

**WYDZIAŁ MATEMATYKI**  
**WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO**

**KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim:** Algebra z geometrią analityczną  
**Nazwa w języku angielski:** Algebra and analytic geometry  
**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** budownictwo  
**Specjalność (jeśli dotyczy):** .....  
**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna/ niestacjonarna\*  
**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy/ ~~wybieralny~~/ ogólnouczelniany \*  
**Kod przedmiotu:** MAT001465  
**Grupa kursów:** ~~TAK~~ / NIE\*

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	<b>20</b>	<b>10</b>			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	<b>54</b>	<b>54</b>			
Forma zaliczenia	Egzamin / - <del>zaliczenie</del> na ocenę*	<del>Egzamin /</del> zaliczenie na ocenę*	Egzamin / zaliczenie na ocenę*	Egzamin / zaliczenie na ocenę*	Egzamin / zaliczenie na ocenę*
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS	<b>2</b>	<b>2</b>			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		<b>2,0</b>			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	<b>1,2</b>	<b>0,5</b>			

\*niepotrzebne skreślić

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zalecana jest umiejętność wykonywania podstawowych operacji algebraicznych na liczbach wymiernych i rzeczywistymi oraz znajomość podstawowych figur i brył.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1. Poznanie podstawowych własności liczb zespolonych
- C2. Poznanie podstawowych algebraicznych własności wielomianów.
- C3. Opanowanie pojęcia wektora, przestrzeni wektorowej i bazy przestrzeni, długości wektora, wyznaczania równań obiektów (prostych, płaszczyzn, krzywych stożkowych, kul, pierścieni, stożków), obliczania odległości punktów od obiektów i odległości między obiektami przestrzeni.
- C4. Opanowanie pojęcia macierzy, działań macierzowych, umiejętności obliczania wyznaczników, wartości i wektorów własnych macierzy.
- C5. Opanowanie i poznanie podstawowych metod rozwiązywania układów równań liniowych oraz metod obliczania błędów rozwiązań.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA	
<b>Z zakresu wiedzy:</b>	
PEK_W01	zna podstawowe własności liczb zespolonych.
PEK_W02	zna podstawowe własności algebraiczne wielomianów.
PEK_W03	zna podstawowe pojęcia przestrzeni $R^3$ , zna opis podstawowych obiektów (prostych, płaszczyzn, krzywych stożkowych, kul, pierścieni, stożków) oraz ich własności.
PEK_W04	zna podstawowe metody rozwiązywania: macierzowych równań liniowych, wartości i wektorów własnych oraz zna metody obliczania błędów rozwiązań.
<b>Z zakresu umiejętności:</b>	
PEK_U01	potrafi przeprowadzać obliczenia z wykorzystaniem liczb zespolonych.
PEK_U02	potrafi dodawać, mnożyć i dzielić wielomiany.
PEK_U03	potrafi wyznaczać równania prostych, krzywych stożkowych, płaszczyzn, kul, pierścieni, stożków, potrafi obliczać długość wektora oraz odległości punktów od obiektów w $R^3$ .
PEK_U04	potrafi dodawać i mnożyć macierze, obliczać wyznaczniki, wartości i wektory własne oraz potrafi określić liniową zależność wektorów.
PEK_U05	potrafi obliczyć rząd macierzy, rozwiązywać układy równań liniowych.
<b>Z zakresu kompetencji społecznych:</b>	
PEK_K01	potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę.
PEK_K02	rozumie konieczność systematycznej, samodzielnej i zespołowej pracy nad opanowaniem materiału kursu.
PEK_K03	uczy się myśleć logicznie, precyzyjnie formułować zagadnienia i je rozwiązywać w ramach określonej teorii i przy konkretnych założeniach.

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Liczby zespolone. Podstawowe definicje. Postać algebraiczna. Liczba sprzężona. Moduł liczby zespolonej.	1
Wy2	Argument główny. Postać trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Wzór de Moivre'a. Mnożenie i dzielenie liczb zespolonych w postaci trygonometrycznej i wykładniczej. Pierwiastki n-tego stopnia liczby zespolonej. Interpretacje geometryczne.	2
Wy3	Wielomiany. Działania na wielomianach. Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bézouta. Zasadnicze Twierdzenie Algebry.	1
Wy4	Rozkład wielomianu o współczynnikach rzeczywistych na czynniki liniowe i kwadratowe. Funkcje wymierne. Rzeczywiste ułamki proste.	2
Wy5	Krzywe stożkowe. Geometria analityczna w $R^3$ . Iloczyn skalarny, wektorowy, mieszany. Norma wektora.	1
Wy6	Równania płaszczyzn. Równania prostych. Odległość punktu od płaszczyzny lub prostej.	1
Wy7	Macierze. Dodawanie i mnożenie macierzy. Własności działań na macierzach. Transponowanie macierzy. Rodzaje macierzy (jednostkowa, diagonalna, symetryczna, trójkątna, pasmowa).	1
Wy8	Permutacje. Określenie wyznacznika i jego własności. Rozwinięcie Laplace'a. Dopełnienie algebraiczne. Rząd macierzy. Odwracanie macierzy.	1
Wy9	Przestrzenie wektorowe $R^n$ . Działania na wektorach. Iloczyn skalarny. Długość wektora. Nierówność Cauchy'ego - Schwarz'a. Kąt między wektorami.	2

Wy10	Układy równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Metoda Cramera, macierzy odwrotnej. Liniowa kombinacja wektorów. Wektory liniowo zależne i niezależne. Baza przestrzeni.	2
Wy11	Metoda Gaussa, Choleskiego. Układy równań liniowych z ograniczoną prawą stroną.	2
Wy12	Norma macierzy. Macierze dobrze i źle uwarunkowane. Błędy rozwiązań.	1
Wy13	Wektory i wartości własne macierzy. Wielomian charakterystyczny. Wyznaczanie wektorów i wartości własnych.	1
Wy14	Przekształcenia liniowe (jądro, obraz, rząd). Wektory i wartości własne odwzorowań liniowych.	1
Wy15	Zastosowania.	1
	<b>Suma godzin</b>	<b>20</b>

