Statyka Budowli

Laboratorium nr 3

Opracowała: dr inż. Olga Szyłko-Bigus *olga.szylko-bigus@pwr.edu.pl*

HR EXCELLENCE IN RESEARCH

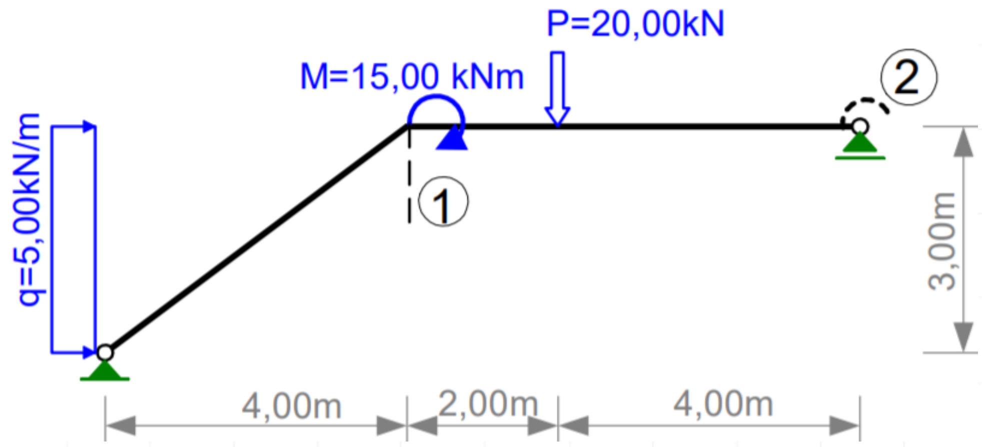
Politechnika Wrocławska

Laboratorium nr 3

OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ W UKŁADACH IZOSTATYCZNYCH

W celu wyznaczenia przemieszczenia należy dany układ rozwiązać od 2 obciążeń:

1. Od obciążenia stanowiącego przyczynę wywołującą szukane przemieszczenie,
2. Od obciążenia "jednostkowego" przyłożonego w miejscu i kierunku szukanego przemieszczenia.



Laboratorium nr 3

OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ W UKŁADACH IZOSTATYCZNYCH

PRZEMIESZCZENIA OD OBCIĄŻEŃ SIŁAMI

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \int \frac{M^i \cdot M^F}{EI} \cdot dx + \int \frac{N^i \cdot N^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa \cdot V^i \cdot V^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{S_s^i \cdot S_s^F}{k_s}$$

Laboratorium nr 3

OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ W UKŁADACH HIPERSTATYCZNYCH

PRZYJĘTE OZNACZENIA

Oznaczenie *wielkości składa się z symbolu oznaczającegotę wielkość i indeksów dolnych oraz górnych.*

SYMBOLE oznaczające określone wielkości:

Δ - przemieszczenie (może to być przesunięcie, kąt obrotu lub dowolna suma przemieszczeń a w tym wzajemne przemieszczenie) lub przyrost określonej wielkości

$M=M(x)$ – moment zginający, $N=N(x)$ – siła osiowa (podłużna),

$V=V(x)$ – siła tnąca (poprzeczna), Ω - pole wykresu siły przekrojowej

S – siła w więzi sprężystej (moment w więzi rotacyjnej lub siła podłużna w więzi translacyjnej),

k – sztywność więzi sprężystej, α_T - współczynnik rozszerzalności termicznej materiału,

$\kappa = \frac{A}{I^2} \cdot \int_A \frac{S^2}{b^2} \cdot dA$ - współczynnik zależny od kształtu przekroju (dla dwuteowników $\kappa \cong \frac{A}{A_w}$),

E – moduł sprężystości podłużnej materiału (Younga),

$G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$ – moduł sprężystości poprzecznej (postaciowej) materiału (Kirchoffa),

ν - współczynnik Poissona, b – szerokość przekroju w miejscu ścinania

A, I – pole i moment bezwładności poprzecznego przekroju pręta,

S – moment statyczny „odciętej” części przekroju, A_w - pole przekroju środnika.

INDEKSY

Indeks górny określa przyczynę wywołującą daną wielkość.

Pierwszy indeks dolny określa miejsce działania (występowania) danej wielkości.

Drugi indeks dolny określa, jeśli nie ma indeksu górnego, przyczynę wywołującą daną wielkość, a jeśli jest indeks górny, stanowi uzupełnienie określenia miejsca działania danej wielkości.

Np.: M^n oznacza moment w dowolnym miejscu wywołany przyczyną oznaczoną symbolem ***n***,

M_{ij}^n oznacza moment w punkcie ***i*** pręta ***i-j*** wywołany przyczyną oznaczoną symbolem ***n***,

Δ_{ij}, Δ_i^j oznaczają przemieszczenie w miejscu i kierunku ***i*** wywołane przyczyną oznaczoną symbolem ***j***

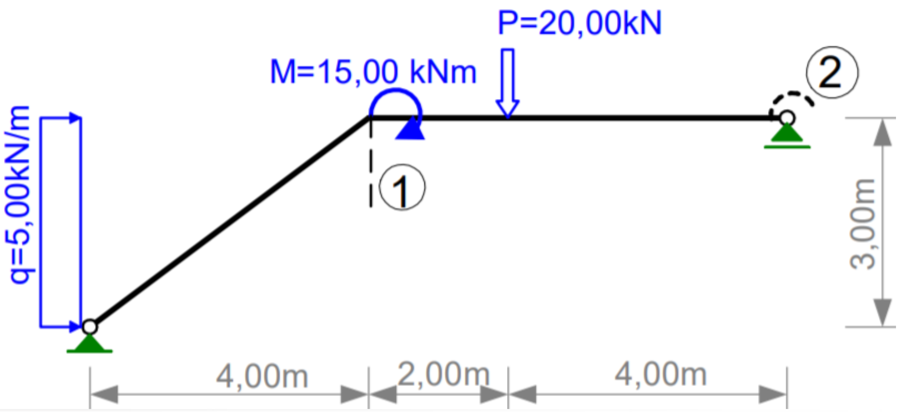
N_p^i oznacza siłę osiową w pręcie o numerze ***p*** wywołaną przyczyną oznaczoną symbolem ***i***,

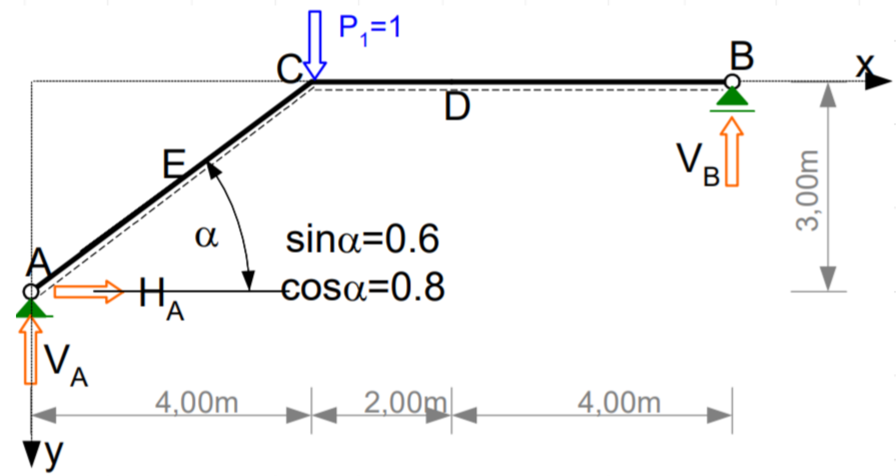
S_s^i oznacza siłę w więzi sprężystej o numerze ***s*** wywołaną przyczyną oznaczoną symbolem ***i***.

Laboratorium nr 3

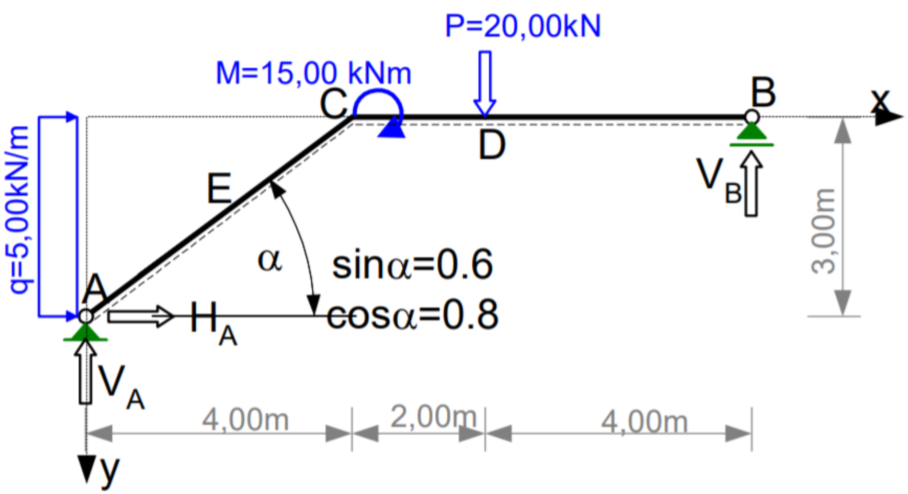
OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ W UKŁADACH IZOSTATYCZNYCH

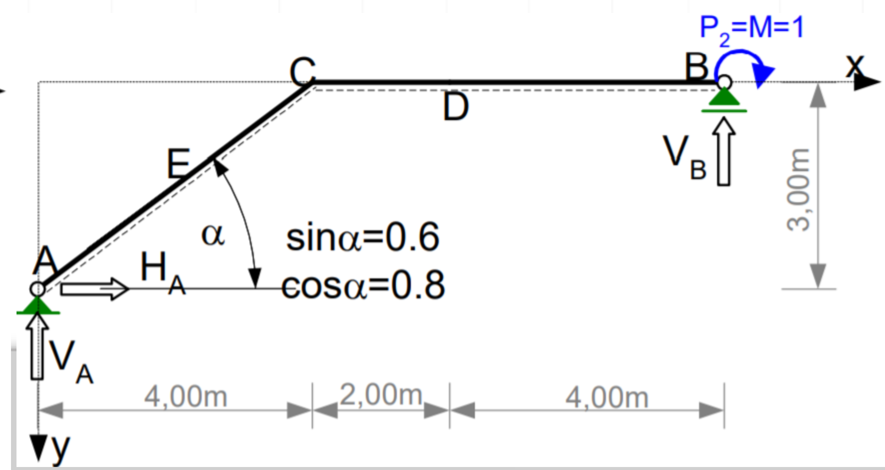
Obliczenie przesuwu pionowego w węźle C





Obliczenie obrotu w węźle B





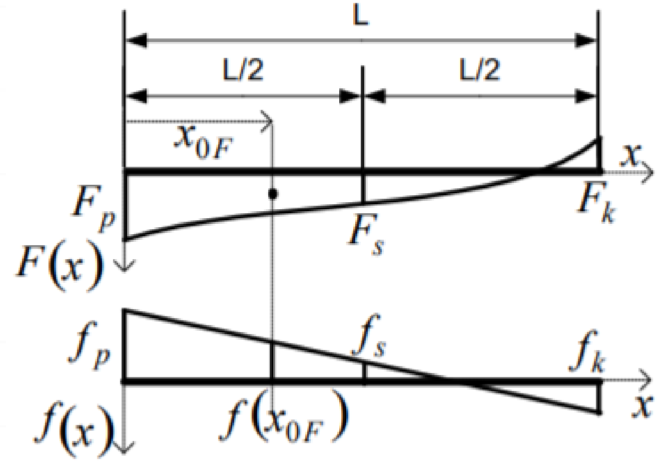
Laboratorium nr 3

WZORY UPROSZCZONEGO CAŁKOWANIA

Przemieszczenia od obciążenia siłami

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \int \frac{M^i \cdot M^F}{EI} \cdot dx + \int \frac{N^i \cdot N^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa \cdot V^i \cdot V^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{S_s^i \cdot S_s^F}{k_s}$$

Wzory dla jednego przedziału całkowania



Wzór Simpsona

$$\int F(x) \cdot f(x) \cdot dx = \frac{L}{6}\left(F_p \cdot f_p + 4F_s \cdot f_s + F_k \cdot f_k\right)$$

Wzór trapezów

$$\int F(x) \cdot f(x) \cdot dx = \frac{L}{6}\left[2 \cdot \left(F_p \cdot f_p + F_k \cdot f_k\right) + F_p \cdot f_k + F_k \cdot f_p\right]$$

Wzór Wereszczagina

$$\int F(x) \cdot f(x) \cdot dx = \Omega_F \cdot f(x_{0F})$$

gdzie L - długość przedziału,

F_p, f_p - wartości funkcji na początku przedziału,

F_s, f_s - wartości funkcji w środku przedziału,

F_k, f_k - wartości funkcji na końcu przedziału,

Ω_F - pole wykresu funkcji $F(x)$ w przedziale całkowania,

$f(x_{0F})$ - wartość funkcji $f(x)$ w punkcie x_{0F}, w którym znajduje się środek ciężkości funkcji $F(x)$

Laboratorium nr 3

OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ W UKŁADACH HIPERSTATYCZNYCH

Przemieszczenia od obciążenia siłami

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \int \frac{M^i \cdot M^F}{EI} \cdot dx + \int \frac{N^i \cdot N^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa \cdot V^i \cdot V^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{S_s^i \cdot S_s^F}{k_s}$$

Laboratorium nr 3

OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ W UKŁADACH HIPERSTATYCZNYCH

PRZEMIESZCZENIA OD OBCIĄŻEŃ SIŁAMI

$$\Delta_{iF} = \Delta_i^F = \int \frac{M^i \cdot M^F}{EI} \cdot dx + \int \frac{N^i \cdot N^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa \cdot V^i \cdot V^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{S_s^i \cdot S_s^F}{k_s}$$

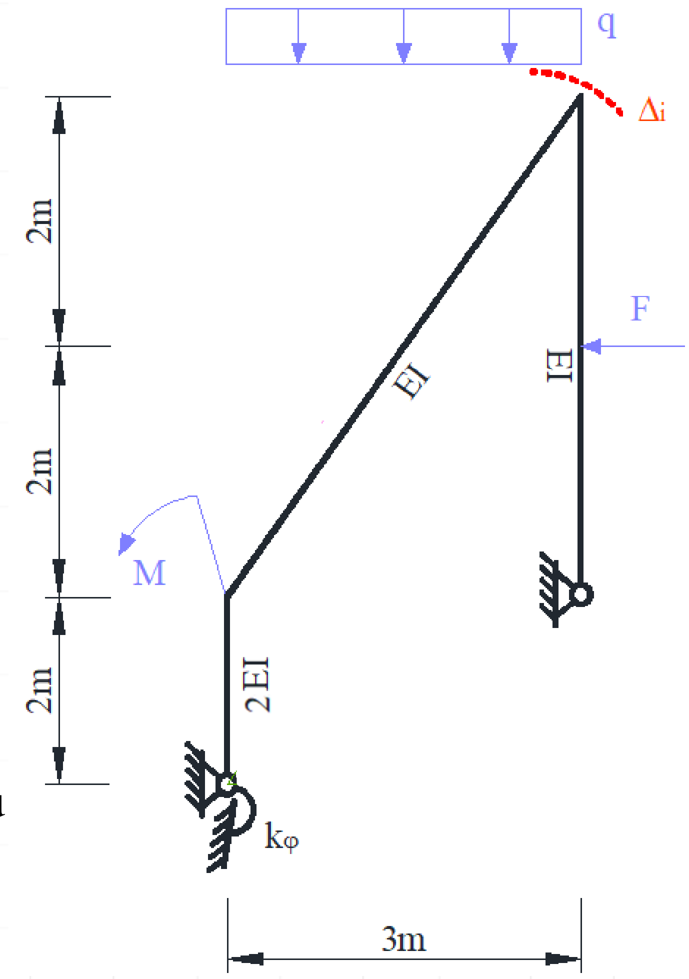
$$= \int \frac{\overline{M}^i \cdot M^F}{EI} \cdot dx + \int \frac{\overline{N}^i \cdot N^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa \cdot \overline{V}^i \cdot V^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{\overline{S}_s^i \cdot S_s^F}{k_s} =$$

$$= \int \frac{M^i \cdot \overline{M}^F}{EI} \cdot dx + \int \frac{N^i \cdot \overline{N}^F}{EA} \cdot dx + \int \frac{\kappa \cdot V^i \cdot \overline{V}^F}{GA} \cdot dx + \sum_s \frac{S_s^i \cdot \overline{S}_s^F}{k_s}.$$

OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ W UKŁADACH HIPERSTATYCZNYCH

Dana jest rama płaska o schemacie i obciążeniu jak na rysunku. Należy:

- Sprawdzić warunek ilościowy i jakościowy geometrycznej niezmienności układu.
- Stosując metodę sił rozwiązać ramę od obciążenia siłami
- Na podstawie obliczonych momentów zginających zaprojektować wstępnie przekroje prętów na zginanie, w obliczeniach przyjąć
  - średni współczynnik obciążenia $\gamma_f = 1.5$,
  - wytrzymałość obliczeniową stali $f_d = 215$ MPa,
  - współczynnik Kirhoffa E=210 GPa
- Przeprowadzić kontrolę rozwiązania (sprawdzić statyczną
- i kinematyczną dopuszczalność rozwiązania).
- Obliczyć wartość przemieszczenia w zaznaczonym miejscu

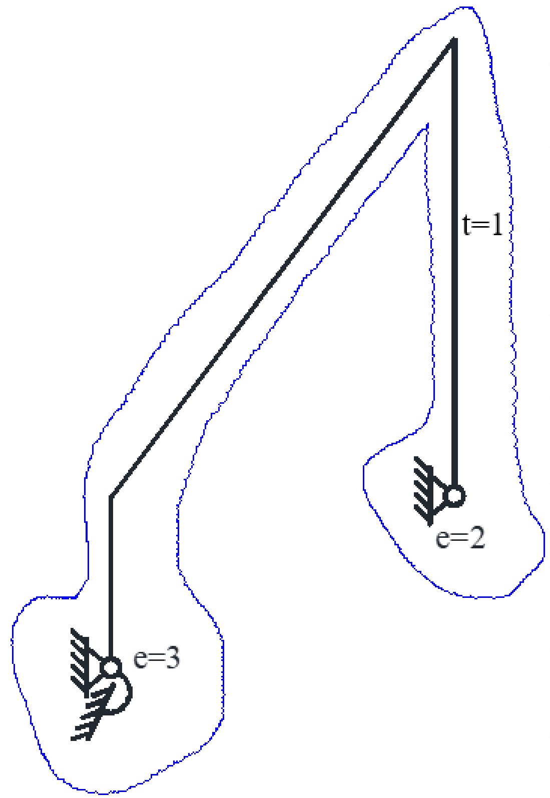


Dane : F = 10 kN; q = 4 kN/m; M = 20 kN m; k_φ = 10 EI/m

SPRAWDZENIE GEOMETRYCZNEJ NIEZMIENNOŚCI UKŁADU I OBLICZENIE STOPNIA STATYCZNEJ NIEWYZNACZALNOŚCI

$t = 1,\ \ e = 3 + 2 = 5,$

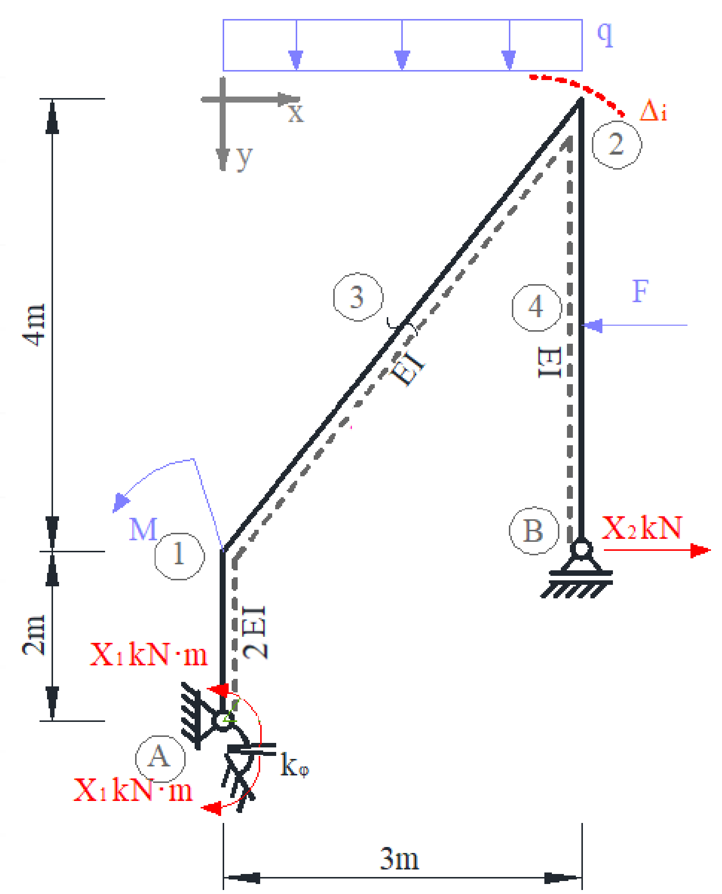
$n_h = e - 3 \cdot t = 5 - 3 = 2$



Układ składa się z jednej tarczy połączonej z ostoją pięcioma więziami, wśród których można wyróżnić co najmniej 3 niezbieżne. Cała rama wraz z ostoją tworzy układ geometrycznie niezmienny

UKŁAD PODSTAWOWY METODY SIŁ

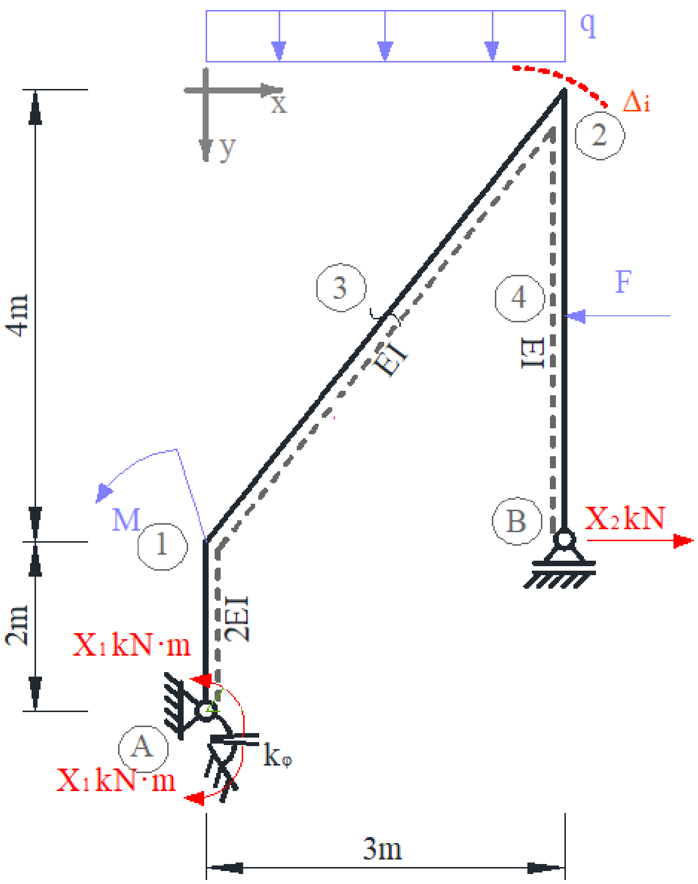
Układ podstawowy metody sił otrzymuje się z układu zadanego po przecięciu lub pozbawieniu n_h więziami i zastąpieniu ich niewiadomymi siłami hiperstatycznymi. Układ równań metody sił jest statycznie wyznaczalny oraz geometrycznie niezmienny.



POSTAĆ OGÓLNA UKŁADU RÓWNAŃ METODY SIŁ

Równania kanoniczne metody sił są równaniami przemieszczeniowymi. Ogólna postać układu równań metody sił ma postać

$$\boxed{\begin{aligned} \delta_{11}X_1^F + \delta_{12}X_2^F + \delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21}X_1^F + \delta_{22}X_2^F + \delta_{2F} &= 0 \end{aligned}}$$



Gdzie:

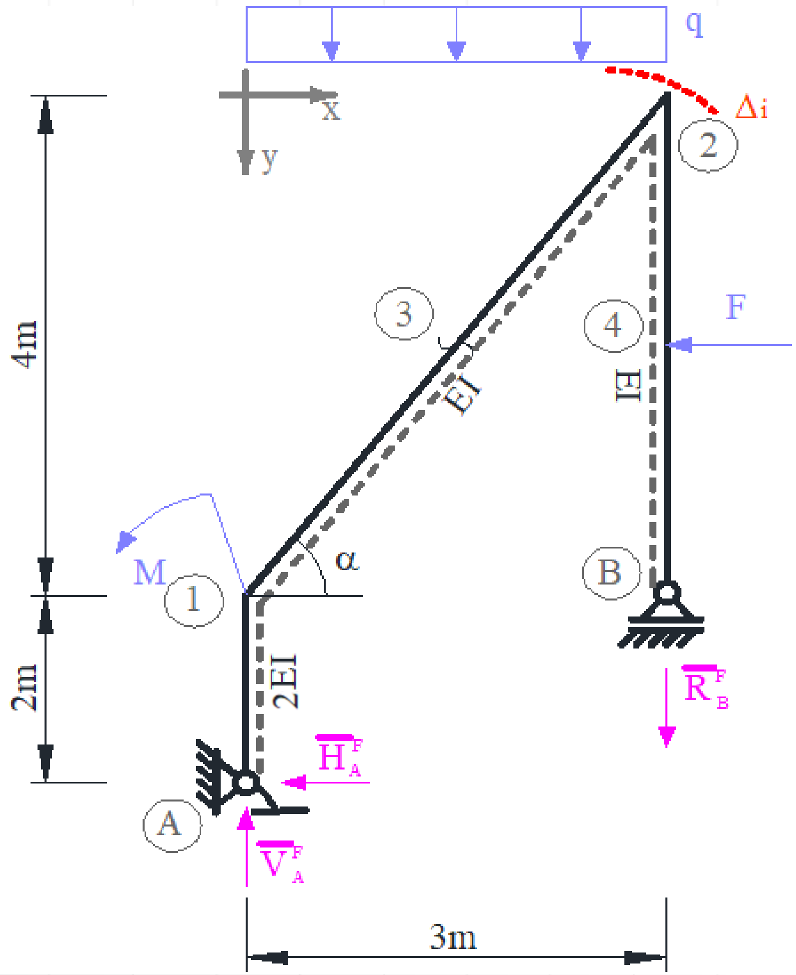
$$\delta_{ij} = \left\{ \int \frac{\bar{M}^i \bar{M}^j}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \bar{S}_n^j}{k_n} \right\} / P_i$$

- przemieszczenie na kierunku i-tej więzi nadliczbowej od jednostkowej j-tej niewiadomej w układzie podstawowym,

$$\delta_{iF} = \left\{ \int \frac{\bar{M}^i \bar{M}^F}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \bar{S}_n^F}{k_n} \right\} / P_1$$

- przemieszczenie na kierunku i-tej więzi nadliczbowej od obciążenia mechanicznego w układzie podstawowym.

ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA DANEGO



Obliczenie reakcji:

$\sum X=0 \qquad \bar{H}_{1A}^F=-10kN$

$\sum M_A=0 \qquad \bar{R}_B^F\cdot 3m - F\cdot 4m + q\cdot 3m\cdot 1,5m - M = 0 \qquad \bar{R}_B^F=14kN$

$\sum Y=0 \qquad \bar{R}_B^F - \bar{V}_A^F + q\cdot 3m = 0 \qquad \bar{V}_A^F = 26kN$

Obliczenie momentów węzłowych

$\bar{M}_{A1}^F=0$

$\bar{M}_{1A}^F=\bar{H}_A^F\cdot 2m = 10kN\cdot 2m = 20kN\cdot m$

$\bar{M}_{12}^F=\bar{H}_A^F\cdot 2m - M = -10kN\cdot 2m - 20kN\cdot m = -40kN\cdot m$

$\bar{M}_3^F=\bar{H}_A^F\cdot 4m + \bar{V}_A^F\cdot 1,5m - M - q\cdot 1,5m\cdot 0,75m =$

$-10kN\cdot 4m + 26kN\cdot 1,5m - 20kN\cdot m - 4\cdot 1,5m\cdot 0,75m =$

$= -25,5kN\cdot m$

$\bar{M}_{21}^F=\bar{H}_A^F\cdot 6m + \bar{V}_A^F\cdot 3m - M - q\cdot 3m\cdot 1,5m =$

$= -10kN\cdot 6m + 26kN\cdot 3m - 20kN\cdot m - 4\cdot 3m\cdot 1,5m =$

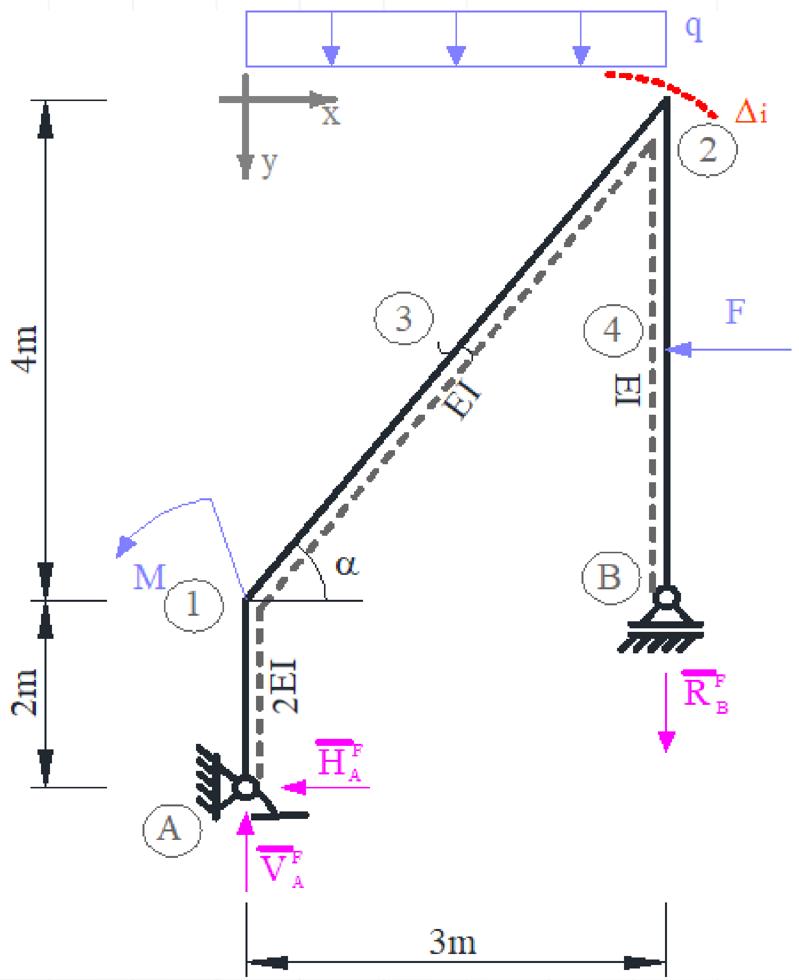
$= -20kN\cdot m$

$\bar{M}_{B2}^F=0$

$\bar{M}_4^F=0$

$\bar{M}_{2B}^F=-F\cdot 2m = -10kN\cdot 2m = -20kN\cdot m$

ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA DANEGO



Obliczenie sił tnących

$$\overline{V}_{A1}^F = \overline{V}_{1A}^F = \overline{H}_A^F = -10kN$$

$$\overline{V}_{12}^F = \overline{H}_A^F \cdot 0{,}8 + \overline{V}_A^F \cdot 0{,}6 =$$
$$= -10kN \cdot 0{,}8 + 26kN \cdot 0{,}6m = 7{,}6kN$$

$$\overline{V}_{21}^F = \overline{H}_A^F \cdot 0{,}8 + \overline{V}_A^F \cdot 0{,}6 - q \cdot 3m \cdot 0{,}6 =$$
$$= -10kN \cdot 0{,}8 + 26kN \cdot 0{,}6m - 4kN \cdot 3m \cdot 0{,}6 = 0{,}4kN$$

$$\overline{V}_{B4}^F = \overline{V}_{4B}^F = 0$$

$$\overline{V}_{42}^F = \overline{V}_{24}^F = F = 10kN$$

Obliczenie sił osiowych

$$\overline{N}_{A1}^F = \overline{N}_{1A}^F = -\overline{V}_A^F = -26kN$$

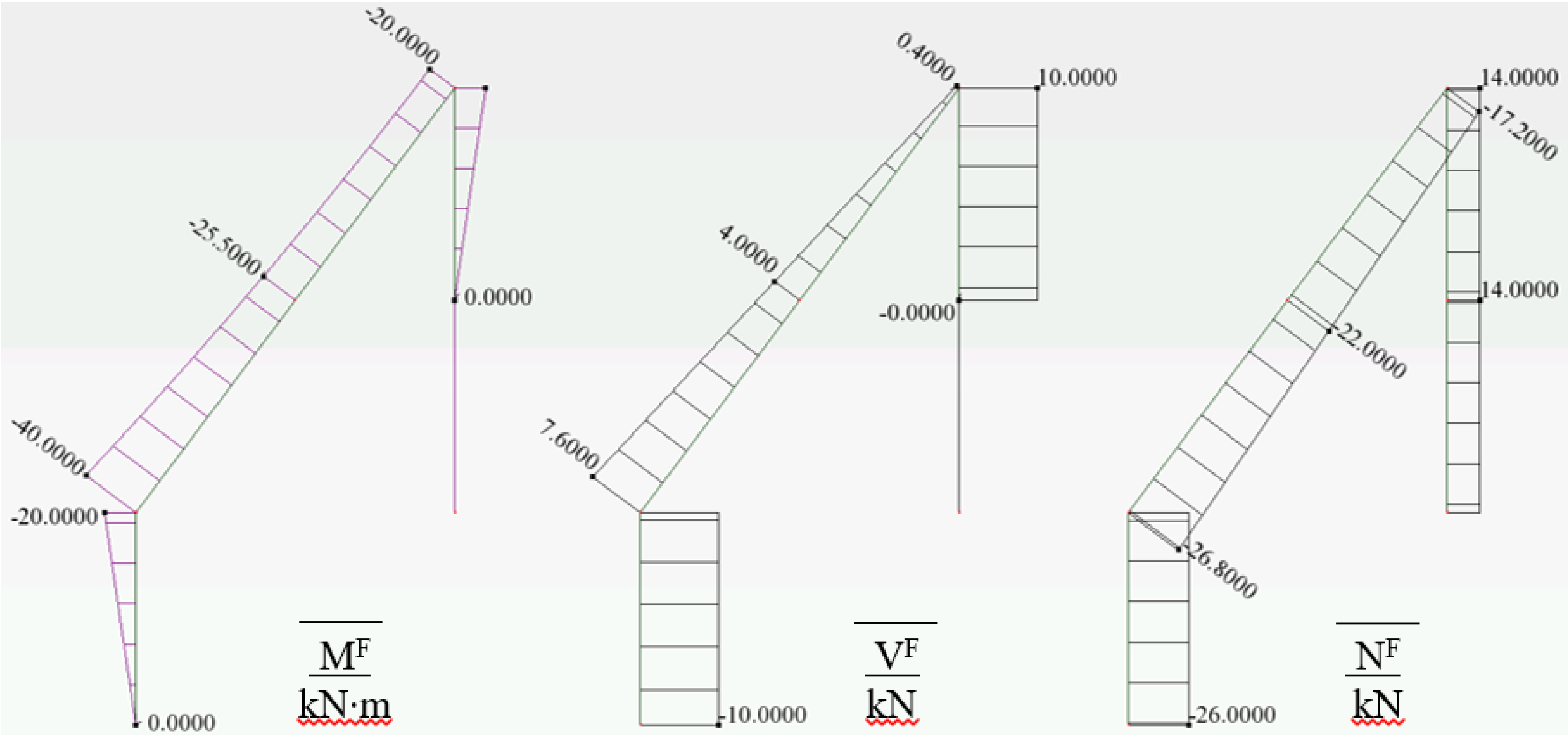
$$\overline{N}_{12}^F = \overline{H}_A^F \cdot 0{,}6 - \overline{V}_A^F \cdot 0{,}8 =$$
$$= -10kN \cdot 0{,}6 - 26kN \cdot 0{,}8m = -26{,}8kN$$

$$\overline{N}_{21}^F = \overline{H}_A^F \cdot 0{,}6 - \overline{V}_A^F \cdot 0{,}8 + q \cdot 3m \cdot 0{,}8 =$$
$$= -10kN \cdot 0{,}6 - 26kN \cdot 0{,}8m + 4kN \cdot 3m \cdot 0{,}8 = -17{,}2kN$$

$$\overline{N}_{B2}^F = \overline{V}_{2B}^F = \overline{R}_B^F = 14kN$$

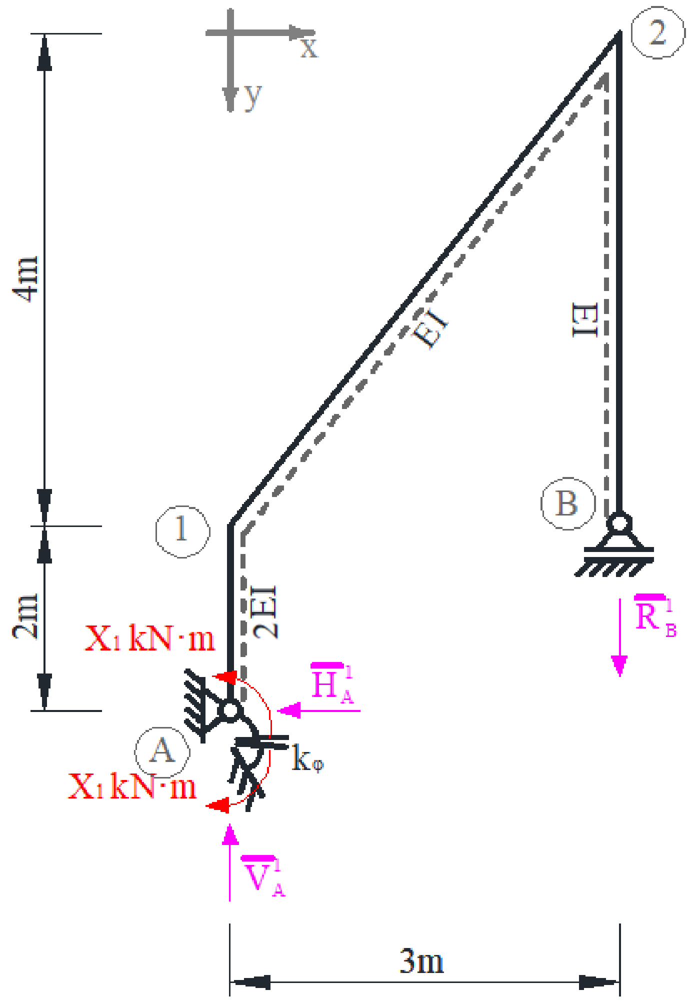
ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD OBCIĄŻENIA DANEGO

Moment zginający w więzi sprężystej: $S_{\varphi}^{F} = 0 kN \cdot m$



wykresy sił przekrojowych

ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD (X_1=1) kN·m



Obliczenie reakcji

$\sum X = 0 \qquad \overline{H}_{1A}^1 = 0\,kN$

$\sum M_A = 0 \qquad \overline{R}_B^1 \cdot 3m - X_1 kN \cdot m = 0 \qquad \overline{R}_B^1 = \frac{1}{3} kN$

$\sum Y = 0 \qquad \overline{R}_B^1 - \overline{V}_A^1 = 0 \qquad \overline{V}_A^1 = \frac{1}{3} kN$

Obliczenie momentów zginających

$\overline{M}_{A1}^1 = \overline{M}_{1A}^1 = \overline{M}_{12}^1 = -X_1 kN \cdot m = -1kN \cdot m$

$\overline{M}_{B2}^1 = \overline{M}_{2B}^1 = \overline{M}_{21}^1 = 0$

Obliczenie sił tnących

$\overline{V}_{A1}^1 = \overline{V}_{1A}^1 = \overline{H}_A^1 = 0$

$\overline{V}_{12}^1 = \overline{V}_{21}^F = \overline{H}_A^1 \cdot 0{,}8 + \overline{V}_A^1 \cdot 0{,}6 = 0kN \cdot 0{,}8 + \frac{1}{3} kN \cdot 0{,}6m = 0{,}2kN$

$\overline{V}_{B2}^1 = \overline{V}_{2B}^1 = 0$

Obliczenie sił osiowe

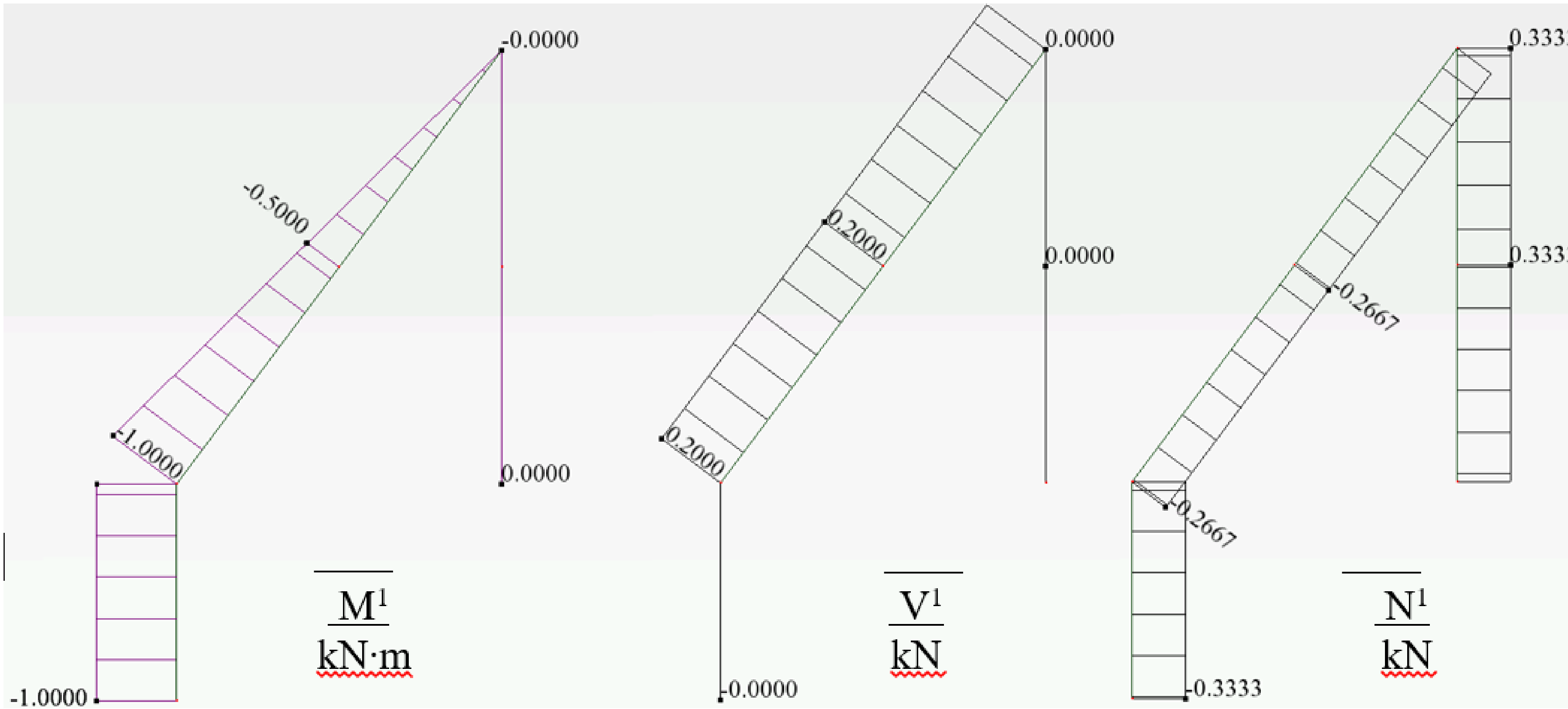
$\overline{N}_{A1}^1 = \overline{N}_{1A}^1 = -\overline{V}_A^1 = -0{,}3333kN$

$\overline{N}_{12}^1 = \overline{N}_{21}^1 = \overline{H}_A^1 \cdot 0{,}6 - \overline{V}_A^1 \cdot 0{,}8 = 0kN \cdot 0{,}6 - \frac{1}{3} kN \cdot 0{,}8m = -0{,}2667kN$

$\overline{N}_{B2}^1 = \overline{V}_{2B}^1 = \overline{R}_B^1 = 0{,}3333kN$

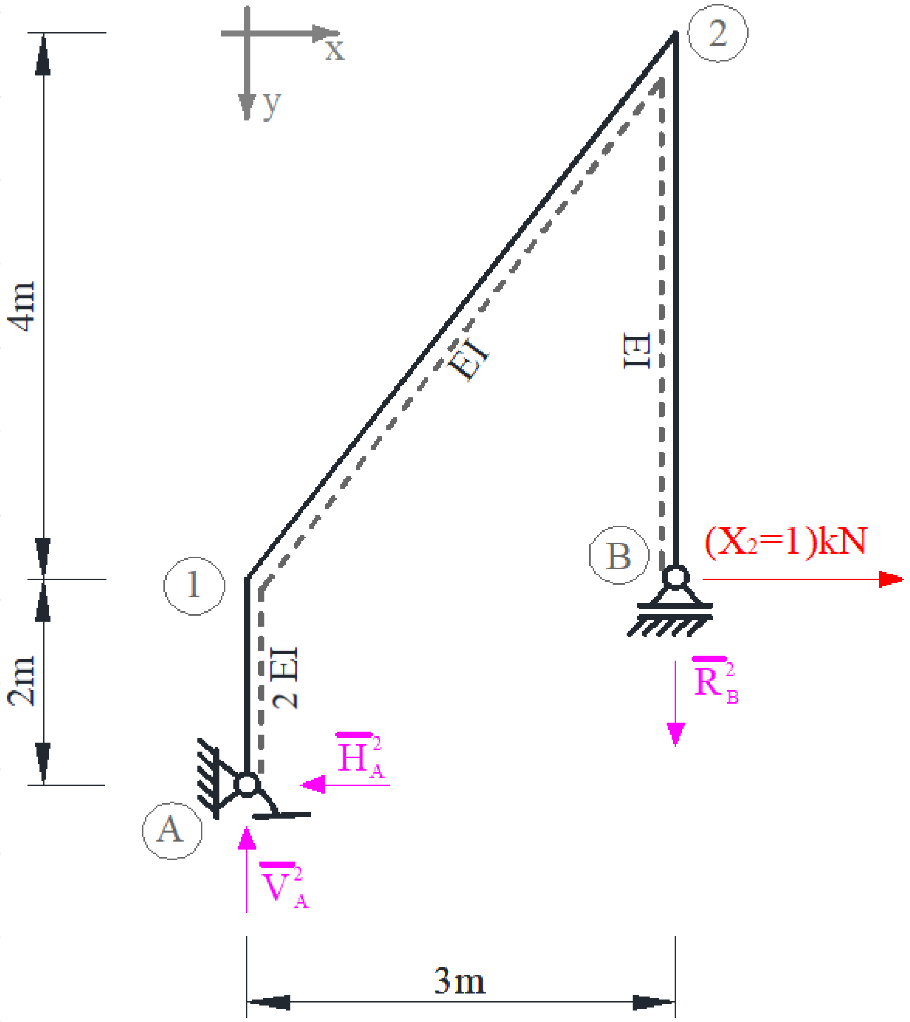
ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD (X_1=1) kN·m

Moment zginający w więzi sprężystej: $\bar{S}_{\varphi}^{1} = 1kN \cdot m$



wykresy sił przekrojowych

ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD (X_2=1) kN



Obliczenie reakcji

$\sum X = 0 \qquad \overline{H}_{1A}^2 = X_2 kN = 1kN$

$\sum M_A = 0 \qquad \overline{R}_B^2 \cdot 3m + X_2 kN \cdot 2m = 0 \qquad \overline{R}_B^2 = -\frac{2}{3} kN$

$\sum Y = 0 \qquad \overline{R}_B^2 - \overline{V}_A^2 = 0 \qquad \overline{V}_A^2 = -\frac{2}{3} kN$

Obliczenie momentów zginających

$\overline{M}_{A1}^2 = 0 kN \cdot m$

$\overline{M}_{1A}^2 = \overline{M}_{12}^2 = \overline{H}_A^2 \cdot 2m = 1kN \cdot 2m = 2kN \cdot m$

$\overline{M}_{21}^2 = \overline{M}_{2B}^2 = X_2 kN \cdot 4m = 4kN \cdot m$

$\overline{M}_{B2}^2 = 0$

Obliczenie sił tnących

$\overline{V}_{A1}^2 = \overline{V}_{1A}^2 = \overline{H}_A^2 = 1kN$

$\overline{V}_{12}^2 = \overline{V}_{21}^2 = \overline{H}_A^2 \cdot 0{,}8 + \overline{V}_A^2 \cdot 0{,}6 = 1kN \cdot 0{,}8 - \frac{2}{3} kN \cdot 0{,}6m = 0{,}4kN$

$\overline{V}_{B2}^2 = \overline{V}_{2B}^2 = -X_2 kN = -1kN$

Obliczenie sił osiowe

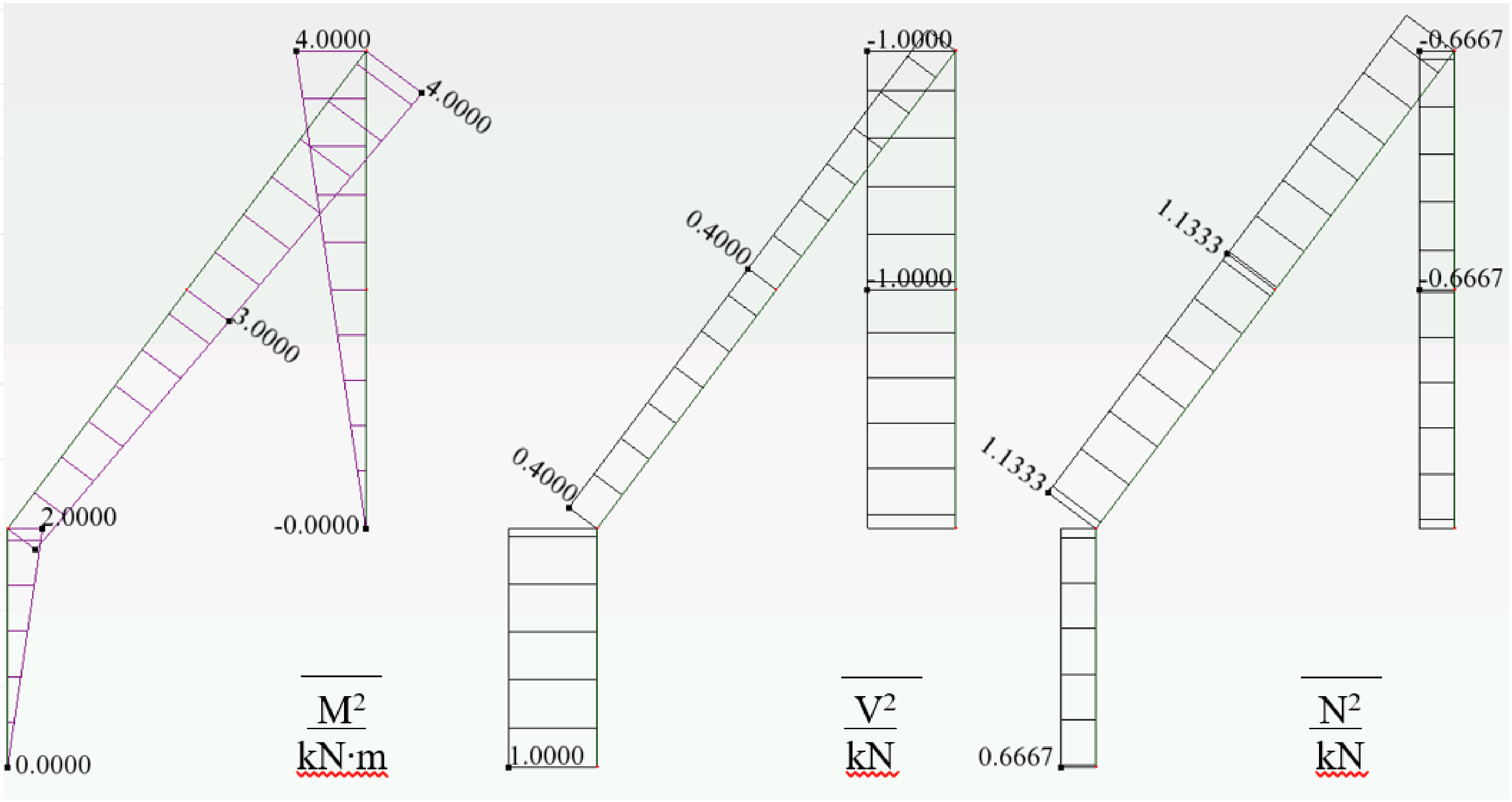
$\overline{N}_{A1}^2 = \overline{N}_{1A}^2 = -\overline{V}_A^2 = 0{,}6667 kN$

$\overline{N}_{12}^2 = \overline{N}_{21}^2 = \overline{H}_A^2 \cdot 0{,}6 - \overline{V}_A^2 \cdot 0{,}8 = 1kN \cdot 0{,}6 + \frac{2}{3} kN \cdot 0{,}8m = 1{,}1333 kN$

$\overline{N}_{B2}^2 = \overline{V}_{2B}^2 = \overline{R}_B^2 = -0{,}6667 kN$

ROZWIĄZANIE UKŁADU PODSTAWOWEGO OD $(X_2=1)$kN

Moment zginający w więzi sprężystej: $\bar{S}_{\varphi}^{1} = 0kN \cdot m$

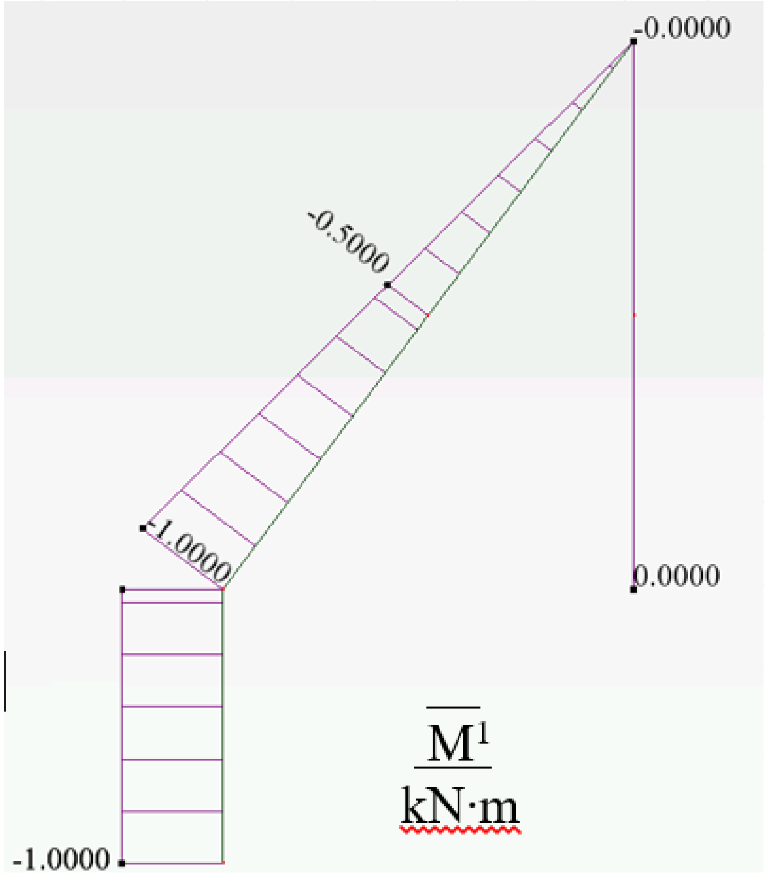


wykresy sił przekrojowych

OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ METODY SIŁ

$$\boxed{\begin{aligned}\delta_{11}X_1^F+\delta_{12}X_2^F+\delta_{1F}=0\\ \delta_{21}X_1^F+\delta_{22}X_2^F+\delta_{2F}=0\end{aligned}}$$

$$\delta_{ij}=\left\{\int\frac{\overline{M}^i\overline{M}^j}{EI}dx+\sum_n\frac{\overline{S}_n^i\overline{S}_n^j}{k_n}\right\}/P_i$$

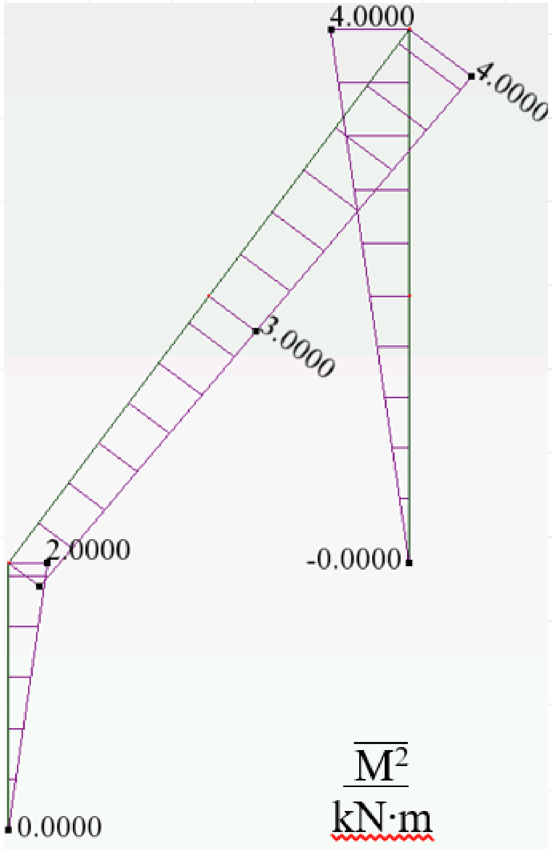


$$\delta_{11}=\left\{\frac{1}{2}(-1)\cdot 2\cdot(-1)+\frac{1}{2}(-1)\cdot 5\cdot\frac{2}{3}(-1)+\frac{1\cdot 1}{10}\right\}\frac{kN\cdot m^2}{EI}=\{1+1{,}6667+0{,}1\}\frac{kN\cdot m^2}{EI}=2{,}7667\frac{kN\cdot m^2}{EI},$$

OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ METODY SIŁ

$$\boxed{\begin{aligned} \delta_{11} X_1^F + \delta_{12} X_2^F + \delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21} X_1^F + \delta_{22} X_2^F + \delta_{2F} &= 0 \end{aligned}}$$

$$\delta_{ij} = \left\{ \int \frac{\overline{M}^i \overline{M}^j}{EI} dx + \sum_n \frac{\overline{S}_n^i \overline{S}_n^j}{k_n} \right\} / P_i$$



$$\delta_{22} = \left\{ \frac{1}{2} 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{5}{6} \left[2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 \right] + 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{0 \cdot 0}{10} \right\} \frac{kN \cdot m^3}{EI}$$

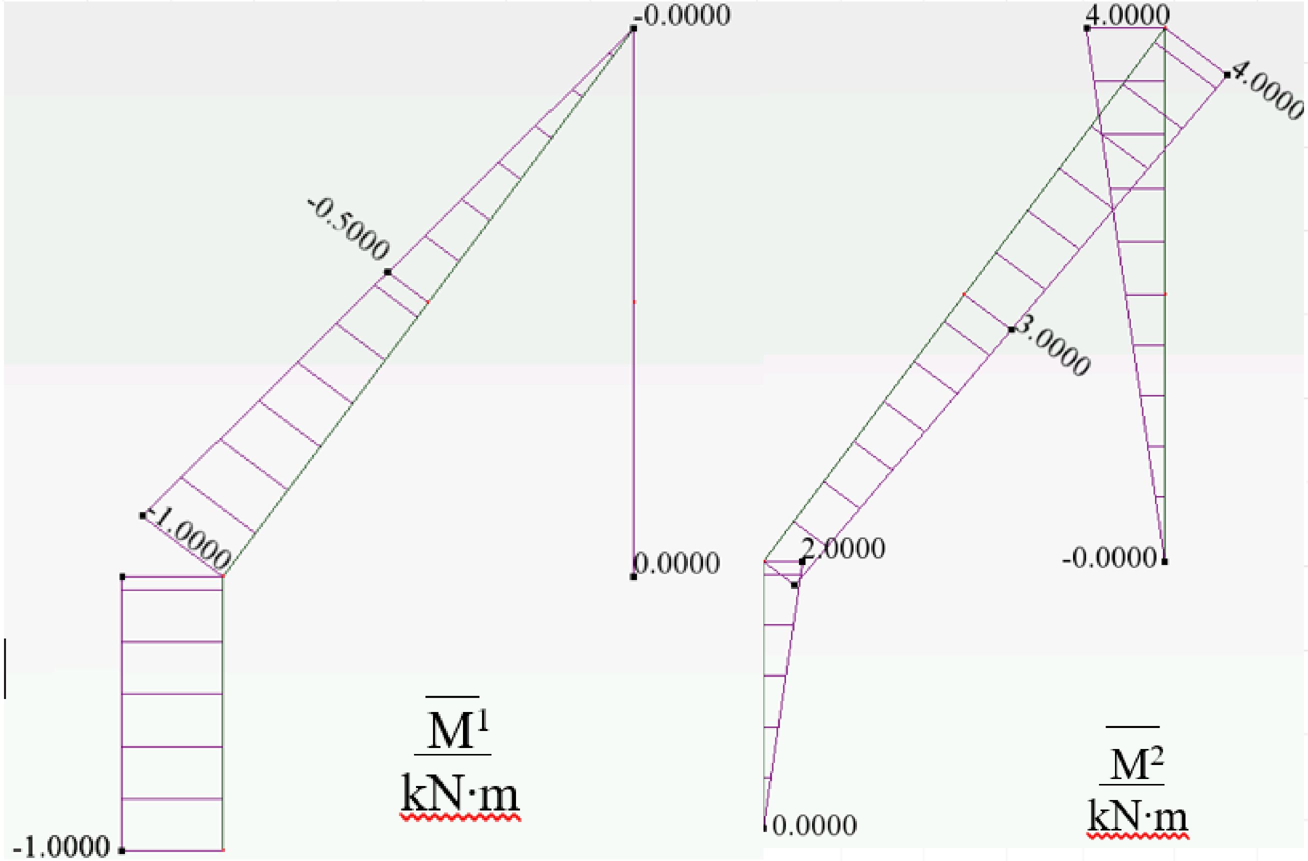
$$= \{1{,}3333 + 46{,}6667 + 21{,}3333 + 0\} \frac{kN \cdot m^3}{EI} =$$

$$= \{1{,}3333 + 46{,}6667 + 21{,}3333 + 0\} \frac{kN \cdot m^3}{EI} = 69{,}3333 \frac{kN \cdot m^3}{EI},$$

OBLICZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW UKŁADU RÓWNAŃ METODY SIŁ

$$\boxed{\begin{aligned}\delta_{11}X_1^F+\delta_{12}X_2^F+\delta_{1F}=0\\ \delta_{21}X_1^F+\delta_{22}X_2^F+\delta_{2F}=0\end{aligned}}$$

$$\delta_{ij}=\left\{\int\frac{\overline{M}^i\overline{M}^j}{EI}dx+\sum_n\frac{\overline{S}_n^i\overline{S}_n^j}{k_n}\right\}/P_i$$



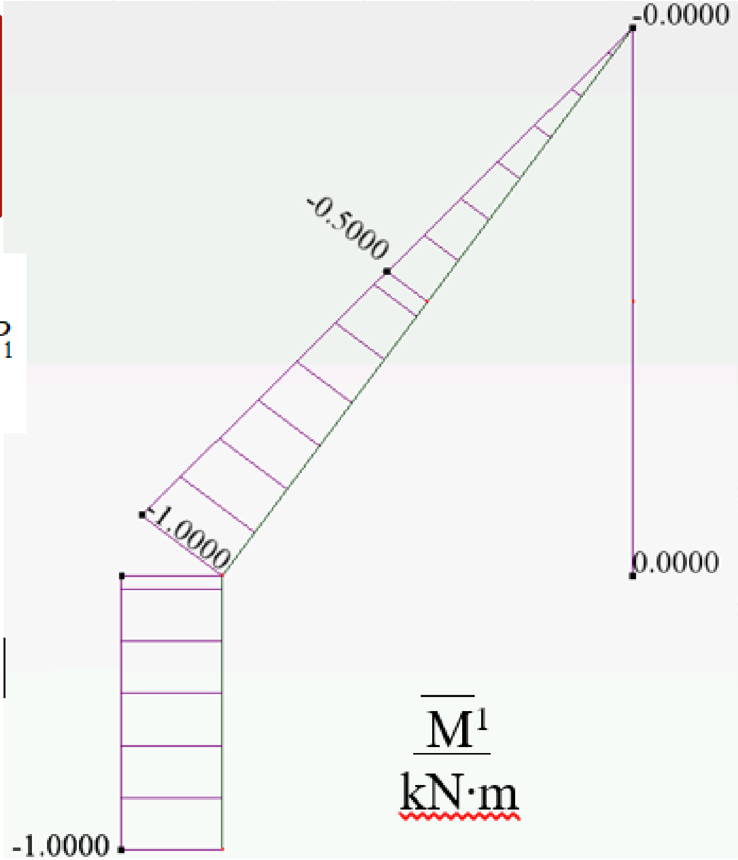
$$\delta_{12}=\left\{\frac{1}{2}2\cdot2\cdot\frac{1}{2}\cdot(-1)+\frac{5}{6}\left[-1\cdot2-4\cdot\frac{1}{2}\cdot3+0\cdot4\right]+0+\frac{1\cdot0}{10}\right\}\frac{kN\cdot m^2}{EI}=\{-1-6,6667+0\}\frac{kN\cdot m^2}{EI}=$$

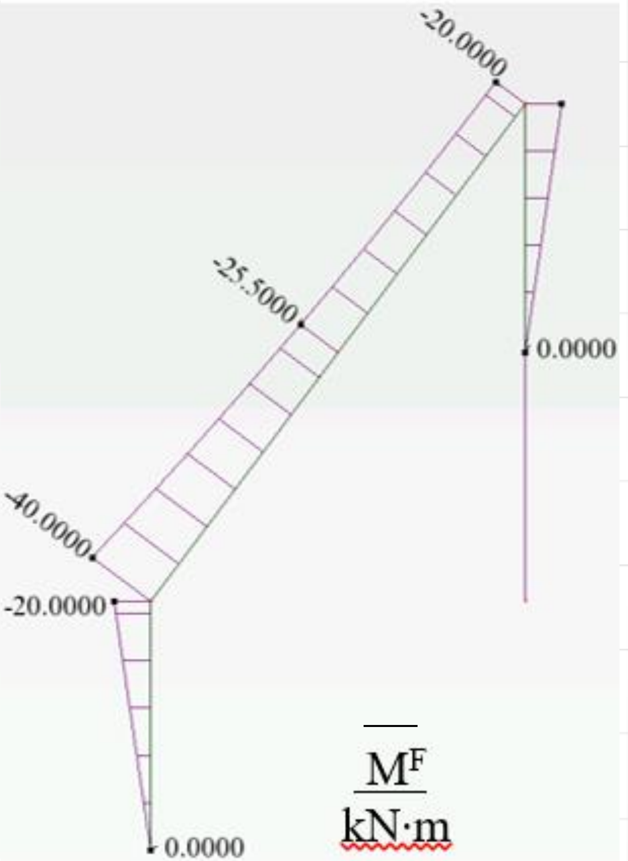
$$=-7,6667\frac{kN\cdot m^2}{EI},$$

OBLICZENIE WYRAZÓW WOLNYCH UKŁADU RÓWNAŃ METODY SIŁ

$$\delta_{11} X_1^F + \delta_{12} X_2^F + \delta_{1F} = 0$$
$$\delta_{21} X_1^F + \delta_{22} X_2^F + \delta_{2F} = 0$$

$$\delta_{iF} = \left\{ \int \frac{\bar{M}^i \bar{M}^F}{EI} dx + \sum_n \frac{\bar{S}_n^i \bar{S}_n^F}{k_n} \right\} / P_1$$



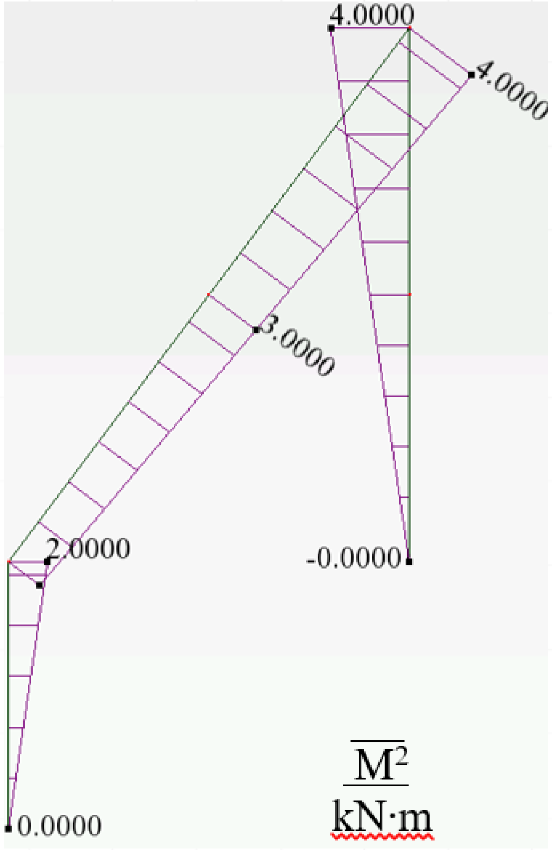


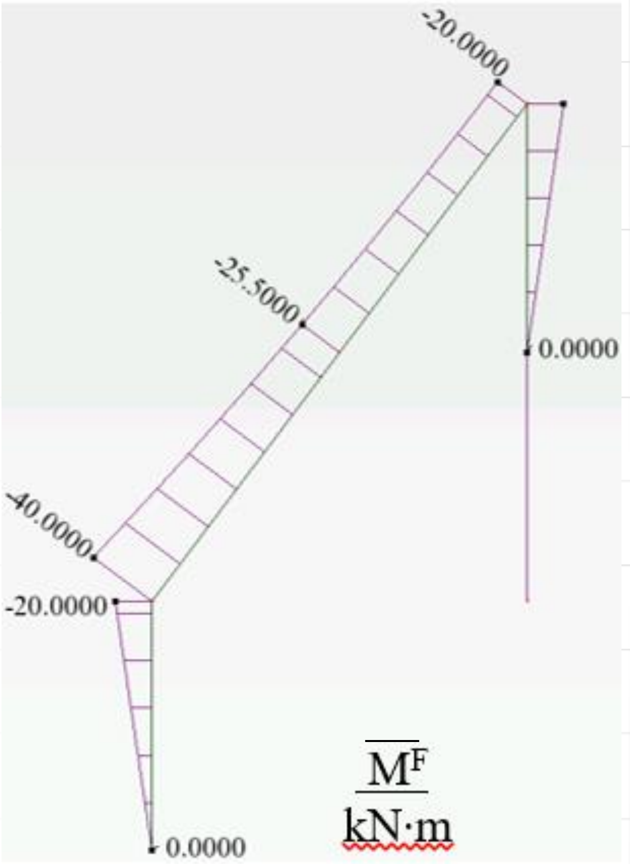
$$\delta_{1F} = \left\{ \frac{2}{6 \cdot 2} \left[-1 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) \cdot (-10) + (-1) \cdot (-20) \right] + \frac{5}{6} \left[(-1) \cdot (-40) + 4 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (-25,5) + 0 \cdot (-20) \right] + \right.$$
$$\left. +0 + \frac{1 \cdot 0}{10} \right\} \frac{kN \cdot m^2}{EI} = \{10 + 75,8333 + 0\} \frac{kN \cdot m^2}{EI} = 85,8333 \frac{kN \cdot m^2}{EI},$$

OBLICZENIE WYRAZÓW WOLNYCH UKŁADU RÓWNAŃ METODY SIŁ

$$\boxed{\begin{aligned}\delta_{11}X_1^F+\delta_{12}X_2^F+\delta_{1F}=0\\ \delta_{21}X_1^F+\delta_{22}X_2^F+\delta_{2F}=0\end{aligned}}$$

$$\delta_{iF}=\left\{\int\frac{\bar{M}^i\bar{M}^F}{EI}dx+\sum_n\frac{\bar{S}_n^i\bar{S}_n^F}{k_n}\right\}/P_1$$





$$\delta_{2F}=\left\{\frac{1}{2}2\cdot2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(-20)+\frac{5}{6}\left[2\cdot(-40)+4\cdot3\cdot(-25{,}5)+4\cdot(-20)\right]+\frac{2}{6}\left[4\cdot(-20)+4\cdot3\cdot(-10)+2\cdot0\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1\cdot0}{10}\right\}\frac{kN\cdot m^3}{EI}=\{-13{,}3333-388{,}3333-60{,}6667+0\}\frac{kN\cdot m^3}{EI}=-468{,}3333\frac{kN\cdot m^3}{EI},$$

SZCZEGÓŁOWA POSTAĆ UKŁADU RÓWNAŃ I JEGO ROZWIĄZANIE

$$2,7667\frac{kN\cdot m^2}{EI}X_1^F-7,6667\frac{kN\cdot m^2}{EI}X_2^F+85,8333\frac{kN\cdot m^2}{EI}=0,$$

$$-7,6667\frac{kN\cdot m^3}{EI}X_1^F+69,3333\frac{kN\cdot m^3}{EI}X_2^F-468,3333\frac{kN\cdot m^3}{EI}=0,$$

$$\boxed{X_1^F=-17,7422, \qquad X_2^F=4,7929.}$$

ZADANIE DOMOWE (projekt nr 1, zadanie nr 2):

1. Wyznaczenie stopnia statycznej niewyznaczalności układu i sprawdzenie geometrycznej niezmienności układu
2. Dobranie układu podstawowego metody sił (układ SW i GN) i rozpisanie ogólnej postaci układu równań metody sił.
3. Rozwiązanie układu podstawowego od danego obciążenia
4. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia siłą X1=1
5. Rozwiązanie układu podstawowego od obciążenia siłą X2=1
6. Obliczenie współczynników układu równań
7. Szczegółowa postać układu równań
8. Rozwiązanie układu równań (wyznaczenie X1 i X2)
9. Obliczenie rzędnych charakterystycznych sił przekrojowych i sporządzenie wykresów sił przekrojowych