

Na prawach rękopisu

Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego  
Politechniki Wrocławskiej

**Badanie stateczności ściskanych  
osiowo walcowych powłok  
stalowych z uwzględnieniem  
kształtu i liczby imperfekcji  
geometrycznych**

Raport serii PRE nr 8/2022

Praca doktorska

Mgr inż. Damian KOZIKOWSKI

Słowa kluczowe:  
konstrukcja stalowa, imperfekcje  
geometryczne, stateczność powłok

Promotor: dr hab. inż. Eugeniusz HOTAŁA, prof. uczelni

Wrocław, czerwiec 2022 r.

Autor:

Mgr inż. Damian Kozikowski

.....

Politechnika Wrocławska

Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego

Katedra Konstrukcji Budowlanych

Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

e-mail: damian.kozikowski@pwr.edu.pl

Raport został złożony w Redakcji Wydawnictw Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej w czerwcu 2022 r.

Lista odbiorców:

Recenzenci	2 egz.
Promotor	1 egz.
Autor	1 egz.
CWiINT PWr	1 egz.
Archiwum W-2	2 egz.

---

Razem 7 egz.

*Szczególne podziękowania składam mojemu  
Promotorowi Eugeniuszowi Hotale za ofiarowany  
czas, wsparcie merytoryczne i cenne rady.*

*Serdecznie dziękuję całej mojej Rodzinie,  
a w szczególności do Żonie Martynie - Wasza  
wiara we mnie podtrzymywała mnie na duchu  
i nieustannie motywowała do pracy.*

*Dziękuję również Łukaszowi Skotnemu  
za zaangażowanie i okazane wsparcie.*

*Maciejowi Obarze dziękuję za umiłanie mi pracy  
swoją grą na saksofonie.*



# Spis treści

---

<b>SPIS TREŚCI.....</b>	<b>5</b>
<b>WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ.....</b>	<b>7</b>
<b>SPIS RYSUNKÓW.....</b>	<b>9</b>
<b>SPIS TABEL.....</b>	<b>13</b>
<b>1. WPROWADZENIE .....</b>	<b>15</b>
1.1 GENEZA TEMATU PRACY .....	15
1.2 PRZYKŁADY POMIARÓW ODCHYLEK GEOMETRYCZNYCH POWŁOK RZECZYWISTYCH .....	17
1.3 MODELOWANIE RZECZYWISTEGO ZACHOWANIA OBCIĄŻONEJ POWŁOKI WALCOWEJ.....	19
1.4 CELE PRACY DOKTORSKIEJ .....	22
<b>2. ROZPOZNANIE LITERATURY.....</b>	<b>24</b>
2.1 WSTĘP .....	24
2.2 WYBOCZENIE POWŁOKI WALCOWEJ ŚCISKANEJ OSIOWO .....	24
2.2.1 <i>Wprowadzenie</i> .....	24
2.2.2 <i>Wpływ warunków podparcia i długości powłoki na jej nośność krytyczną.....</i>	<i>28</i>
2.3 STATECZNOŚĆ STALOWEJ POWŁOKI WALCOWEJ I MODELOWANIE IMPERFEKCJI W ANALIZIE NOŚNOŚCI ..	32
2.3.1 <i>Wprowadzenie</i> .....	32
2.3.2 <i>Imperfekcje wynikające z procesu wytwarzania konstrukcji.....</i>	<i>36</i>
2.3.3 <i>Imperfekcje przyjmowane w analizach numerycznych .....</i>	<i>50</i>
2.4 ROLA IMPERFEKCJI W WYMIAROWANIU POWŁOK WALCOWYCH.....	58
2.4.1 <i>Wprowadzenie.....</i>	<i>58</i>
2.4.2 <i>Imperfekcje w procedurze analitycznej wymiarowania powłok według normy PN-EN 1993-1-6 [N1] .....</i>	<i>60</i>
2.4.3 <i>Imperfekcje w procedurze analitycznej wymiarowania powłok według innych niż Eurokod norm projektowych i literatury.....</i>	<i>64</i>
2.4.4 <i>Kontrola jakości wykonania powłok poprzez pomiar imperfekcji według norm projektowych.....</i>	<i>68</i>
2.4.5 <i>Wnioski z przeglądu literatury.....</i>	<i>77</i>
<b>3. CELE I TEZY PRACY DOKTORSKIEJ .....</b>	<b>82</b>
<b>4. BADANIE WPŁYWU IMPERFEKCJI MIEJSCOWYCH NA NOŚNOŚĆ POWŁOKI WALCOWEJ ŚCISKANEJ OSIOWO.....</b>	<b>83</b>
4.1 WPROWADZENIE .....	83
4.2 IMPERFEKCJE W POSTACI LOKALNYCH WGNIECIEŃ .....	85
4.3 KSZTAŁT IMPERFEKCJI REPREZENTATYWNEJ .....	94

4.4	ZASTOSOWANIE METOD NUMERYCZNYCH DO OCENY NOŚNOŚCI POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ ŚCISKANEJ OSIOWO .....	102
4.4.1	<i>Dobór rodzaju elementów skończonych ze względu na parametry fizyczne modelu .....</i>	<i>103</i>
4.4.2	<i>Kalibracja modelu numerycznego w analizie LBA.....</i>	<i>106</i>
4.5	ANALIZA GMNIA ZADANEJ GEOMETRII POWŁOKI .....	110
4.6	WPLYW PARAMETRÓW MODELU IMPERFEKCJI LOKALNEJ NA NOŚNOŚĆ POWŁOKI WALCOWEJ W ANALIZIE GMNIA .....	130
4.6.1	<i>Wpływ parametru kształtu imperfekcji lokalnej na nośność powłoki walcowej.....</i>	<i>130</i>
4.6.2	<i>Wpływ długości osiowej i obwodowej imperfekcji lokalnej na nośność powłoki walcowej.....</i>	<i>134</i>
4.6.3	<i>Analiza uzyskanych wyników w kontekście normy PN-EN 1993-1-6 [N1] .....</i>	<i>139</i>
4.6.4	<i>Autorska metoda pomiaru imperfekcji lokalnej .....</i>	<i>146</i>
4.6.5	<i>Oszacowanie nośności powłoki walcowej na podstawie autorskiej metody pomiaru imperfekcji lokalnej .....</i>	<i>147</i>
4.7	ANALIZA GMNIA POWŁOKI Z IMPERFEKCJAMI PRZYJMOWANYMI Z FORM WŁASNYCH .....	155
4.8	ANALIZA GMNIA POWŁOKI Z IMPERFEKCJAMI POCHODZĄCYMI Z ANALIZY GNA .....	164
4.9	ANALIZA GMNIA POWŁOKI Z IMPERFEKCJAMI WELD TYPE A.....	167
4.10	DYSKUSJA.....	169
<b>5.</b>	<b>BADANIE WPLYWU LICZBY IMPERFEKCJI LOKALNYCH NA NOŚNOŚĆ POWŁOKI WALCOWEJ ŚCISKANEJ OSIOWO .....</b>	<b>177</b>
5.1	WPROWADZENIE.....	177
5.2	WPLYW LICZBY IMPERFEKCJI NA NOŚNOŚĆ POWŁOKI WALCOWEJ .....	178
5.3	WPLYW ZRÓŻNICOWANIA AMPLITUDY IMPERFEKCJI NA NOŚNOŚĆ POWŁOKI WALCOWEJ .....	187
5.4	DYSKUSJA .....	196
<b>6.</b>	<b>PODSUMOWANIE, WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE .....</b>	<b>200</b>
6.1	PODSUMOWANIE WYNIKÓW PRACY.....	200
6.2	WNIOSKI .....	202
6.3	KIERUNKI DALSZYCH BADAŃ .....	203
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>206</b>
	<b>CYTOWANE NORMY .....</b>	<b>215</b>
	<b>ZAŁĄCZNIK A: PROGRAMY STWORZONE NA POTRZEBY BADAŃ.....</b>	<b>216</b>
A.1	PROGRAMY NAPISANE W JĘZYKU VBA .....	216
A.2	PROGRAMY NAPISANE W JĘZYKU MATLAB .....	219
	<b>STRESZCZENIE.....</b>	<b>222</b>
	<b>ABSTRACT .....</b>	<b>223</b>

## Wykaz ważniejszych oznaczeń

---

$D$	- elastyczna sztywność osiowa powłoki przy zginaniu,
$E$	- moduł sprężystości,
$f_{yk}$	- charakterystyczna granica plastyczności stali,
$h$	- efektywna grubość powłoki,
$I$	- macierz jednostkowa,
$k$	- elastyczna sztywność odniesienia,
$K$	- macierz sztywności,
$l_{gw}$	- długość przymiaru przy pomiarze w poprzek spoin zgodnie z [N1],
$l_{gx}$	- długość przymiaru przy pomiarze imperfekcji w kierunku południkowym zgodnie z [N1],
$l_{g\theta}$	- długość przymiaru przy pomiarze imperfekcji w kierunku obwodowym zgodnie z [N1],
$L$	- długość powłoki,
$N_x$	- wartość siły osiowej przyłożonej do powłoki,
$Q$	- parametr jakości wytwarzania zgodnie z Tablica D.2 [N1]
$r, R$	- promień powłoki,
$s$	- parametr skali zgodnie z [N2],
$S$	- powierzchnia,
$t$	- grubość powłoki,
$u$	- odkształcenie w kierunku osiowym w powłoce cylindrycznej,
$U_0$	- względne wgłębienie ścianki zgodnie z [N1]
$U_n$	- parametr wstępnego wgłębienia (na użytek obliczeń numerycznych) zgodnie z [N1],
$v$	- odkształcenie w kierunku obwodowym w powłoce cylindrycznej,
$V$	- objętość,
$w$	- odkształcenie w kierunku radialnym w powłoce cylindrycznej,
$w_0$	- wartość amplitudy reprezentatywnej imperfekcji zgodnie z [N2],
$\Delta w_k$	- charakterystyczna wartość amplitudy imperfekcji zgodnie z Załącznikiem D [N1],
$\alpha$	- współczynnik imperfekcji zgodnie z [N1],
$\alpha_0$	- parametr imperfekcji przy sprężystym wyboczeniu powłoki bez udziału ciśnienia wewnętrznego zgodnie z [N2],
$\alpha_{pe}$	- współczynnik imperfekcji przy wyboczeniu sprężystym, w warunkach ciśnienia wewnętrznego zgodnie z [N2],

$\alpha_{pp}$	- współczynnik imperfekcji przy wyboczeniu plastycznym, w warunkach osiowego ściskania i ciśnienia wewnętrznego zgodnie z [N1],
$\alpha_x$	- współczynnik redukcyjny, ze względu na imperfekcje południkowe zgodnie z Załącznikiem D [N1],
$\gamma$	- parametr kształtu imperfekcji,
$\delta$	- wartość wgniecenia w punkcie,
$\delta_0$	- amplituda wgniecenia,
$\eta$	- wykładnik w formule interakcji przy wyboczeniu sprężysto-plastycznym zgodnie z [N1],
$\theta$	- współrzędna kątowna,
$\kappa$	- współczynniki redukcyjny (związany z rzeczywistymi naprężeniami wyboczeniowymi) dla wyboczenia powłoki (podstawowe krzywe wyboczeniowe), zgodnie z [N3],
$\kappa_\varphi$	- parametr długości obwodowej imperfekcji
$\kappa_\omega$	- parametr długości osiowej imperfekcji,
$\lambda_0$	- długość półfali wyboczeniowej,
$\bar{\lambda}_0$	- graniczna smukłość względna, powyżej której uwzględnia się redukcję nośności ze względu na niestateczność lub zmianę geometrii zgodnie z [N1],
$\bar{\lambda}_p$	- graniczna smukłość względna, poniżej której uwzględnia się sprężysto-plastyczny charakter niestateczności zgodnie z [N1],
$\bar{\lambda}_s$	- względna smukłość powłoki zgodnie z [N3],
$\nu$	- współczynnik poissona,
$\Sigma$	- współczynnik nośności wyboczeniowej powłoki,
$\sigma_{cl}$	- wartość naprężeń krytycznych towarzysząca utracie stateczności powłoki w teorii klasycznej,
$\sigma_{cr}$	- wartość naprężeń krytycznych,
$\sigma_{x,Rcr}$	- naprężenia krytyczne przy wyboczeniu sprężystym zgodnie z [N2],
$\sigma_{xS,R,k}$	- charakterystyczna nośność powłoki ściskanej uwzględniającą jej niestateczność zgodnie z [N3],
$\chi_x$	- redukcyjny współczynnik wyboczeniowy zgodnie z [N1],
$\psi$	- parametr nierównomiernego rozkładu naprężenia zgodnie z [N2],
$\omega_0$	- częstość drgań własnych,