<b>Forma zajęć – ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Cw1	Liczby zespolone.	2
Cw2	Wielomiany	1
Cw3	Przestrzenie $R^2$ i $R^3$ .	1
Cw4	Macierze i wyznaczniki.	2
Cw5	Wartości i wektory własne.	1
Cw6	Układy równań liniowych.	2
Cw7	Układy równań liniowych z ograniczoną prawą stroną.	1
	<b>Suma godzin</b>	<b>10</b>

<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1		
...		
	<b>Suma godzin</b>	

<b>Forma zajęć - projekt</b>		<b>Liczba godzin</b>
Pr1		
...		
	<b>Suma godzin</b>	

<b>Forma zajęć - seminarium</b>		<b>Liczba godzin</b>
Se1		
...		
	<b>Suma godzin</b>	

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>	
N1. Wykład – metoda tradycyjna	
N2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna	
N3. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń z wykorzystaniem pakietów matematycznych.	
N4. Konsultacje.	

<b>OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA</b>		
Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia

(na koniec semestru)		
F1 – Ćw	PEK_W01 - PEK_W04 PEK_K01 - PEK_K03	ocenianie aktywności studentów w rozwiązywaniu zadań z list
P1 - Ćw	PEK_U01-PEK_U05	odpowiedzi ustne, kartkówki, dwa kolokwia lub e-sprawdziany
F2 – W	PEK_W01 - PEK_W04 PEK_U01 - PEK_U05 PEK_K01 - PEK_K03	ocenianie aktywności studentów w rozwiązywaniu problemów sformułowanych na wykładzie
P2 - W	PEK_W01 - PEK_W04 PEK_U01 - PEK_U05	Egzamin lub e-egzamin

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Białynicki-Birula, Algebra Liniowa z Geometrią, PWN 1976.
- [2] F. Leja, Geometria analityczna, PWN, Warszawa 1972.
- [3] A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN, Warszawa 1963.
- [4] G. Banaszk, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, część I, WNT, Warszawa 2002
- [5] A. Ralston, P. Rabinowitz, A First Course in Numerical Analysis, Dover Publications, INC, NY 2012.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] G. Farin, D. Hansford, Practical Linear Algebra: A Geometry Toolbox 2004, AK Peters, 2005.
- [2] B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2004.
- [3] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2014.
- [4] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2014.
- [5] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna.. Definicje, twierdzenia i wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2014.
- [6] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa. Definicje, twierdzenia i wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2014.
- [7] E. Kącki, D. Sadowska, L. Siewierski, Geometria analityczna w zadaniach, PWN, Warszawa 1993..
- [8] W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, Cz. A, PWN, Warszawa 2003.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ZAKŁAD, ADRES E-MAIL)**

##### **Wydział Matematyki/PWr**

Dr hab. Agnieszka Wyłomańska  
Komisja programowa Wydziału Matematyki

##### **W2/PWr**

Doc. dr inż. Andrzej T. Janczura, [atj@pwr.edu.pl](mailto:atj@pwr.edu.pl)

#### **ZESPÓŁ DYDAKTYCZNY W2/PWR (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr hab. inż. Wojciech Puła, W2/PWr [wojciech.pula@pwr.edu.pl](mailto:wojciech.pula@pwr.edu.pl)

Doc. dr inż. Andrzej Janczura, W2/PWr, [andrzej.janczura@pwr.edu.pl](mailto:andrzej.janczura@pwr.edu.pl)

Doc. dr inż. Marek Kopiński, W2/PWr, [marek.kopinski@pwr.edu.pl](mailto:marek.kopinski@pwr.edu.pl)

Dr hab. inż. Piotr Ruta, W2/PWr, [piotr.ruta@pwr.edu.pl](mailto:piotr.ruta@pwr.edu.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Algebra z geometrią analityczną**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU **budownictwo****  
**I SPECJALNOŚCI .....**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia**</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego*</b>
<b>Wiedza</b>				
<b>PEK_W01</b>	K1_W01	C1	Wy1, Wy2	N1,N3,N4
<b>PEK_W02</b>	K1_W01	C2	Wy3, Wy4	N1,N3,N4
<b>PEK_W03</b>	K1_W01	C3	Wy5 - Wy7	N1,N3,N4
<b>PEK_W04</b>	K1_W01	C4, C5	Wy8 – Wy15	N1,N3,N4
<b>Umiejętności</b>				
<b>PEK_U01</b>	K1_U26	C1	Cw1	N1,N2,N3,N4
<b>PEK_U02</b>	K1_U26	C2	Cw2	N1,N2,N3,N4
<b>PEK_U03</b>	K1_U26	C3	Cw3	N1,N2,N3,N4
<b>PEK_U04</b>	K1_U26	C4	Cw4, Cw5	N1,N2,N3,N4
<b>PEK_U05</b>	K1_U26	C5	Cw6, Cw7	N1,N2,N3,N4
<b>Kompetencje społeczne</b>				
<b>PEK_K01</b>	K1_U01, K1_K01, K1_K02, K1_K03	C1 - C5	W1 - W15	N1,N2,N3,N4
<b>PEK_K02</b>	K1_U01, K1_K01, K1_K02, K1_K03	C1 - C5	W1 - W15	N1,N2,N3,N4
<b>PEK_K03</b>	K1_U01, K1_K01, K1_K02, K1_K03	C1 - C5	W1 - W15	N1,N2,N3,N4

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej