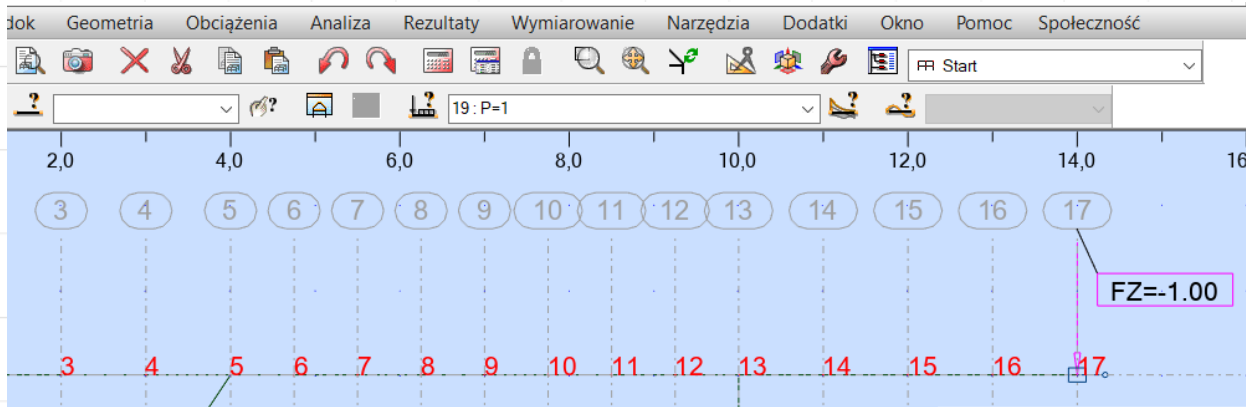


pot. sity	R_c kN/kN
1	0
2	-0,03106
3	-0,04876
4	-0,03971
5	0,00946
6	0,08741
7	0,20265
8	0,34307
9	0,49654
10	0,65093
11	0,79413
12	0,913996
13	1
14	1,071517
15	1,123731
16	1,155059
17	1,165502



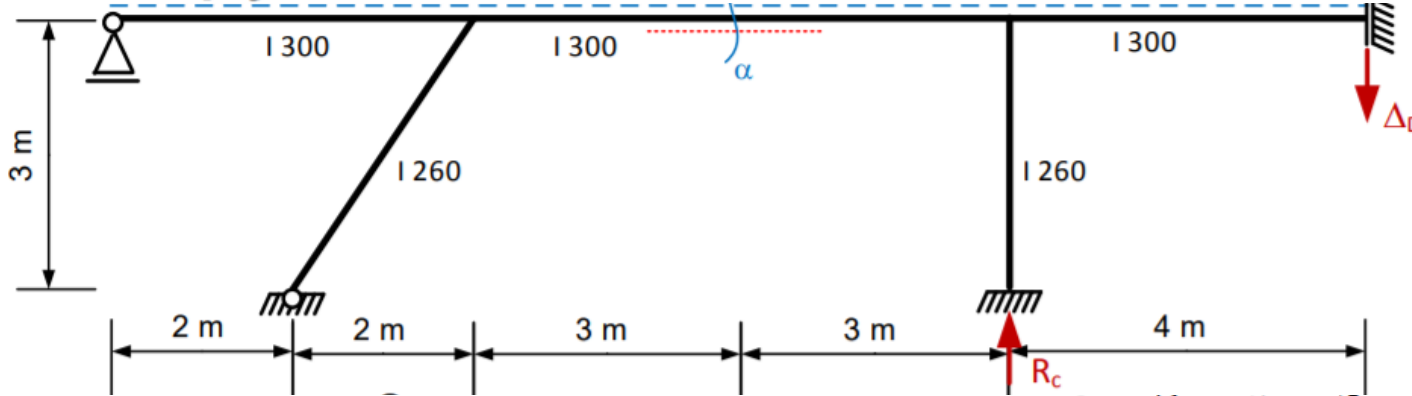
UKŁAD WPROWADZANY DO PROGRAMU ROBOT-UKŁAD RZECZYWISTY

Rezultaty: $LW\Delta_D$ sposobem kinematycznym

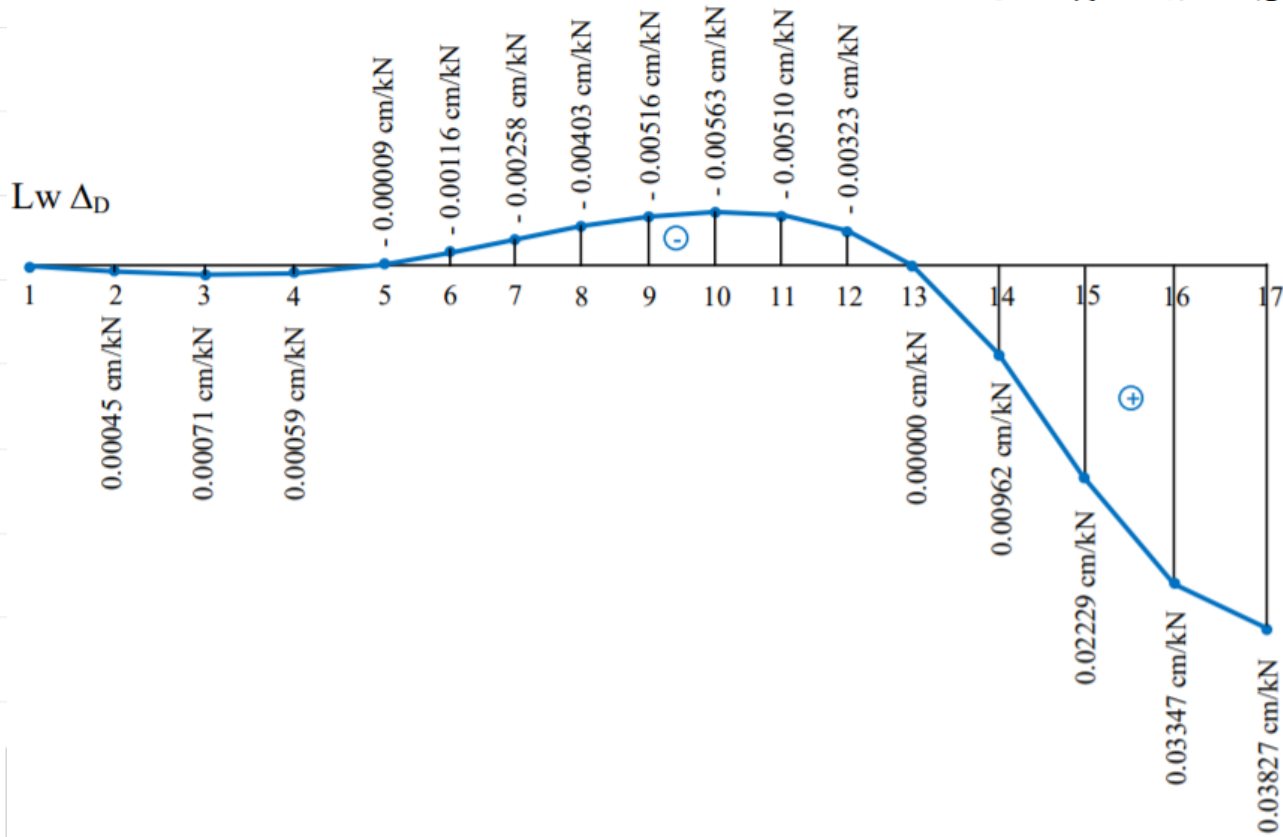


Węzeł/Przypadek	UX (cm)	UZ (cm)	RY (Rad)
1/ 19	0,000	0,0	0,000
2/ 19	0,000	-0,000	0,000
3/ 19	0,000	-0,001	0,000
4/ 19	0,000	-0,001	-0,000
5/ 19	0,000	0,000	-0,000
6/ 19	0,000	0,001	-0,000
7/ 19	0,000	0,003	-0,000
8/ 19	0,000	0,004	-0,000
9/ 19	0,000	0,005	-0,000
10/ 19	0,000	0,006	-0,000
11/ 19	0,000	0,005	0,000
12/ 19	0,000	0,003	0,000
13/ 19	0,000	-0,000	0,000
14/ 19	0,000	-0,010	0,000
15/ 19	0,000	-0,023	0,000
16/ 19	0,000	-0,034	0,000
17/ 19	0,000	-0,039	0,0
18/ 19	0,0	0,0	0,000
19/ 19	0,0	0,0	0,0

6. Linie wpływu



$Lw \Delta_D$



pot. sity	Δ_D cm/kN
1	0
2	0,0004469
3	0,0007058
4	0,0005886
5	-0,0000928
6	-0,0011565
7	-0,0025817
8	-0,0040285
9	-0,005157
10	-0,005627
11	-0,0050988
12	-0,0032323
13	0
14	0,0096166
15	0,0222908
16	0,0334659
17	0,0382729