## **Spis rysunków**

---

RYS. 1-1 IMPERFEKCJE PŁASZCZA SILOSU ZMIERZONE W PORT KEMBLA: A) POMIARY GLOBALNE; B) POMIARY LOKALNE, ŹRÓDŁO: [23] .....	18
RYS. 1-2 MAKSYMALNA WARTOŚĆ GŁĘBOKOŚCI IMPERFEKCJI W RÓŻNYCH PUNKTACH OBWODU POWŁOKI, ŹRÓDŁO: [25] .....	19
RYS. 2-1 TYPOWA ZALEŻNOŚĆ ODKSZTAŁCENIA PIONOWEGO SWOBODNEGO KOŃCA POWŁOKI WALCOWEJ W STOSUNKU DO PRZYROSTU OSIOWEGO OBCIĄŻENIA ŚCISKAJĄCEGO, ŹRÓDŁO: [11] .....	25
RYS. 2-2 TYPOWA FORMA WYBOCZENIA ŚCISKANEJ POWŁOKI WALCOWEJ: A) FORMA OSIOWOSYMETRYCZNA, B) FORMA NIEOSIOWOSYMETRYCZNA, ŹRÓDŁO [11] .....	26
RYS. 2-3 GRAFICZNA REPREZENTACJA KOŁA KOITERA JAKO FUNKCJI $Z$ W OBSZARZE KARTEZJAŃSKIM, ŹRÓDŁO: [37] .....	27
RYS. 2-4 OBJAŚNIENIE SYMBOLI UŻYTYCH W RÓWNANIU (2.3) ŹRÓDŁO: [42] .....	29
RYS. 2-5 WARTOŚĆ WZGLĘDNEGO WSPÓŁCZYNNIKA NOŚNOŚCI $\Sigma$ W ZALEŻNOŚCI OD WZGLĘDNEGO PARAMETRU DŁUGOŚCI $ZL$ DLA RÓŻNYCH SPOSOBÓW PODPARCIA WG (2.3), GDZIE $R$ TO PROMIEŃ POWŁOKI, A $H$ TO EFEKTYWNA GRUBOŚĆ POWŁOKI, ŹRÓDŁO: [19] .....	31
RYS. 2-6 KRZYWE WPŁYWU AMPLITUDY IMPERFEKCJI OSIOWOSYMETRYCZNYCH $w_0/t$ NA NOŚNOŚĆ POWŁOKI $\alpha = \Sigma = \sigma_{cr}/\sigma_{cl}$ , ŹRÓDŁO: [11] .....	35
RYS. 2-7 RYSUNEK SCHEMATYCZNY NIEDOKŁADNOŚCI DOPASOWANIA ARKUSZY BLACH W PROCESIE WYKONYWANIA POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ, ŹRÓDŁO: [67] .....	36
RYS. 2-8 ODCHYLEKI WYNIKAJĄCE ZE SKURCZU SPAWALNICZEGO: A) „WELD TYPE A” I B) „WELD TYPE B”, ŹRÓDŁO: [20] .....	39
RYS. 2-9 FUNKCJE KSZTAŁTU OBWODOWYCH IMPERFEKCJI SPAWALNICZYCH, GDZIE $\delta t$ JEST WARTOŚCIĄ ODCHYLEKI W PUNKCIE POWŁOKI, $xt$ TO WZGLĘDNA WSPÓLRZĘDNA OSIOWA, A $t$ TO GRUBOŚĆ POWŁOKI ŹRÓDŁO: [77] .....	41
RYS. 2-10 ZNORMALIZOWANY WYMIAR ODCHYLEKI W KIERUNKU RADIALNYM: A) W KIERUNKU OBWODOWYM, B) W KIERUNKU OSIOWYM, GDZIE $w/w_{max}$ JEST WZGLĘDNĄ WARTOŚCIĄ ODCHYLEKI, $\xi$ I $\eta$ TO ODPOWIEDNIO WZGLĘDNA WSPÓLRZĘDNA OSIOWA I OBWODOWA, $R$ TO PROMIEŃ POWŁOKI, $\theta$ TO DŁUGOŚĆ ŁUKU, A $\lambda$ TO DŁUGOŚĆ TEORETYCZNEJ PÓLFALI WYBOCZENIOWEJ ŹRÓDŁO: [67] .....	43
RYS. 2-11 SCHEMAT IMPERFEKCJI OBWODOWEJ W OKOLICY SPOINY I TOWARZYSZĄCE JEJ POLE NAPRĘŻEŃ, ŹRÓDŁO: [77] .....	45
RYS. 2-12 WPŁYW NAPRĘŻEŃ REZYDUALNYCH NA NOŚNOŚĆ POWŁOK PRZY RÓŻNYCH AMPLITUDACH IMPERFEKCJI, ŹRÓDŁO: [77] .....	46
RYS. 2-13 UZYSKANE FORMY WŁASNE W ANALIZIE LBA DLA POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ PODDANEJ OSIOWEMU ŚCISKANIU, GDZIE $\alpha$ TO KĄT OBROTU SIATKI ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH, $L$ TO DŁUGOŚĆ POWŁOKI, $R$ TO PROMIEŃ POWŁOKI, A $T$ TO GRUBOŚĆ POWŁOKI, ŹRÓDŁO: [103] .....	53
RYS. 2-14 UZYSKANE GEOMETRIE MODELI MES PRZEZ MODYFIKACJĘ WĘZŁÓW SIATKI DO POŻĄDANEJ GEOMETRII WYNIKAJĄCEJ Z ROZWIĄZANIA ANALITYCZNEGO ZAGADNIENIA WŁASNEGO POWŁOKI ŚCISKANEJ, ŹRÓDŁO: OPRACOWANIE WŁASNE .....	54

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*

RYS. 2-15	GENERYCZNA POSTAĆ KRZYWEJ WYBOCZENIOWEJ POWŁOKI, GDZIE $\lambda$ JEST SMUKŁOŚCIĄ WZGLĘDNĄ, A WSPÓLCZYNNIK $\beta$ JEST OKREŚLONY PRZEZ NORMĘ [N1], ŹRÓDŁO: [11] .....	59
RYS. 2-16	WSPÓLCZYNNIK NOŚNOŚCI SPRĘŻYSTEJ POWŁOKI $\alpha x$ W ODNIESIENIU DO CHARAKTERYSTYCZNEJ AMPLITUDY IMPERFEKCJI $w_0/t$ , ŹRÓDŁO: [11].....	61
RYS. 2-17	WSPÓLCZYNNIK REDUKCYJNY $\kappa$ (ZWIĄZANY Z RZECZYWISTYMI NAPRĘŻENIAMI WYBOCZENIOWYMI) DLA WYBOCZENIA POWŁOKI (PODSTAWOWE KRZYWE WYBOCZENIOWE), ŹRÓDŁO: [N3].....	64
RYS. 2-18	WYNIKI EKSPERYMENTALNE NOŚNOŚCI POWŁOK O SMUKŁOŚCI $R/T=400$ W STOSUNKU DO DŁUGOŚCI WZGLĘDNEJ POWŁOKI $l/l_r$ , ŹRÓDŁO: [123].....	66
RYS. 2-19	NOŚNOŚĆ WYBOCZENIOWA POWŁOKI CYLINDRYCZNEJ ŚCISKANEJ OSIOWO W FUNKCJI SMUKŁOŚCI $R/T$ , ŹRÓDŁO: [119] .....	68
RYS. 2-20	POMIARY GŁĘBOKOŚCI $\Delta w_0$ WGLĘBIEN POCZĄTKOWYCH, ŹRÓDŁO [N1] .....	70
RYS. 2-21	POMIAR GEOMETRII IMPERFEKCJI WEDŁUG NORMY DIN, ŹRÓDŁO [N3] .....	72
RYS. 2-22	KRZYWE WYBOCZENIOWE POWŁOK ŚCISKANYCH POŁUDNIKOWO USTALONE NA PODSTAWIE WYTYCZNYCH NORMOWYCH I LITERATURY [122,N1,N3] .....	78
RYS. 2-23	NOŚNOŚĆ CHARAKTERYSTYCZNA WALCOWEJ POWŁOKI ŚCISKANEJ POŁUDNIKOWO W ZALEŻNOŚCI TOLERANCJI WYMIAROWEJ, NA PODSTAWIE: [122,N1,N3].....	79
RYS. 4-1	CIĄGŁOŚĆ MOMENTOWA W MIEJSCU WYSTĘPOWANIA SPOINY OBWODOWEJ .....	86
RYS. 4-2	KSZTAŁTY DWUWYMIAROWYCH IMPERFEKCJI MIEJSCOWYCH W ZALEŻNOŚCI OD PARAMETRU $\Gamma$ .....	89
RYS. 4-3	KSZTAŁT DWUWYMIAROWYCH IMPERFEKCJI MIEJSCOWYCH W ZALEŻNOŚCI OD STOSUNKU $\kappa\omega/\kappa\varphi$ .....	90
RYS. 4-4	RYSUNEK POGLĄDOWY ZAOBSERWOWANEJ IMPERFEKCJI DLA PRZYKŁADU OBLICZENIOWEGO 2 .....	92
RYS. 4-5	ZESTAWIENIE PRZEKROJÓW IMPERFEKCJI UZYSKANYCH NA PODSTAWIE PARAMETRÓW PRZYJĘTYCH Z TABELI 3-2 .....	101
RYS. 4-6	ZBIEŻNOŚĆ SPRĘŻYSTEGO WYBOCZENIA POWŁOKI W ANALIZIE MES .....	109
RYS. 4-7	PIERWSZA FORMA UTRATY STATECZNOŚCI POWŁOKI DLA: A) SIATKOWANIA #1 Z TABELI 4-4 I B) SIATKOWANIA #6 Z TABELI 4-4 .....	110
RYS. 4-8	SCHEMAT ITERACYJNY A) METODY NEWTONA-RAPHSONA B) ZMODYFIKOWANEJ METODY NEWTONA-RAPHSONA, ŹRÓDŁO: [138].....	117
RYS. 4-9	WYKRES FUNKCJI $f x$ DLA PRZYKŁADU OBLICZENIOWEGO 3 .....	118
RYS. 4-10	ZASTOSOWANIE METODY NEWTONA-RAPHSONA DLA PRZYKŁADU OBLICZENIOWEGO 3.....	119
RYS. 4-11	PRZYKŁADOWA ŚCIEŻKA RÓWNOWAGI STATYCZNEJ POWŁOKI, ŹRÓDŁO: PN-EN 1993-1-6 [N1] .....	120
RYS. 4-12	SCHEMAT ITERACYJNY METODY RIKSA, ŹRÓDŁO: [138].....	122
RYS. 4-13	OGÓLNE PARAMETRY ANALIZY NIELINIOWEJ, ŹRÓDŁO: NX NASTRAN .....	123
RYS. 4-14	ZAAWANSOWANE PARAMETRY ANALIZY NIELINIOWEJ, ŹRÓDŁO: NX NASTRAN.....	124
RYS. 4-15	ŚCIEŻKI RÓWNOWAGI STATYCZNEJ UZYSKANE W RÓŻNYCH RODZAJACH ANALIZY MES .....	127
RYS. 4-16	PRZEKRÓJ OSIOWY I OBWODOWY IMPERFEKCJI LOKALNEJ O ZMIENNEJ AMPLITUDZIE I PARAMETRZE KSZTAŁTU .....	131
RYS. 4-17	ŚCIEŻKI RÓWNOWAGI STATYCZNEJ MODELI ZE ZRÓŻNICOWANYM PARAMETREM KSZTAŁTU I AMPLITUDĄ IMPERFEKCJI .....	132
RYS. 4-18	KRZYWE WPŁYWU IMPERFEKCJI DLA ZRÓŻNICOWANEGO PARAMETRU KSZTAŁTU $\gamma$ .....	133

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*

RYS. 4-19 NOŚNOŚĆ WYBOCZENIOWA POWŁOKI W ZALEŻNOŚCI OD PARAMETRÓW $\kappa\omega$ I $\kappa\varphi$ .....	134
RYS.4-20 WSTĘPNA ANALIZA STATYSTYCZNA JAKOŚCI MODELU REGRESJI NIELINIOWEJ.....	136
RYS. 4-21 WYNIKI ANALIZ GMNIA DLA POWŁOK Z IMPERFEKCJAMI Z NANIESIONĄ POWIERZCHNIĄ REGRESJI NIELINIOWEJ ZE WZORU (4.52) .....	139
RYS. 4-22 POMIAR AMPLITUDY IMPERFEKCJI O RÓŻNICOWANYM PARAMETRZE DŁUGOŚCI OBWODOWEJ $\kappa\varphi$ ....	141
RYS. 4-23 ZESTAWIENIE NOŚNOŚCI POWŁOK Z IMPERFEKCJAMI UZYSKANYCH W ANALIZIE GMNIA I W ANALITYCZNEJ PROCEDURZE NORMOWEJ .....	144
RYS. 4-24 PRZYKŁADOWE POMIARY AMPLITUDY IMPERFEKCJI WZGLĘDEM WSPÓLRZĘDNEJ OSIOWEJ .....	146
RYS. 4-25 PRZYKŁADOWE POMIARY DŁUGOŚCI OBWODOWEJ IMPERFEKCJI .....	147
RYS.4-26 WSTĘPNA ANALIZA STATYSTYCZNA JAKOŚCI MODELU REGRESJI NIELINIOWEJ.....	149
RYS. 4-27 WYNIKI ANALIZ GMNIA DLA POWŁOK Z IMPERFEKCJAMI Z NANIESIONĄ POWIERZCHNIĄ REGRESJI NIELINIOWEJ STANOWIĄCĄ OSZACOWANIE NOŚNOŚCI NA PODSTAWIE ZMIERZONYCH WARTOŚCI $\Delta w_0, max$ I $lg, max$ .....	151
RYS. 4-28 RYSUNEK POGŁĄDOWY ZAOBSERWOWANEJ IMPERFEKCJI DLA PRZYKŁADU OBLICZENIOWEGO 4 .....	152
RYS. 4-29 WYBRANE FORMY WŁASNE Z PRZEDZIAŁU DLA KÓŁ KOITERA $Z = 1,01$ .....	157
RYS. 4-30 ZESTAWIENIE NOŚNOŚCI ANALIZOWANEJ POWŁOKI Z IMPERFEKCJAMI PRZYJMOWANYMI Z FORM WŁASNYCH .....	160
RYS. 4-31 ODKSZTAŁCENIA TOWARZYSZĄCE UTRACIE STATECZNOŚCI POWŁOKI Z IMPERFEKCJAMI PRZYJMOWANYMI Z FORM WŁASNYCH .....	161
RYS. 4-32 KRZYWA WPLYWU IMPERFEKCJI Z OSIOWOSYMETRYCZNEJ FORMY WŁASNEJ ANALIZOWANEJ POWŁOKI .....	163
RYS. 4-33 DEFORMACJE TYPU A I B ODCZYTANE NA ŚCIEŻCE POKRYTYCZNEJ W ANALIZIE GNA .....	165
RYS. 4-34 KRZYWE WPLYWU IMPERFEKCJI DLA DEFORMACJI POCHODZĄCYCH Z ANALIZY GNA ANALIZOWANEJ POWŁOKI.....	166
RYS. 4-35 IMPERFEKCJA WELD TYPE A WPROWADZONA DO MODELU NUMERYCZNEGO ANALIZOWANEJ POWŁOKI .....	168
RYS. 4-36 KRZYWA WPLYWU IMPERFEKCJI WELD TYPE A W BADANEJ POWŁOCE.....	169
RYS. 4-37 KRZYWE WPLYWU IMPERFEKCJI ROZPATRYWANYCH W BADANIACH NUMERYCZNYCH ANALIZOWANEJ POWŁOKI.....	174
RYS. 4-38 DEFORMACJE TOWARZYSZĄCE UTRACIE STATECZNOŚCI ANALIZOWANEJ POWŁOKI Z: A) IMPERFEKCJĄ WELD TYPE A, B) LOKLANĄ IMPERFEKCJĄ OPISANĄ RÓWNANIEM (4.6).....	175
RYS. 5-1 MIEJSCA POTENCJALNEGO WYSTĘPOWANIA MAKSYMALNYCH WARTOŚCI AMPLITUDY IMPERFEKCJI ....	179
RYS. 5-2 KSZTAŁTY DEFORMACJI MIEJSCOWEJ PRZYJĘTE W MODELACH OBLICZENIOWYCH POWŁOKI Z LOSOWYMI IMPERFEKCJAMI.....	180
RYS. 5-3 ZESTAWIENIE NOŚNOŚCI UZYSKANYCH W ANALIZIE GMNIA DLA MODELI O PARAMETRACH Z TABELI 5-1 Z NANIESIONĄ POWIERZCHNIĄ A) REGRESJI NIELINIOWEJ B) POZIOMEM UFNOŚCI 95% .....	184
RYS. 5-4 ODKSZTAŁCENIA TOWARZYSZĄCE UTRACIE STATECZNOŚCI POWŁOKI Z IMPERFEKCJAMI POWODUJĄCYMI OKREŚLONĄ KLASYFIKACJĘ .....	190

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*

RYS. 5-5 WARTOŚCI NOŚNOŚCI OTRZYMANE W ANALIZIE GMNIA Z IMPERFEKCJAMI POWODUJĄCYMI OKREŚLONĄ KLASYFIKACJĘ W PORÓWNANIU DO NOŚNOŚCI NORMOWEJ .....	191
RYS. 5-6 WARTOŚCI NOŚNOŚCI OTRZYMANE W ANALIZIE GMNIA W ZALEŻNOŚCI OD LICZBY IMPERFEKCJI W MODELU.....	192
RYS. 5-7 SCHEMAT POMIARU IMPERFEKCJI W PRZYKŁADZIE OBLICZENIOWYM 5.....	195

## Spis tabel

---

TABELA 2-1 STAŁE WARTOŚCI PARAMETRU $\Sigma$ I ODPOWIADAJĄCE IM GRANICZNE WARTOŚCI $Z_L$ I $Z_u$ , PRZY WSPÓLCZYNNIKU POISSONA $\nu=0.3$ .....	32
TABELA 2-2 RODZAJE ANALIZY POWŁOK, ŹRÓDŁO: [N1].....	60
TABELA 2-3 KLASY TOLERANCJI WYMIAROWYCH UZALEŻNIONE OD SPOSOBU WYTWARZANIA POWŁOKI, ŹRÓDŁO: [124].....	67
TABELA 2-4 ZALECANE WARTOŚCI TOLERANCJI DOTYCZĄCE PARAMETRU WGLĘBIEŃ, ŹRÓDŁO [N1].....	71
TABELA 2-5 ZALECANE WARTOŚCI PARAMETRÓW $Un_1$ I $Un_2$ DOTYCZĄCE AMPLITUDY WGLĘBIEŃ, ŹRÓDŁO: [N1].....	71
TABELA 4-1 SKRAJNE WARTOŚCI AMPLITUDY IMPERFEKCJI DLA PRZEDZIAŁÓW KLASYFIKACYJNYCH.....	93
TABELA 4-2 ZESTAWIENIE PARAMETRÓW KSZTAŁTU IMPERFEKCJI REPREZENTATYWNEJ.....	95
TABELA 4-3 MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH DO ZADANEGO TYPU ANALIZY.....	105
TABELA 4-4 WPŁYW ROZMIARU SIATKI MES NA UZYSKANE WARTOŚCI NAPRĘŻEŃ KRYTYCZNYCH W ANALIZIE LBA.....	108
TABELA 4-5 WSPÓLCZYNNIKI KORELACJI ZMIENNYCH PARAMETRÓW MODELU.....	135
TABELA 4-6 STATYSTYKI PARAMETRÓW MODELU REGRESJI NIELINIOWEJ.....	137
TABELA 4-7 PRZEDZIAŁY UFNOŚCI PARAMETRÓW REGRESJI NIELINIOWEJ MODELU.....	138
TABELA 4-8 KLASYFIKACJA POWŁOKI WZGLĘDEM ZMIERZONEJ IMPERFEKCJI PRZY ZMIENNYM PARAMETRZE DŁUGOŚCI.....	141
TABELA 4-9 WSPÓLCZYNNIKI KORELACJI PARAMETRÓW JAKOŚCI I NOŚNOŚCI WZGLĘDNEJ.....	143
TABELA 4-10 WSPÓLCZYNNIKI KORELACJI $\Delta w_0, max, lg, max$ I $\sigma_{GMNIA}/\sigma_{cl}$ .....	148
TABELA 4-11 STATYSTYKI PARAMETRÓW MODELU REGRESJI NIELINIOWEJ.....	149
TABELA 4-12 PRZEDZIAŁY UFNOŚCI PARAMETRÓW REGRESJI NIELINIOWEJ MODELU.....	150
TABELA 4-13 ZESTAWIENIE NOŚNOŚCI POWŁOKI Z IMPERFEKCJAMI POCHODZĄCYMI Z FORM WŁASNYCH POD WZGLĘDEM LICZBY FAŁ WYBOCZENIOWYCH W KIERUNKU OSIOWYM I OBWODOWYM.....	158
TABELA 5-1 PARAMETRY PRZYJĘTE W ANALIZACH MODELI Z IMPERFEKCJAMI.....	181
TABELA 5-2 WSPÓLCZYNNIKI KORELACJI ZMIENNYCH PARAMETRÓW MODELU.....	183
TABELA 5-3 STATYSTYKI PARAMETRÓW MODELU REGRESJI NIELINIOWEJ.....	185
TABELA 5-4 PRZEDZIAŁY UFNOŚCI PARAMETRÓW REGRESJI NIELINIOWEJ MODELU.....	186
TABELA 5-5 WARTOŚĆ AMPLITUDY IMPERFEKCJI I ODPOWIADAJĄCE JEJ PARAMETRY JAKOŚCI MIERZONE PRZYMIARAMI $lgx$ I $lgw$ WZGLĘDEM WSPÓLRZĘDNEJ OSIOWEJ I OBWODOWEJ.....	188

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*

## **1. Wprowadzenie**

---

### **1.1 Geneza tematu pracy**

Stalowe cienkościennie powłoki walcowe to dźwigary powierzchniowe stosowane powszechnie w przemyśle jako zbiorniki na ciecze i materiały sypkie, rurociągi, kominy, konstrukcje wsporcze silosów i różnych urządzeń technologicznych. W wielu przypadkach są to powłoki ściskane osiowo, a zagadnienia właściwej oceny ich nośności są związane z potrzebą uwzględnienia wpływu realnych odchyłek od idealnej geometrii na wartość nośności granicznej są szczególnie istotne, a powszechnie stosowane procedury wyznaczania tej nośności wymagają nadal pewnych dość istotnych korekt [1]. W dalszym ciągu konieczne są badania, które spowodują zwiększenie bezpieczeństwa eksploatacji i niezawodności konstrukcji powłokowych. Jednym z głównych reprezentantów tej grupy konstrukcji są silosy, które ulegają awarii nawet 1000 razy częściej niż jakiegokolwiek inne konstrukcje budowlane [2]. Niejednokrotnie zatem awarie konstrukcji powłokowych wiążą się z poważnymi konsekwencjami ekonomicznymi wynikającymi z konieczności późniejszych napraw, czy przestojach w produkcji, ale co ważniejsze stanowią zagrożenie dla bezpieczeństwa ludzi.

Utrata nośności silosu najczęściej jest wynikiem wyboczenia się konstrukcji o dużej smukłości poddanej naprężeniom ściskającym. Powłoki walcowe mogą być poddawane oddziaływaniu sił o różnym charakterze: osiowemu ściskaniu, parciu zewnętrznemu i wewnętrznemu, zginaniu oraz ścinaniu. Przy ich wymiarowaniu szczególnie istotne jest właściwe rozpatrzenie występującego w powłoce oddziaływania ściskającego i towarzyszącemu temu oddziaływaniu zjawiska utraty stateczności, które jest jednym z najważniejszych czynników rozpatrywanych podczas procesu projektowania [3,N1,N2]. Zjawisko utraty stateczności smukłej powłoki walcowej jest zagadnieniem skomplikowanym na wielu płaszczyznach. Pierwsze prace, które podejmowały tę problematykę brały pod uwagę powłoki walcowe poddane tylko osiowemu ściskaniu [4–6]. Rozważania te obejmowały liniowo-sprężyste wyboczenie powłok swobodnie podpartych poddanych płaskiemu stanowi naprężenia. Wyniki tych prac znane są powszechnie jako klasyczna teoria wyboczeniowa. W późniejszych latach powstawały prace, które empirycznie sprawdzały słuszność klasycznej teorii, jednak ich wyniki pokazywały, że konstrukcje rzeczywiste wykazują nośność mniejszą o około 30% pomimo dużej staranności przykładanej do odzwierciedlenia założeń analitycznych przy wykonywaniu badań [7–10].

W późniejszych latach podejmowano próbę wyjaśnienia tej rozbieżności i przypisywano ją następującym czynnikom:

1. deformacjom w początkowej fazie badania oraz ich zmianom pod wpływem obciążenia,
2. warunkom brzegowym,
3. mimośrodowi i brakiem równomiernego rozłożenia obciążenia i podparcia,
4. imperfekcjom geometrycznym i naprężeniom rezydualnym [11].

Odkrycie rozbieżności pomiędzy sprężystą teorią wyboczeniową powłok a badaniami doświadczalnymi zaowocowało kolejną falą publikacji i dodatkowo spowodowało zaprzestanie użycia wyników rozważań analitycznych w praktyce inżynierskiej. Prawdopodobnie pierwszymi pracami, w których podjęto próbę opracowania teorii ze szczególnym potraktowaniem geometrii powłoki oraz przyjętych warunków brzegowych były dzieła Flügge [8] i Donnell [12,13]. Jednak dopiero w pracy doktorskiej Koitera [14] można znaleźć wzmianki o wpływie niewielkich imperfekcji na nośność graniczną powłoki walcowej. Niedługo po opublikowaniu tej pracy Donnell i Wan [15] dokonali tego samego odkrycia, które spowodowało znaczny wzrost zainteresowania tymi zagadnieniami w środowisku naukowym na przestrzeni lat 60. i 70. Na przestrzeni lat powstało wiele prac traktujących o imperfekcjach występujących w powłokach oraz ich wpływie na nośność graniczną konstrukcji.

Po raz pierwszy podjęto próbę opisu imperfekcji osiowosymetrycznych z perspektywy inżynierii w dziedzinie lotnictwa [16]. Zlekceważono wtedy jednak problem występowania imperfekcji osiowosymetrycznych, ponieważ dla rozpatrywanej powłoki dominujące były imperfekcje wzdłużne, które były charakterystyczne dla połączeń wykonywanych na długości badanych elementów. Innym powodem, dlaczego tego rodzaju imperfekcje były lekceważone było przeświadczenie o niskim prawdopodobieństwie ich występowania w powłokach rzeczywistych. Było to za sprawą przyjętego modelu sinusoidalnej fali wyboczeniowej o znacznych wymiarach na powierzchni długiej powłoki oraz jej wpływu na nośność wyboczeniową [17,18]. Próby dopasowania wyników eksperymentalnych do wyników rozważań teoretycznych przez wiele lat pozostawały nieskuteczne, gdyż niewiele kształtów imperfekcji było możliwe do odzwierciedlenia w sposób analityczny, aż do czasu niezwykle ważnej pracy zaprezentowanej przez Noboru Yamaki [19]. Udowodnił on również, że utrata stateczności powłoki walcowej jest zależna od kształtu i amplitudy występujących w niej imperfekcji geometrycznych. Znaczący wpływ imperfekcji osiowosymetrycznej na nośność powłoki walcowej przez wiele lat był poruszany z uwagi na to, że jej występowanie w wysokim stopniu obniżało nośność powłoki. Najbardziej realistyczne podejście zaprezentowali jednak



Rotter i Teng w roku 1989 [20]. Opierali oni swoje tezy na występujących wówczas w niewielkiej liczbie badaniach geometrii istniejących silosów i zbiorników.

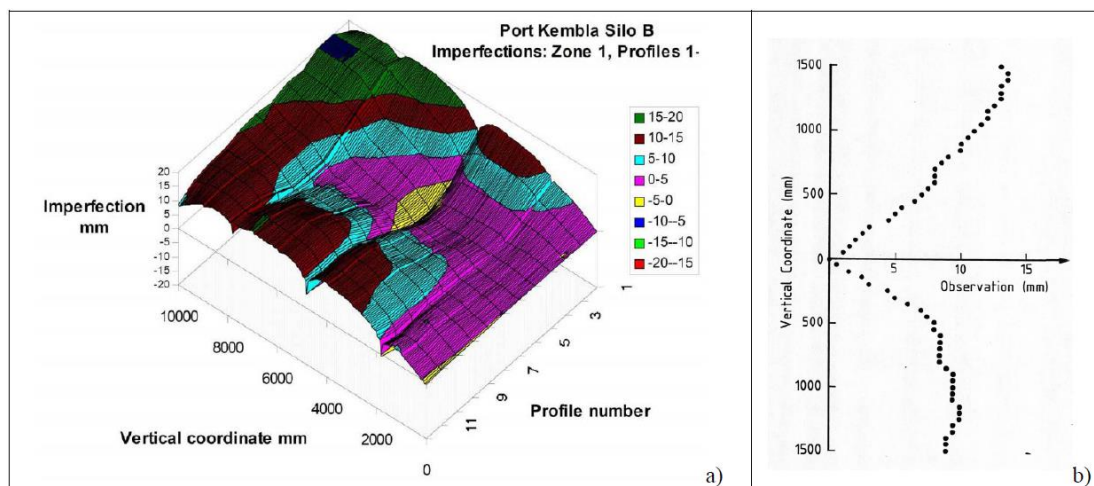
Własne analizy autora wskazują na to, że stosowane obecnie metody uwzględniania odchyłek wykonawczych stalowych powłok walcowych w analizie ich nośności wybozeniowej, opisywane w normach projektowania i w literaturze, pozwalają wprowadzić na bezpieczne oszacowanie nośności, ale w wielu przypadkach te oszacowania są zbyt konserwatywne i nieuzasadnione ekonomicznie. Istnieje potrzeba dalszych badań nad wpływem kształtu i liczbą realnie występujących imperfekcji geometrycznych na nośność ściskanych osiowo stalowych powłok walcowych. Potrzebna jest też pewna korekta stosowanych metod oceny jakości wykonania stalowych powłok walcowych.

## **1.2 Przykłady pomiarów odchyłek geometrycznych powłok rzeczywistych**

Imperfekcje mogą przyjmować różne formy, jednak największe obniżenie nośności powłoki powodowane jest przez odchyłki geometryczne. Zagadnienie to stanowi szerokie zainteresowanie badaczy, w wyniku czego powstało wiele koncepcji uwzględnienia ich wpływu w analitycznych procedurach wymiarowania. Początkowo stosowane modele regularnych imperfekcji opisanych funkcjami okresowymi powodowały znaczną redukcję nośności, ale zarzucano im niskie prawdopodobieństwo występowania w powłokach rzeczywistych. Zaczęto zatem dokładniej przyglądać się geometrii konstrukcji powstałych przy użyciu powszechnie stosowanych technik wykonawczych w celu znalezienia imperfekcji, które będą dla nich reprezentatywne. Nie jest to łatwe zadanie, ponieważ tego rodzaju badania powinny cechować się wysoką rozdzielczością. Przyjmuje się jako standard, że odległość pomiędzy dwoma zmierzonymi punktami nie powinna przekraczać długości teoretycznej półfali wybozeniowej. Ze względu na tak rygorystyczne podejście duża część wyników badań geometrii powłok rzeczywistych nie jest możliwa do zastosowania. Głównym źródłem danych na temat geometrii powstałych konstrukcji są pomiary istniejących silosów i zbiorników, które zostaną przedstawione w tym podrozdziale.

Bornscheuer i Hafner [21] dostarczyli informacji o występowaniu wgnieceń obwodowych spowodowanych spawaniem powłoki i określili oni ich wymiar, jako mający rząd wielkości równy grubości powłoki. Ze względu na niedostateczny dostęp do informacji na temat rzeczywistego kształtu powłoki Clarke i Rotter [22] przeprowadzili badania geometrii powłoki przy użyciu wózka z magnetycznymi kołami, którym można było wciągnąć po linii po powierzchni płaszcza silosu z umieszczonym na nim transformatorowym czujnikiem

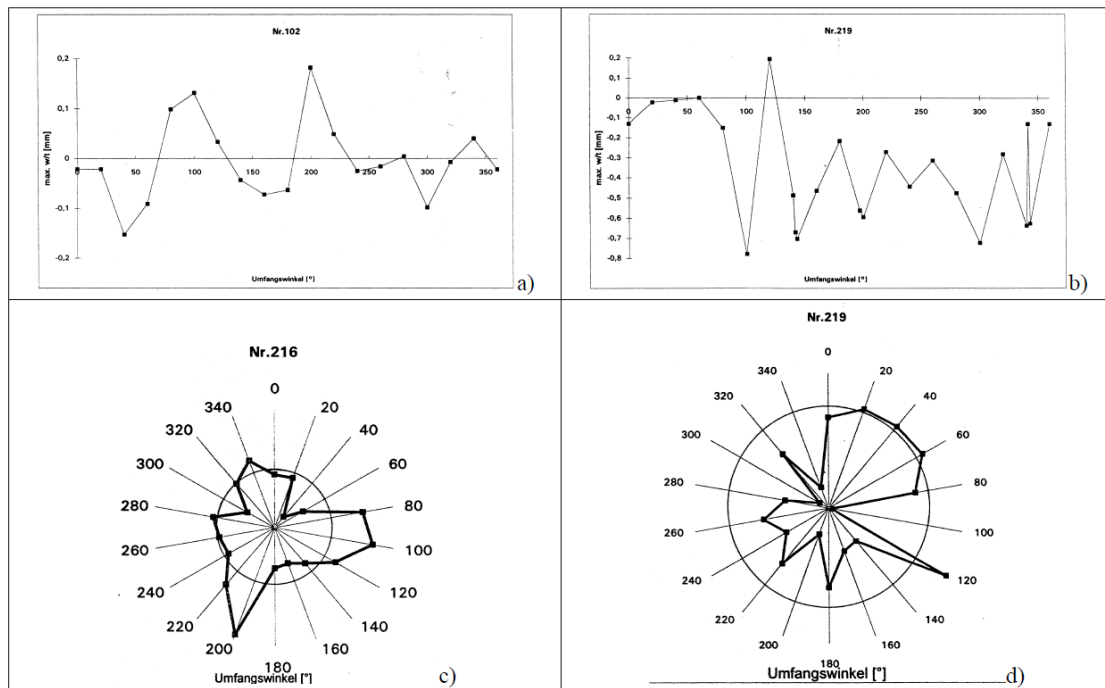
przemieszczeń liniowych o układzie różnicowym (LVDT). Pozwolił on na zmierzenie profilu odchyłek geometrycznych na powierzchni płaszcza w odniesieniu do położenia kół wózka. Wysokość, na której znajdowały się odchyłki badano przez mierzenie długości wciągniętej liny. Transformacja wyników była utrudniona za sprawą przyjętego układu odniesienia – względem kół wózka, jednak otrzymane wyniki cechowała wysoka dokładność pomiaru. Tę samą metodę pomiarową wykorzystali Ding, Coleman i Rotter [23] przy mierzeniu silosów na zboże znajdujących się w Australii, w Port Kembla. Mierzono wtedy 10-metrowy odcinek 22-metrowego płaszcza każdego z trzech silosów o pojemności 10 000 t i średnicy 24 m. Badania te wskazały na występowanie znacznych wgnieceń obwodowych na powierzchni płaszcza. Z powodu niewystarczająco satysfakcjonujących pomiarów samych wgnieceń w okolicach spoin obwodowych przeprowadzono dodatkowe pomiary przy użyciu tradycyjnych metod [24]. Wyniki obydwu badań przedstawiono poniżej.



Rys. 1-1 Imperfekcje płaszcza silosu zmierzone w Port Kembla: a) pomiary globalne; b) pomiary lokalne, źródło: [23]

W 1995 przeprowadzono badania siedmiu zbiorników znajdujących się na terenach przemysłowych w Karlsruhe ESSO, których średnice wynosiły od 4 do 44,9 m i miały stosunek promienia do grubości powłoki  $r/t$  od 400 do 1550 [25]. Badania te obejmowały pomiar najniższej położonej odchyłki spowodowanej spoiną obwodową w istniejących konstrukcjach. Dodatkowo dokonano pomiaru spoin obwodowych trzech silosów stalowych przeznaczonych do transportu drogowego, których średnice wynosiły 2.87 m i 3.75 m ( $r/t$  360 i 375). Wyniki tych pomiarów pokazały występowanie imperfekcji, jednak ich kształt nie był osiowosymetryczny. Miały one formę wklęsłości i wypukłości w stosunku do idealnego kształtu płaszcza powłoki. Zaznaczono dodatkowo w tym opracowaniu, że liczba tych odchyłek

obwodowych nie ma żadnego powiązania z liczbą fal wyboczeniowych wynikających z rozważań analitycznych.



Rys. 1-2 Maksymalna wartość głębokości imperfekcji w różnych punktach obwodu powłoki, źródło: [25]

Wykonano również wiele innych pomiarów geometrii zbiorników i silosów przy okazji dochodzenia przyczyny ich awarii lub badań nad ich trwałością [26,27]. Wszystkie przytoczone pomiary wskazują na znaczną losowość zjawiska występowania imperfekcji, pomimo możliwości zaobserwowania pewnych schematów. Imperfekcje o największych amplitudach zazwyczaj związane są z niedoskonałościami wykonawczymi. Nowoczesne technologie i standaryzacja kontroli jakości wznoszenia konstrukcji pozwalają na zmniejszenie amplitudy tych odchyłek, jednak ich całkowite wyeliminowanie jest niemożliwe. Szczegółowe pomiary konstrukcji, która może wydawać się bardzo bliska idealnej geometrii wykazują odchyłki geometryczne rzędu wielkości grubości ścianki płaszcza silosu. Rzeczywisty kształt powłoki można określić jako wypadkową założonej geometrii i powstałych imperfekcji, których parametry takie jak: położenie, kształt oraz amplitudę można traktować jako zmienne losowe.

### 1.3 Modelowanie rzeczywistego zachowania obciążonej powłoki walcowej

Cienkie powłoki walcowe poddane osiowemu ściskaniu są szczególnie wrażliwe na występujące w nich imperfekcje geometryczne, dlatego istotne jest prawidłowe ich

potraktowanie podczas analizy konstrukcji. W powłokach rzeczywistych nie zdarza się, że imperfekcje geometryczne występują niezależnie od rezydualnych naprężeń powstałych podczas wytwarzania konstrukcji [28]. Dodatkowo cenna w tym kontekście jest uwaga prof. Herberta Schmidta: „Nie jest wskazane prostowanie zbiorników przy pomocy palnika – lepiej jest widzieć zaburzenie niż ukryć je pod niewidzialnymi naprężeniami resztkowymi” [29]. Ze względu na złożoność zjawiska występowania imperfekcji, modelowanie rzeczywistego zachowania powłoki pod obciążeniem jest zadaniem wyjątkowo trudnym. W środowisku naukowym na przestrzeni lat można wyróżnić trzy zasadnicze podejścia do tego zagadnienia: badania eksperymentalne, podejście analityczne i modelowanie numeryczne.

Podejście eksperymentalne jest najdawniejszą metodą, która była wykorzystywana do sprawdzenia nośności granicznej powłok walcowych. Zaletą tego rodzaju podejścia jest możliwość zbudowania skalowalnego modelu, który oprócz dostarczenia informacji o zachowaniu powłoki przed i po wyboczeniu, pomaga również intuicyjnie zrozumieć istotę tego zjawiska. Ze względu na swoją uniwersalność ta metoda znalazła swoje zastosowanie w lotnictwie, budowlach morskich i budownictwie. To podejście było szczególnie popularne w I połowie XX wieku i wyznaczyło początkowy trend w badaniach inżynierskich. Pierwsze badania empiryczne wykonane przez Robertsona [7] wykonane na Uniwersytecie Illinois doprowadziły do powstania sformułowań, które do dzisiaj znajdują się w powszechnym użytku. Pomimo znacznych rozbieżności pomiędzy tymi sformułowaniami a testami doświadczalnymi trafiły one nie tylko do użytku na potrzeby budownictwa, ale także lotnictwa, a później kosmonautyki. W dzisiejszym podejściu znaczenie tej metody zostało zredukowane do weryfikacji założeń modeli analitycznych i numerycznych. Zdawałoby się, że empiryczne metody będą w stanie oddać z największą dokładnością imperfekcje w powłoce zważywszy na taki sam proces wytwarzania modelu przeznaczonego do badań jak rzeczywistej konstrukcji użytkowej, jednak problem skalowalności zjawisk jest tutaj niemalże nieunikniony. W warunkach laboratoryjnych rzadko przeprowadzane są badania na modelach w skali naturalnej, a skalowanie modeli powoduje, że geometria imperfekcji powstałych przy procesie wytwarzania nie jest taka sama, co ma wpływ na opracowywane modele analityczne.

Podejście analityczne wymaga zaangażowania zaawansowanych narzędzi matematycznych, do rozwiązania różniczkowych równań równowagi. W zależności od poczynionych założeń początkowych, jak na przykład przyjęcie modelu materiału czy warunków brzegowych, rozwiązanie postawionego zagadnienia może być bardzo skomplikowane i wymagać podejścia numerycznego. W kontekście historycznym rozważania analityczne nad statecznością powłok

odgrywały ważną rolę w zrozumieniu zjawiska utraty stateczności powłoki. Pierwsze teorie dotyczące wyboczenia powłoki przy osiowym ściskaniu dostarczyły rozwiązania w postaci klasycznej teorii sprężystych naprężeń krytycznych [4–6]. Powstałe wówczas teorie nie uwzględniały w swoich założeniach wpływu imperfekcji na utratę nośności powłoki i nie analizowały zachowania się powłoki w fazie po wyboczeniu. W związku z niską świadomością tych zjawisk, klasyczna teoria sprężystych naprężeń krytycznych znalazła powszechne zastosowanie w projektowaniu konstrukcji. Jak zostało to opisane wcześniej dążenia do zgodności badań empirycznych z teorią zajęły około 50 lat. Analityczny opis zjawiska utraty stateczności wprowadził ograniczenia, co do przyjętych warunków brzegowych, imperfekcji geometrycznych o określonej formie, czy przyjętych obciążeń. W rzeczywistości, oprócz warunków laboratoryjnych, nie zdarzają się układy o tak niskim stopniu złożoności. Dodatkowo oferowane przez procedury analityczne opisy geometrycznych imperfekcji nie oddają form występujących w rzeczywistych powłokach, dlatego też tego rodzaju podejście ustępuje miejsca analizom numerycznym. Nie należy jednak odrzucać osiągnięć, które dostarczyły rozważania analityczne wykorzystujące zaawansowane narzędzia matematyczne. Wskazują one uniwersalne schematy, które możemy wykorzystać do opisu zjawiska utraty stateczności powłok.

Kolejne podejście służące do modelowania rzeczywistego zachowania powłoki związane jest z rozpowszechnieniem użycia komputerów w różnych dziedzinach inżynierii, szczególnie za sprawą metod numerycznych opartych np. na dyskretyzacji ośrodków ciągłych. Metoda elementów skończonych wywodzi się z dziedziny inżynierii mechanicznej i ze względu na swoją łatwość w zastosowaniu szybko znalazła swoje miejsce w innych dziedzinach nauki. Najwcześniejsze programy komputerowe, które pozwalały na modelowanie konstrukcji powłokowych powstały w latach 60. i rozwiązywały one równania algebraiczne lub używały metody różnic skończonych przy transformacji równań równowagi w dyskretyzowane macierze. Miały one ograniczone możliwości i zostały szybko zastąpione przez programy wykorzystujące metodę elementów skończonych w dzisiejszym, powszechnym rozumieniu. Powstawały one jako efekt pracy pojedynczych naukowców i skierowane były na rozwiązanie określonej grupy zagadnień. Ich ograniczona funkcjonalność była spowodowana wysoką złożonością zagadnienia ze względu na: krzywiznę powierzchni konstrukcji, połączenie stanu błonowego ze zgięciowym, wpływ nieliniowości geometrycznej, zjawiska plastyczne występujące przy określonych warunkach obciążenia i imperfekcje geometryczne. Programy tworzone przez indywidualnych naukowców zostały szybko zastąpione przez komercyjne

oprogramowanie o bardziej uniwersalnym zastosowaniu, jak na przykład NASTRAN, ABAQUS czy ANSYS. Oferowały one znacznie łatwiejsze podejście do obliczeń numerycznych, które otworzyło drogę dla szerokiego grona użytkowników modelujących zagadnienia inżynierskie, w tym zjawiska utraty stateczności powłok. Jednym z głównych wyzwań było prawidłowe odzwierciedlenie ścieżki równowagi statycznej dla powłoki pod obciążeniem, które zostało rozwiązane z wykorzystaniem algorytmu śledzącego „arc-length” [30,31], który bazował na wcześniejszych pracach Riksa [32] i Wempnera [33]. Punkty bifurkacji powłoki na ścieżce równowagi statycznej mogą być znalezione z wykorzystaniem metody „branch-switching” [34,35] oraz rozszerzonego algorytmu rozwiązywania zagadnienia równowagi [36]. Większość pakietów komercyjnych posiadają wbudowane zaawansowane algorytmy umożliwiające analizę stateczności powłok cienkościennych i pozwalają zaobserwować ich zachowanie w fazie przed i po wyboczeniu z dodatkowym uwzględnieniem zamodelowanych imperfekcji. Oferowane dzisiaj komercyjne programy wykorzystujące metodę elementów skończonych dają ogromne możliwości rozpatrywania różnych parametrów zagadnień naukowych i inżynierskich, jednak niesie to również za sobą ryzyko nieprzemysłanego tworzenia ogromnych danych wyjściowych potencjalnie bezużytecznych i niosących zagrożenie dla bezpieczeństwa konstrukcji.

#### **1.4 Cele pracy doktorskiej**

Określenie nośności cienkościennej powłoki cylindrycznej poddanej osiowemu ściskaniu stanowi podstawowe wyzwanie w projektowaniu tego rodzaju konstrukcji stalowych. Jest to zagadnienie, któremu należy poświęcić szczególną uwagę zważywszy na wiele czynników, które istotnie wpływają na poprawność przeprowadzonych rozważań. Dokładne zrozumienie istoty wyboczenia powłoki cienkościennej pozwala na prawidłowe odzwierciedlenie zachowania konstrukcji w programach numerycznych, co jest preferowanym podejściem badawczym w tej pracy. Na przestrzeni niemalże ostatnich 100 lat powstało wiele prac, które podejmowały tematykę wyboczenia powłoki cylindrycznej ściskanej osiowo. Efektem tych badań były zbiory norm, publikacji i zaleceń do projektowania powłokowych konstrukcji stalowych. Najważniejsze z nich będą zaprezentowane w tej pracy w celu usystematyzowania bieżącego stanu wiedzy i porównania uzyskanych wyników analiz.

Imperfekcje odgrywają kluczowe znaczenie w analizie zachowania cienkościennej powłoki walcowej, na co wskazuje chociażby liczba publikacji, które pojawiły się w tej tematyce na przestrzeni lat. Pokazany kontekst historyczny wskazuje na różnorodne podejście do tematyki

kształtu, występowania, interakcji i natury imperfekcji. Były one analizowane na różnych płaszczyznach w poszukiwaniu imperfekcji, które będą miały najbardziej niekorzystny wpływ na nośność powłoki i natura ich występowania będzie możliwa do uzasadnienia przez proces wytwarzania lub eksploatację konstrukcji. Te rozważania wstępne pozwoliły na sformułowanie celów pracy doktorskiej, którymi są:

- a) Ocena wpływu kształtu i intensywności występujących w walcowych powłokach stalowych imperfekcji geometrycznych w postaci obwodowych wgłębień na stykach blach, wywołanych procesem spawania, na nośność graniczną przy równomiernym ściskaniu południkowym.
- b) Wykazanie istotnych braków w stosowanych procedurach literaturowych i normowych w zakresie właściwego klasyfikowania jakości wykonania i oceny nośności stalowych powłok walcowych z uwzględnieniem obwodowych wgnieceń spawalniczych oraz przedstawienie własnych rekomendacji w tym zakresie.
- c) Próba oceny wpływu liczby występujących imperfekcji na nośność ściskanej osiowo powłoki walcowej.

Niezbędne do tego celu analizy zostały przeprowadzone z wykorzystaniem modeli numerycznych wprowadzonych do komercyjnego oprogramowania Femap NASTRAN.

## **2. Rozpoznanie literatury**

---

### **2.1 Wstęp**

W niniejszym rozdziale zostaną zaprezentowane aktualne osiągnięcia w dziedzinie stateczności cienkościennych powłok walcowych. Na wstępie należy jednak zaznaczyć, że zasoby literatury w tej dziedzinie są na tyle obszerne, że trudno jest je zawrzeć w pracy o skończonej objętości. W związku z tym autor skupił się na podsumowaniu najważniejszych kwestii, które umożliwią pełniejsze zrozumienie niniejszej rozprawy doktorskiej. Przedstawione zostaną przede wszystkim aktualne osiągnięcia nauki w pojmowaniu utraty stateczności powłoki walcowej oraz tego, jaki wpływ mają na nią imperfekcje. W tym kontekście bardzo istotne są normy projektowe, które stanowią podsumowanie aktualnego stanu wiedzy. Zawarte w nich procedury ustalania nośności i rozpatrywania imperfekcji zostaną przedstawione i przeanalizowane na końcu tego rozdziału.

### **2.2 Wyboczenie powłoki walcowej ściskanej osiowo**

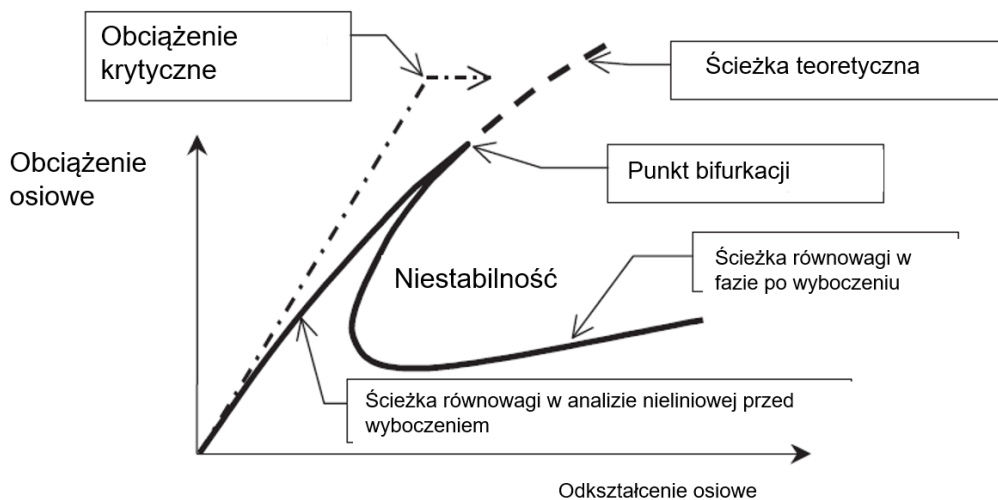
#### **2.2.1 Wprowadzenie**

Powłoki cylindryczne, jako elementy nośne, często poddawane są równomiernym lub nierównomiernym naprężeniom ściskającym w kierunku osiowym. Każdy ściskany element konstrukcyjny podlega wyboczeniu Eulera, któremu towarzyszą naprężenia krytyczne. Są one tym większe im większa jest odległość masy od osi elementu, co sprawia, że przekrój kołowy jest najbardziej wydajnym przekrojem przy ściskaniu. To stwierdzenie pozostaje prawdziwe do momentu, gdy w rozważanej konstrukcji nie są rozpatrywane efekty lokalne, które odgrywają decydującą rolę w tak zwanych przekrojach cienkościennych. Z taką sytuacją mamy do czynienia przy ściskaniu powłok stanowiących konstrukcje kominów, silosów i zbiorników ale również statków kosmicznych i samolotów.

Wyboczenie powłok cienkościennych zajmuje szczególne miejsce na pograniczu dziedziny matematyki stosowanej, inżynierii i mechaniki. Przedstawiciele każdej z tych dziedzin równie wnikliwie pracowali nad znalezieniem nośności krytycznej cienkiej powłoki walcowej, do których należą takie znamienite nazwiska jak: Southwell, Timoshenko, von Karman, Novozhilov, Tsien, Koiter, Reissner, Mindlin i Hutchinson. Głównym osiągnięciem okresu, w którym działali ci badacze jest wypracowanie teorii sprężystego wyboczenia powłoki



walcowej, która stanowiła podstawę dla późniejszych badań. Konieczność zastosowania zaawansowanych narzędzi matematycznych do rozwiązywania równań różniczkowych wyższego rzędu bez użycia komputera i przeszacowanie nośności w odniesieniu do badań eksperymentalnych spowodowały, że teoria nie była stosowana w praktyce. Było to efektem nieuwzględnienia imperfekcji w modelach analitycznych i występowania zaburzeń brzegowych. Ze względu na trudności w obliczeniach analitycznych, klasyczna teoria oparta była na podstawowych warunkach brzegowych w postaci: swobodnego podparcia powłoki i równomiernego obciążenia powłoki. Prowadzi to do postawienia założenia, że w całej powłoce przed wyboczeniem powstaje idealny, równomierny stan błonowy. W modelu liniowo-sprężystym odkształcenia pionowe swobodnego końca powłoki są wprost proporcjonalne do przyrostu obciążenia do momentu osiągnięcia obciążenia krytycznego, jak przedstawiono na rysunku 2-1. Rozpatrywanemu w ten sposób wyboczeniu powłoki walcowej towarzyszy osiowosymetryczne odkształcenie w postaci równomiernych fal rozłożonych po wysokości.



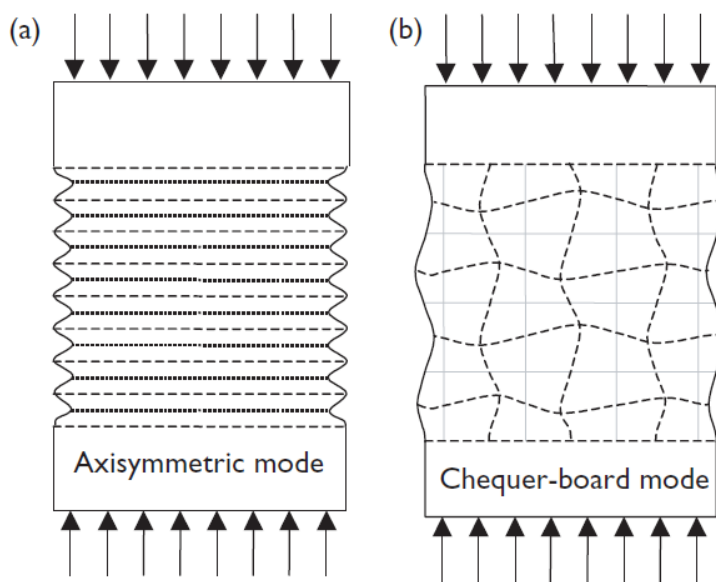
Rys. 2-1 Typowa zależność odkształcenia pionowego swobodnego końca powłoki walcowej w stosunku do przyrostu osiowego obciążenia ściskającego, źródło: [11]

Przy założeniach idealnego stanu błonowego w liniowo-sprężystej powłoce walcowej naprężenia krytyczne są wyrażone wzorem:

$$\sigma_{cl} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{r} \approx 0.605 \frac{Et}{r}, \quad (2.1)$$

gdzie:  $E$  to moduł Younga,  $t$  jest grubością powłoki i  $r$  to promień powłoki.

Idealna powłoka walcowa poddana ściskaniu, w analizie nieliniowej geometrycznie, wykazuje zależność pionowego odkształcenia swobodnego końca w stosunku do przyrostu obciążenia, jak na wykresie 2-1. Ścieżka równowagi statycznej zostaje gwałtownie przerwana w punkcie bifurkacji, czemu towarzyszy niesymetryczne odkształcenie. Jest to tak zwana forma szachownicy, która posiada kilka fal wyboczeniowych zarówno po obwodzie jak i po wysokości powłoki. Schematycznie ta forma odkształcenia została przedstawiona na rysunku 2-2. W momencie wyboczenia obciążenie gwałtownie maleje, a długość powłoki cylindrycznej wzrasta, ponieważ wzrastają odkształcenia prostopadłe do powierzchni walca. Wartość obciążenia bifurkacyjnego jest zazwyczaj niższa od wartości obciążenia krytycznego, ponieważ nieliniowe zachowanie powłoki przed wyboczeniem prowadzi do powstawania dodatkowych naprężeń destabilizujących.



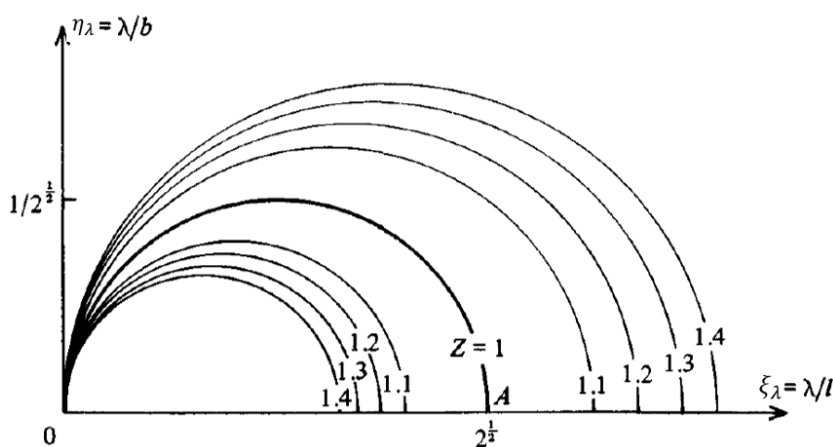
Rys. 2-2 Typowa forma wyboczenia ściskanej powłoki walcowej: a) forma osiowosymetryczna, b) forma nieosiowosymetryczna, źródło [11]

W powłoce przy osiągnięciu naprężeń krytycznych powstaje bardzo duża liczba form wyboczeniowych, które są niemalże równorzędnie krytyczne. Czasem ich liczba przekracza 100 form wyboczeniowych, które mieszczą się w 1% przedziale obciążenia krytycznego. W tym zjawisku kumulowania się dużej ilości form wyboczeniowych w niewielkim przedziale obciążenia doszukuje się przyczyny gwałtownego charakteru utraty stateczności powłoki walcowej [11]. Formy wyboczenia zawsze przypominają formę szachownicy, które różnią się ilością fal wyboczeniowych na obwodzie i wysokości powłoki i są powiązane zależnością „koła

Koitera” [14,37]. Koło Koitera jest graficzną reprezentacją funkcji  $Z(\xi_\lambda, \eta_\lambda)$  z równania obciążenia krytycznego (2.2):

$$(-N_x) = \frac{Eth}{3^{\frac{1}{2}}r} Z(\xi_\lambda, \eta_\lambda), \quad (2.2)$$

gdzie:  $\xi_\lambda$  i  $\eta_\lambda$  są relatywnymi wartościami długości półfal  $\lambda$  wybożeniowych na kierunku osiowym i obwodowym,  $r$  to promień powłoki,  $h$  to wysokość powłoki,  $E$  to moduł Younga. Koło Koitera powstałe przy założeniu, że  $Z=1$  jest szczególnie istotne, gdyż daje ono minimalną wartość funkcji obciążenia krytycznego  $(-N_x)$  przy założeniu ciągłości funkcji  $Z$  w obszarze kartezjańskim  $\xi_\lambda, \eta_\lambda$ . Graficzną reprezentację koła Koitera przedstawiono na rysunku 2-3.



Rys. 2-3 Graficzna reprezentacja koła Koitera jako funkcji  $Z$  w obszarze kartezjańskim, źródło: [37]

Pomimo słabej aproksymacji nośności krytycznej powłoki idealnej, teoria klasyczna w dalszym ciągu stanowi punkt odniesienia dla badań nad jej statecznością. Pierwotnie zakładano, że powłoka znajduje się w warunkach idealnych, czyli jest średniej długości, warunki podparcia nie mają wpływu na naprężenia przed osiągnięciem wartości krytycznej i podparcie powłoki nie pozwala na odkształcenia obwodowe podczas wybożenia. Te warunki nie znajdują odzwierciedlenia w rzeczywistych konstrukcjach ani w modelach eksperymentalnych, gdzie zauważyć można lokalne efekty zgięciowe w wyniku skrępowania odkształceń w strefie podparcia. Ten efekt został po raz pierwszy zauważony przez Fischera [38,39] i Steina [40,41]. Stein w notatce odnoszącej się do wykonanych badań na powłokach walcowych na potrzeby projektu NASA wskazuje na odstępstwa od klasycznej teorii. Jako główne ich przyczyny podaje: imperfekcje geometryczne oraz trudność w odzwierciedleniu warunków podparcia założonych w klasycznej teorii.

### **2.2.2 Wpływ warunków podparcia i długości powłoki na jej nośność krytyczną**

W początkowej fazie weryfikacji klasycznej teorii wyboczenia powłoki walcowej nie przykładano zbyt dużej uwagi do zastosowanych warunków podparcia. Wynikało to z założenia, że powłoka jest na tyle długa, że warunki brzegowe nie mają wpływu na naprężenia krytyczne. Dodatkowo przez ponad 50 lat od powstania teorii klasycznej warunki podparcia pozostawały niezmiennie w założeniach rozważań analitycznych. Budziło to pewne zastrzeżenia ówczesnego środowiska naukowego, jednak ścisłego podsumowania dokonał dopiero Hoff w 1966 roku [42]. Ten sam autor przedstawił już 1961 swoją pracę teoretyczną, w której otrzymał przy użyciu teorii małych przemieszczeń wartość naprężeń krytycznych blisko 50% mniejszą niż wynikało to z teorii klasycznej dla powłoki walcowej przy założeniu, że powłoka jest podparta na jednym końcu oraz posiada swobodę odkształceń osiowosymetrycznych [43]. Rok później Nachbar otrzymał jeszcze większą redukcję - do 37.8% w stosunku do klasycznej teorii, eliminując założenie o konieczności odkształcenia powłoki w sposób jedynie osiowosymetryczny [44].

Przy uwalnianiu kolejnych więzi określających warunki podparcia dochodzi do redukcji nośności krytycznej powłoki, co jest spodziewanym efektem. Trudniej jest natomiast określić jak duży wpływ mają te zmiany w warunkach podparcia na nośność krytyczną. Problem stanowi samo zdefiniowanie swobodnego podparcia w zagadnieniu przestrzennym dla powłoki pół-nieskończonej, czyli takiej, która jest podparta na jednym końcu. Dla belki swobodnie podpartej jest to zdecydowanie łatwiejsze i bardziej ugruntowane teoretycznie zadanie. Rehfield wspólnie z Hoffem w swoich publikacjach zaobserwowali, że można zdefiniować właściwie cztery równorzędne warunki swobodnego podparcia dla powłoki walcowej [45]. Podobne badania zostały przeprowadzone przez Hoffa i Soonga, którzy tym razem badali powłoki o skończonej długości – podparte na obydwu krawędziach. W obydwu tych przypadkach dla analizowanych czterech sposobów podparcia swobodnego otrzymano w jednym z nich zgodność z teorią klasyczną, a dla dwóch z nich wartość naprężeń krytycznych o połowę mniejszą niż w teorii klasycznej, ostatni sposób podparcia stanowił sytuację pośrednią [46]. W celu rozwiązania sformułowanego przez Donnella [13] różniczkowego równania równowagi wyszli oni z dwóch podstawowych warunków brzegowych jak dla belki swobodnie podpartej:

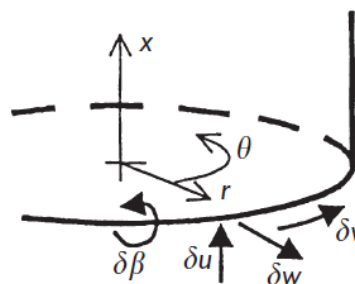
$$w = w_{xx} = 0, \quad (2.2)$$

a następnie uzupełnili je o dwa kolejne warunki przestrzenne, wybrane spośród czterech zestawień zaprezentowanych poniżej (2.3):

	$\delta u$	$\delta v$	$\delta w$	$\delta\beta$
S1	r	r	r	f
S2	r	f	r	f
S3	f	r	r	f
S4	f	f	r	f
C1	r	r	r	r
C2	r	f	r	r
C3	f	r	r	r
C4	f	f	r	r

(2.3)

Graficzne objaśnienie użytych symboli znajduje się na rysunku 2-4. Literą „r” oznaczone jest zablokowanie danego przemieszczenia, natomiast „f” zwolnienie.



Rys. 2-4 Objaśnienie symboli użytych w równaniu (2.3) źródło: [42]

W wyniku wspomnianych badań stwierdzono, że głównym powodem różnicy pomiędzy klasyczną wartością naprężeń krytycznych a badaniami empirycznymi jest zapewnienie swobody lub zablokowanie odkształceń obwodowych w badanej powłoce. Początkowo wynik ten wydawał się satysfakcjonujący, ale późniejsze badania wykazały, że dla powłok o najczęściej spotykanych długościach, zmiany w warunkach podparcia, nawet poprzez zablokowanie więzi momentowej, nie mają znaczącego wpływu na nośność graniczną. Prace te wykazywały również, że wstępne odkształcenia w powłoce nie mogą mieć wpływu na nośność powłoki większego niż 15%. Wyczerpującej odpowiedzi na pytanie, jaki wpływ mają warunki podparcia na nośność powłoki udziela w swojej pracy Noboru Yamaki [19].

Przedstawiona przez Yamakiego praca analityczna w bardzo szczegółowy sposób podsumowuje osiągnięcia nauki do końca lat 80' XX wieku. Z wykorzystaniem zdolności

obliczeniowych komputerów Yamaki był w stanie rozwiązać równania równowagi uwzględniając nawet nieliniowe odkształcenia powłoki. W swojej pracy analizował on wyboczenie powłoki ściskanej osiowo na czterech płaszczyznach:

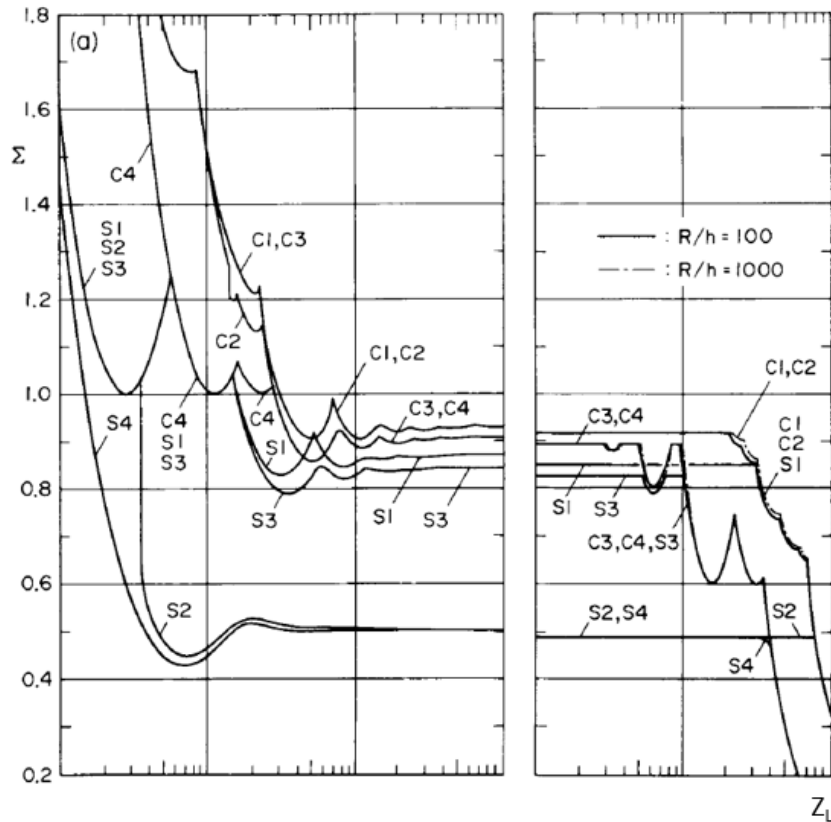
- wpływ warunków podparcia na nośność krytyczną powłoki,
- wpływ parametru długości powłoki na charakter i wartość nośności krytycznej,
- wpływ odkształceń przed wyboczeniem na nośność graniczną,
- wpływ imperfekcji na nośność graniczną.

Yamaki w swojej pracy rozpatrywał warunki podparcia analogiczne do tych, które uwzględniał również Hoff, czyli swobodne podparcie powłoki, rozszerzając je dodatkowo o utwierdzenie. Przeprowadził on obliczenia przy wykorzystaniu dwóch podstawowych podejść analitycznych. Pierwsze z nich to teoria małych przemieszczeń w ujęciu Donnella, z której w swojej pracy korzystał również Hoff. Drugie podejście było aplikacją teorii Flügge [47], która była rozszerzeniem teorii Donnella dla długich powłok. W stosunku do pracy Hoffa, który analizował tylko powłoki średniej długości, Yamaki wprowadza dodatkowy względny parametr długości powłoki  $Z_L$  wyrażony wzorem:

$$Z_L = \sqrt{1 - \nu^2} L^2 / rt, \quad (2.4)$$

gdzie  $\nu = 0,3$ , a  $L$ ,  $r$  i  $t$  są odpowiednio długością, promieniem i grubością powłoki. Potwierdził, że dla powłok o średniej długości można zauważyć niezgodność z teorią klasyczną w wypadku, gdy swobodne podparcie umożliwia obwodowe rozszerzanie się powłoki. Wychodząc z teorii Donnella otrzymał wyniki przedstawione na rysunku 2-5. Widać w tych wynikach zgodność z odkryciami dokonanyymi przez Hoffa.

Yamaki dzięki zastosowaniu teorii Flügge, podzielił powłoki na trzy rodzaje pod względem parametru  $Z_L$  i sposobu utraty stateczności. Z tych przedziałów najbardziej interesujące są powłoki średniej długości, które cechują się formą wyboczenia w postaci symetrycznych lub niesymetrycznych fal wyboczeniowych. Posiadają one w swoim przedziale stałą wartość względnego współczynnika nośności  $\Sigma$  zależną jedynie od przyjętych warunków podparcia. Dla dużych wartości  $Z_L$  zmienia się rodzaj wyboczenia powłoki, powstaje tylko jedna, globalne fala wyboczeniowa i otrzymuje się rozwiązanie Eulera. Jest to efekt oczekiwany, gdyż przy znacznych długościach powłok zaczynają się one zachowywać jak pręty ściskane. Rozwiązanie to jest jednak niemożliwe do uzyskania przy założeniu małych przemieszczeń jak jest to w teorii Donnella.



Rys. 2-5 Wartość względnego współczynnika nośności  $\Sigma$  w zależności od względnego parametru długości  $Z_L$  dla różnych sposobów podparcia wg (2.3), gdzie  $R$  to promień powłoki, a  $h$  to efektywna grubość powłoki, źródło: [19]

Oprócz zauważonego już wcześniej wpływu warunków podparcia i długości powłoki na jej nośność krytyczną, Yamaki rozszerzył teorię Donnella i Flügge poprzez uwzględnienie odkształcenia powłoki przed fazą wyboczeniową. Biorąc pod uwagę ten efekt uzyskał wyniki nośności krytycznej wyrażonej względnym parametrem  $\Sigma$  dodatkowo zredukowane o  $\sim 10\%$ . Podsumowanie tych rozważań analitycznych można znaleźć w tabeli 2-1. Zestawione są w niej przedziały uzależnione od parametru  $Z_L$ , dla których powłoki o konkretnych warunkach podparcia klasyfikowane są przez Yamakiego jako powłoki średniej długości. Te powłoki cechują się stałą wartością parametru nośności krytycznej  $\Sigma$  dla danego przedziału  $Z_L$ . Dla powłok, których geometria przekracza  $Z_{u1}$ , zmieniają postać utraty stateczności na zagadnienie Eulera dla pręta ściskanego.

Tabela 2-1 Stałe wartości parametru  $\Sigma$  i odpowiadające im graniczne wartości  $Z_L$  i  $Z_u$ , przy współczynniku Poissona  $\nu=0.3$

	$\Sigma$	$Z_L$	$Z_u(t/r)^2$
C1, C2	0.92	400	4
C3, C4	0.90	400	0.1
S1	0.85	400	10
S2	0.50	40	60
S3	0.83	400	0.32
S4	0.50	40	15

Powyzsza klasyfikacja jest rowniez istotna w kontekście pozniejszych rozdzialow tej pracy, w ktorej analizowane beda powloki klasyfikowane jako sredniej dlugosci, dla ktorych wartosc wspolczynnika nośności krytycznej  $\Sigma$  jest stala na zadanych przedzialach wzgledem wartosci  $Z_L$ . Jest to analogiczne podejście do stosowanego w Eurokodzie, gdzie powloka sredniej dlugosci mieści się w przedziale  $2.76 \leq Z_L \leq 0.238 (r/t)^2$ , co jest zgodne z powyzsza klasyfikacja dla warunkow podparcia S3 wg (2.3).

Yamaki w swojej obszernej pracy przeprowadzal rowniez badania doswiadczalne powlok, przedstawiajac dla nich wykresy zaleznosci odkształcenia pionowego od wartosci obciazenia. Jednym z istotnych spostrzezen jest to, ze powloki ktore posiadaja mniejsza wartosc wspolczynnika geometrycznego  $Z_L$ , posiadaja stabilniejsza sciezke po fazie wyboczenia, co jest powiazane z ich mniejsza wzraliwosc na imperfekcje.

## **2.3 Stateczność stalowej powłoki walcowej i modelowanie imperfekcji w analizie nośności**

### **2.3.1 Wprowadzenie**

Imperfekcje sa nieuniknionym efektem ubocznym wystepujacym przy wznoszeniu konstrukcji stalowych. Ich ksztalt jest czesciowo zdeterminowany przez metode i dokladnosc wytwarzania konstrukcji, ale moga byc tez efektem jej eksploatacji lub awarii. Zagadnienie wystepowania imperfekcji w konstrukcjach powlokowych inicjalnie nie bylo glownym elementem skupiajacym uwage naukowcow badajacych ich nośność. Dopiero w latach 60' zyskaly ogromne zainteresowanie, o czym swiadczy znaczna ilosc publikacji tworzonych w tej tematyce. W tej czesci opracowania zostana przytoczone publikacje, ktore sa kluczowe pod



względem problematyki poruszanej w tej pracy oraz stanowią przełomowe odkrycia mające wpływ na późniejszy rozwój wiedzy w dziedzinie konstrukcji powłokowych.

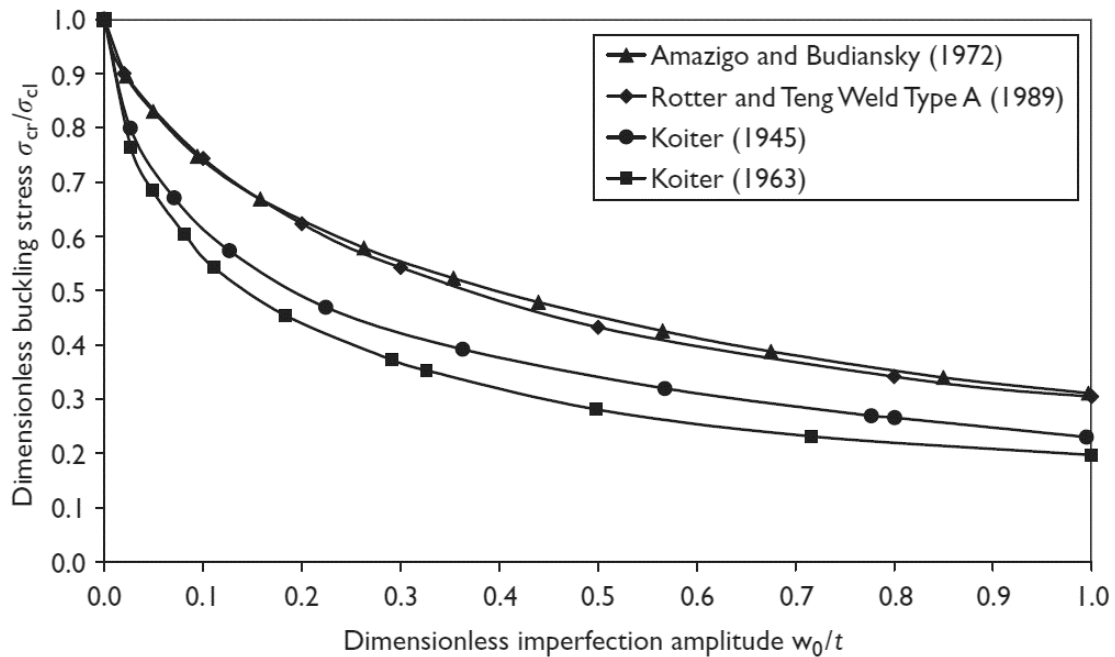
Należy na wstępie jeszcze raz podkreślić, że klasyczna teoria naprężeń wyboczeniowych była punktem wyjścia dla wielu prac teoretycznych, które nie znalazły swojego potwierdzenia w badaniach na modelach laboratoryjnych. Początkowo twierdzono, że to w istocie warunki podparcia są główną przyczyną tej rozbieżności i deformacje wstępne nie mogą mieć znacznego wpływu na nośność krytyczną powłoki walcowej [8]. Ten pogląd jako pierwszy zdementował Koiter w swojej pracy z roku 1945 [14]. Zaproponował, aby użyć do analiz imperfekcje w postaci sinusoidalnych fal wyboczeniowych osiowosymetrycznych pokazanych na rysunku 2-2. Model regularnej imperfekcji, której geometrię dało się łatwo opisać w sposób matematyczny, dał możliwość analitycznego znalezienia nośności granicznej powłoki, w której występują deformacje wstępne. W wyniku tych badań Koiter udowodnił, że powłoki walcowe są bardzo wrażliwe na imperfekcje osiowosymetryczne, co potwierdzały również prace późniejszych autorów [17,19,20,48,49]. Tennyson i Muggeridge przeprowadzili badania doświadczalne nad powłokami z imperfekcjami w postaci sinusoidalnych fal uzyskując przy tym wyniki zbliżone do tych zaprezentowanych przez Koitera [50].

Środowisko naukowe początkowo miało bardzo podzielone zdanie odnośnie zasadności rozpatrywania tego rodzaju imperfekcji. Głównym argumentem przeciw rozpatrywaniu regularnych imperfekcji osiowosymetrycznych było ich małe prawdopodobieństwo występowania w konstrukcjach rzeczywistych. Wiadome było jednak, że tego rodzaju imperfekcje dają w rezultacie największą redukcję nośności powłoki walcowej, co potwierdzał w swojej pracy Pederson [18]. Równie znaczną redukcję nośności otrzymywano w badaniach laboratoryjnych i obliczeniach analitycznych, w których rozpatrywana była pojedyncza imperfekcja osiowosymetryczna [50–53]. Późniejsze publikacje obejmowały różne formy deformacji w postaci fal wyboczeniowych oraz ich losowego rozkładu na powierzchni powłoki, jednak ich zastosowanie w praktyce inżynierskiej nie było możliwe ze względu na trudności w obliczeniach i konieczność ustalenia znacznej ilości współczynników empirycznych poprzedzając procedury analityczne [48,53–58]. W związku ze znacznym wpływem imperfekcji na nośność cienkiej powłoki walcowej oczywista jest konieczność ich uwzględnienia przy projektowaniu konstrukcji budowlanych. Wystosowane przez komitety normalizacyjne, jak na przykład przez European Convention for Construction Steelwork (ECCS), wytyczne do projektowania konstrukcji powłokowych zawierają zbiory zaleceń dotyczących właściwego podejścia do zagadnienia imperfekcji w powłokach. Normy

projektowe oparte są na zbiorach artykułów, które proponowały inżynierskie podejście do zagadnienia imperfekcji przy projektowaniu konstrukcji [46,59,60]. Zalecenia te obejmują również sposoby prostych pomiarów odchyłek geometrycznych w konstrukcjach i ich klasyfikację pod względem dokładności wykonania.

Wcześniej wspomniane odkrycia i powszechna akceptacja znacznego wpływu wstępnych odchyłek geometrycznych spowodowała, że pojawiły się publikacje, których celem było znalezienie imperfekcji, które mają najbardziej niekorzystny wpływ na nośność konstrukcji. Najlepiej obrazują to zjawisko tak zwane krzywe wpływu imperfekcji (z ang. *Imperfection Sensitivity Curve*), które przedstawiają zależność amplitudy imperfekcji (z ang. *Amplitude of Imperfection*) i współczynnika  $\alpha = \Sigma = \sigma_{cr}/\sigma_{cl}$  (w literaturze angielskiej 'knock-down factor'). Amplitudą imperfekcji nazywany jest bezwymiarowy współczynnik będący stosunkiem maksymalnej wartości odchyłki geometrycznej wgniecenia do grubości rozpatrywanej powłoki  $w_0/t$ . Na rysunku 2-6 zostały przedstawione krzywe wpływu imperfekcji, które rozpatrywali Koiter, Amazigo i Budiansky oraz Rotter i Teng. W przejrzysty sposób ujmują one jak szybko spada nośność powłoki przy wzroście amplitudy imperfekcji i jednocześnie tłumaczą kilka zjawisk, które we wcześniejszych latach bywały błędnie interpretowane.

We wczesnych publikacjach rozpatrywane były deformacje, które wynikały z odkształcenia powłoki o różnych warunkach podparcia pod obciążeniem przed fazą wyboczenia [61–65]. Ze względu na swoją stosunkowo niewielką „amplitudę” miały one wpływ na nośność rzędu 8-15% i były niejednokrotnie uznawane za nieistotne. Dla przykładu Yamaki podaje, że były one wprowadzane do konstrukcji aby wymusić konkretne jej odkształcenie w fazie wyboczenia [19]. Tego rodzaju odchyłki wstępne były rzędu setnej części grubości powłoki, a więc na wykresie 2-6 znalazłyby się w lewej jego części, co jasno wskazuje na ich niewielki wpływ na nośność powłoki. W rzeczywistości mamy częściej do czynienia z odchyłkami geometrycznym rzędu wielkości grubości ścianki silosu, których nie można lekceważyć, gdyż powłoka w tym wypadku może wykazywać jedynie ok. 24% nośności w stosunku do wartości nośności według teorii klasycznej.



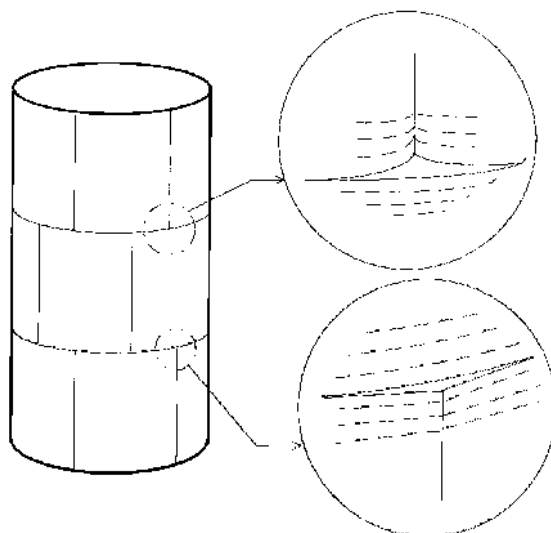
Rys. 2-6 Krzywe wpływu amplitudy imperfekcji osiowosymetrycznych  $w_0/t$  na nośność powłoki  $\alpha = \Sigma = \sigma_{cr}/\sigma_{cl}$ , źródło: [11]

Nośność graniczna ściskanej osiowo powłoki walcowej jest uzależniona między innymi od: kształtu i amplitudy imperfekcji, geometrii powłoki i jej warunków podparcia. Nie wszystkie jednak imperfekcje mają prosty kształt geometryczny i ich wpływ można jednoznacznie opisać analizując ich kształt i amplitudę wgłębienia. W rzeczywistych powłokach występują również zjawiska, które mają wpływ na jej nośność, ale nie można ich opisać przy pomocy prostych zależności geometrycznych. Są nimi na przykład naprężenia resztkowe wynikające z procesu spawania powłoki, mimośrodowy obciążenia, które towarzyszą zmianą grubości płaszcza w celu optymalizacji zużycia materiału, czy niedokładne odzwierciedlenie warunków podparcia w skali lokalnej i globalnej.

Poszukiwania najgorszej formy imperfekcji, czyli takiej, na którą powłoka cechuje się największą wrażliwością zostały zapoczątkowane przez Koitera [14]. Do dzisiaj stosuje się podejście, w którym rozpatruje się wstępne deformacje w powłoce w formie symetrycznych lub asymetrycznych fal sinusoidalnych, jednak nie wszystkie powłoki wykazują wysoką wrażliwość na tego rodzaju imperfekcje [66]. Tego rodzaju podejść w literaturze znajduje się znaczna ilość, jednak można je podzielić na kilka grup, które zostaną przedstawione w kolejnych podrozdziałach.

### **2.3.2 Imperfekcje wynikające z procesu wytwarzania konstrukcji**

Konstrukcje stalowe, takie jak silosy czy zbiorniki, są wytwarzane z zespalanych ze sobą arkuszy blachy. Miejsca zespolenia tych arkuszy w jednolitą całość są miejscami występowania największych odchyłek od idealnego cylindrycznego kształtu konstrukcji [67]. Źródłem tego rodzaju odchyłek może być proces spawania ze sobą arkuszy [20,21,68] lub wprost ich wzajemne złe dopasowanie. Te sposoby powstawania odchyłek geometrycznych zostały schematycznie przedstawione na rysunku 2-7. W celu uniknięcia tego efektu arkusze blachy powinny być względem siebie odpowiednio przesunięte, nie jest jednak to proste zadanie, gdyż trudno jest określić jak blacha zachowa się podczas spawania i jakie naprężenia będą towarzyszyły temu procesowi. Amplituda tak powstałych imperfekcji może być wielkości zbliżonej do grubości arkusza blachy, co ma znaczący wpływ na nośność całej powłoki. Jeżeli nie wymagana jest bardzo wysoka dokładność przy tworzeniu płaszcza cylindrycznego arkusze blachy służące do jej wytworzenia są jedynie poddawane gięciu na zestawie rolek. Prowadzi to do pewnych odstępstw od idealnego kształtu cylindrycznego, ponieważ niemożliwe jest dokładne dogięcie krańców blachy. Czasem są one odcinane, jednak przy tworzeniu konstrukcji wielkogabarytowych, jak silosy czy zbiorniki, nie stosuje się takich praktyk. Prowadzi to do wspomnianych niedopasowań i odchyłek od idealnego kształtu powłoki cylindrycznej [67].



Rys. 2-7 Rysunek schematyczny niedokładności dopasowania arkuszy blach w procesie wykonywania powłoki cylindrycznej, źródło: [67]

Odchyłki wykonawcze niosą ze sobą potencjalne zagrożenie dla bezpieczeństwa konstrukcji, ponieważ wraz ze wzrostem ich amplitudy znacząco maleje nośność powłoki. Konieczne jest

zatem właściwe uwzględnienie tego rodzaju niekorzystnych efektów na etapie projektowania, ale również odpowiednia ich kontrola w procesach odbiorów powykonawczych. W dalszej części pracy zostaną przedstawione badania, których celem było usystematyzowanie wiedzy na temat imperfekcji wynikających z niedokładności w realizacji konstrukcji powłokowej.

### 2.3.2.1 Imperfekcje Weld Type A i Weld Type B

Nie da się jednoznacznie opisać geometrii powłoki wynikającej z procesu wykonawczego, dlatego też środowisko naukowe skupiło swoją uwagę na znalezieniu imperfekcji, która będzie dla niej reprezentatywna. Taka imperfekcja ma pozwolić na zasymulowanie geometrii powłoki rzeczywistej, która posiada niedoskonałości wynikające z technologii wykonania. Z wielu obserwacji wynika, że miejscem szczególnej uwagi powinna być spoina łącząca ze sobą arkusze blach. Powstały zatem modele osiowosymetrycznej imperfekcji, która ma zasymulować kształt powłoki w miejscu występowania spoiny obwodowej. Przedstawione podejście oprócz jasnego uzasadnienia powstania takiego rodzaju imperfekcji w powłoce, posiada jeszcze jedną zaletę. Imperfekcje osiowosymetryczne potencjalnie najbardziej obniżają nośność powłoki cylindrycznej ściskanej osiowo, a zatem zasadne jest ich rozpatrywanie w procesie projektowania. Takiego odkrycia dokonali Rotter i Teng w swojej znanej publikacji z 1989 roku [20]. Opisałi oni w swojej pracy modelową imperfekcję w postaci wgłębienia powstałego przy procesie spawania blach. Opracowany przez nich model deformacji wstępnej skupiał w sobie obowiązujący stan wiedzy na temat wpływu imperfekcji osiowosymetrycznych na nośność powłoki [14] i wykorzystywał dostępne pomiary geometrii rzeczywistych konstrukcji. Opracowanie tego rodzaju imperfekcji mających źródło w sposobie wytwarzania konstrukcji nie było nowatorskim podejściem, ponieważ było już stosowane wcześniej w badaniach towarzyszących projektowi NASA [16].

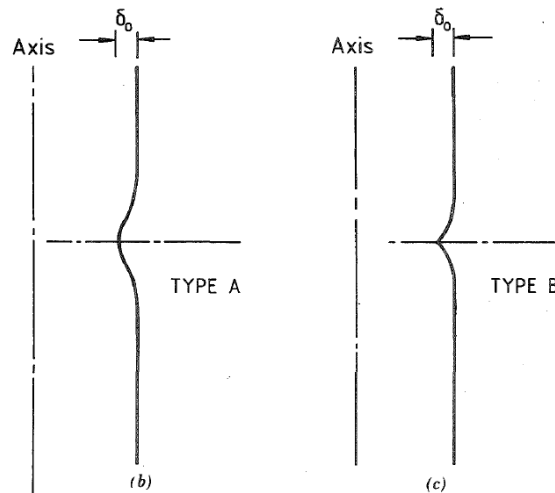
Początkowo imperfekcje osiowosymetryczne były uważane za rzadko spotykane w powłokach walcowych. Taki pogląd obowiązywał głównie za sprawą wyników pomiarów wykonywanych na poszyciu statków kosmicznych. Miały one zupełnie inne parametry geometryczne niż powłoki stosowane w budownictwie. Panele, z których był wykonywane badane poszycia, charakteryzowały się długimi łączeniami w kierunku podłużnym [56]. Z tego względu imperfekcje osiowosymetryczne były pomijane, jako deformacje stanowiące niewielki odsetek wypadkowej geometrii powłoki [16,56,69–71]. Kolejnym powodem dlaczego imperfekcje osiowosymetryczne były uważane za niespotykane w rzeczywistych konstrukcjach były prace Koitera, w których rozpatrywał on wstępne deformacje geometryczne w postaci fal

sinusoidalnych rozłożonych równomiernie względem wysokości powłoki [17]. Tego rodzaju imperfekcje nie powstaną w powłoce rzeczywistej jako efekt niezamierzonego działania.

Przez długi czas poszukiwania imperfekcji w powłokach były skierowane na znalezienie deformacji, które spowodują największą redukcję nośności, a niekoniecznie będą występowały w powłoce z największym prawdopodobieństwem. Było to za sprawą niewielkiej ilości prac badających geometrię istniejących konstrukcji. Jednymi z pierwszych publikacji zawierających informacje o geometrii rzeczywistej powłoki były prace Bodarskiego, Hotały i Pasternaka, w których były przedstawione pomiary stanu awaryjnego silosu [27,72]. Bornscheuer i Hafner badali kształt deformacji związanej z występowaniem spoiny obwodowej i zaznaczali w swojej pracy, że amplituda takiej imperfekcji jest zbliżona do grubości badanej powłoki [21]. Pomiary spoin wskazują, że nie zawsze przyjmują one ten sam kształt i jest on uzależniony od wielu czynników: sposobu zaginania arkuszy blachy do kształtu walcowego, materiału z którego wykonane są arkusze blachy, sposobu i kolejności spawania elementów oraz od temperatury spawania [20,22]. Na podstawie tych prac i badań własnych, Rotter i Teng opisali dwa podstawowe kształty imperfekcji w postaci wgłębień spawalniczych wskutek skurczu spawalniczego.

Oba modele imperfekcji powstały poprzez przyjęcie pewnych założeń początkowych uzależnionych od swobody odkształceń w procesie chłodzenia spoiny i sposobu rolowania arkuszy blach do pożądanego kształtu cylindrycznego. Pierwszym z nich jest *Weld Type A* (z ang. spoina typu A), w której zakłada się, że spoina ma skrępowane odkształcenia zgięciowe. Drugi model to *Weld Type B* (z ang. spoina typu B), który wynika z założenia swobody obrotu w obrębie spoiny.

Powyższe warunki pozwalają uzyskać kształty deformacji spawalniczych, które zostały zaprezentowane na rysunku 2-8. Rotter przyznaje w swojej pracy, że te imperfekcje nie opisują idealnie całości procesu kształtowania się wgłębień spawalniczych, ale stanowią ich dość dobrą reprezentację w porównaniu z pomierzonymi deformacjami w powłokach istniejących [20,22].



Rys. 2-8 Odchyłki wynikające ze skurczu spawalniczego: a) „Weld Type A” i b) „Weld Type B”, źródło: [20]

Oba typy deformacji w sąsiedztwie spoiny są opisane wzorami, które uwzględniają w swojej strukturze długość półfali wyboczeniowej pochodzącej z osiowosymetrycznej formy utraty stateczności powłoki cylindrycznej. Zgodnie z przedstawionymi wcześniej publikacjami Koitera, imperfekcje osiowosymetryczne, których wymiar jest zbliżony do długości teoretycznej półfali wyboczeniowej mają najbardziej zgubny wpływ na nośność powłoki cylindrycznej obciążonej osiowo. Deformacja typu A i B posiada rozkład względem odległości  $x$  mierzonej wzdłuż wysokości powłoki zgodny ze wzorami (2.5a) i (2.5b):

$$\text{Weld Type A} \quad \delta = \delta_0 e^{-\frac{\pi x}{\lambda_0}} \left( \cos \frac{\pi x}{\lambda_0} + \sin \frac{\pi x}{\lambda_0} \right), \quad (2.5a)$$

$$\text{Weld Type B} \quad \delta = \delta_0 e^{-\frac{\pi x}{\lambda_0}} \cos \frac{\pi x}{\lambda_0}, \quad (2.5b)$$

w którym  $\delta_0$  jest amplitudą imperfekcji, a  $\lambda_0$  jest liniową długością półfali wyboczeniowej pochodzącej ze wzoru (2.6):

$$\lambda_0 = \frac{\pi \sqrt{rt}}{[3(1-\nu^2)]^{1/4}} \approx 2.44 \sqrt{rt}. \quad (2.6)$$

Rotter i Teng badając obydwa modele deformacji wstępnej doszli do wniosku, że bardziej niekorzystnie na nośność powłoki wpływają imperfekcje typu A. W celu zobrazowania jaki wpływ ma każda z tych deformacji wyrysowali dla nich krzywe wpływu imperfekcji i te następnie porównali do wyników otrzymanych przez Amazigo i Bodiaskyego [53]. Weld Type A nie tylko wykazywał większy wpływ na współczynnik nośności wyboczeniowej

powłoki  $\alpha = \Sigma = \sigma_{cr}/\sigma_{cl}$  przy zwiększaniu amplitudy imperfekcji, ale również lepiej wpisywał się w krzywą wyrysowaną przez Amazigo i Bodiaskyego pochodzącą z badań doświadczalnych. Poprzez analogię do badań Yamakiego [19] Rotter i Teng brali pod uwagę powłoki, których długość ograniczała wpływ efektów wynikających z podparcia powłoki na stan naprężenia w okolicy imperfekcji. Należy tutaj zaznaczyć, że Yamiaki otrzymywał krzywe wpływu imperfekcji, dla których  $\Sigma$  sięgały wartości 0.4, natomiast Weld Type A już przy amplitudzie równej  $\delta_0 = 1.5t$  daje wynik na poziomie  $\Sigma = 0.3$ .

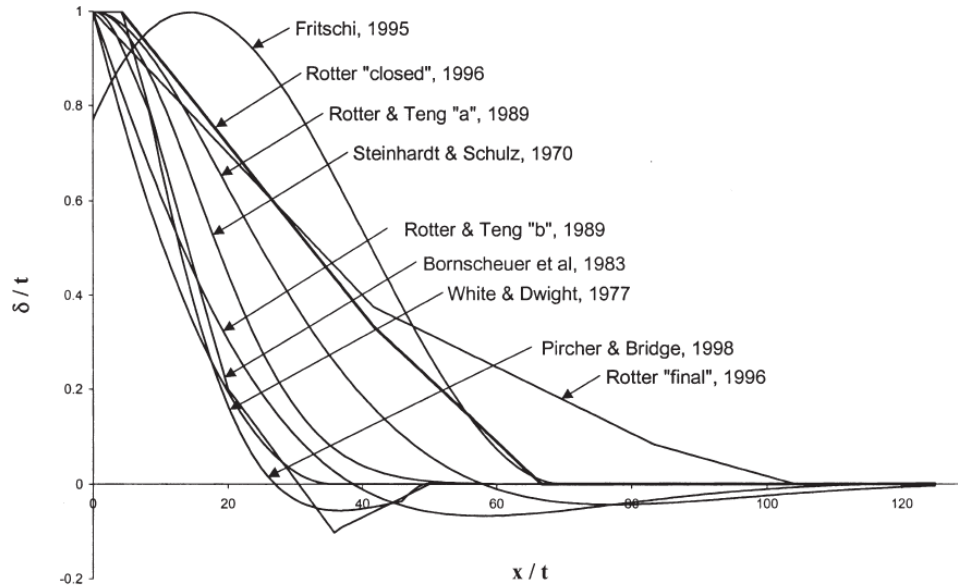
W modelu imperfekcji Rotter i Teng dokonali pewnego rodzaju uproszczenia zakładając jedynie skrajne przypadki, w których spoina jest w stanie przenieść moment zginający lub wogóle nie ma sztywności zgięciowej w procesie stygnięcia. Jak wcześniej wspomniano, Rotter i Teng zdawali sobie sprawę z niedoskonałości modelowania imperfekcji spawalniczych, jednak nie została wykonana dostatecznie duża ilość pomiarów, by w sposób mierzalny ją ocenić. Barry w roku 2000 dokonał szeregu bardzo dokładnych pomiarów, które podsumował badaniami statystycznymi, by stwierdzić jak dokładne jest dopasowanie krzywej Weld Type A i Weld Type B do pomierzonych imperfekcji z modelu laboratoryjnego [73]. Otrzymując niewystarczającą w ujęciu statystycznym dokładność dla obu typów deformacji, zaproponował pewną modyfikację. Przypatrując się dokładniej zachowaniu spoiny podczas chłodzenia Barry zauważył, że w rzeczywistości zachowuje się ona jak więź podatna, a więc jest częściowo zdolna do przenoszenia momentów, w związku z czym zaproponował wprowadzenie dodatkowego współczynnika  $\alpha_s$  do krzywej opisującej imperfekcję jak w równaniu (2.7):

$$\delta = \delta_0 e^{-\frac{\pi x}{\lambda}} \left( \cos \frac{\pi x}{\lambda} + \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_s + 1} \right) \sin \frac{\pi x}{\lambda} \right), \quad (2.7)$$

w którym: gdy  $\alpha_s \rightarrow \infty$  otrzymuje się formę *Weld Type A*, natomiast przy  $\alpha_s = 0$  otrzymuje się *Weld Type B*. Barry porównując wyniki do badań na modelach laboratoryjnych otrzymał 90% dopasowanie krzywej z równania (2.7), gdy zastosował współczynniki o wartości  $\alpha_s = 0.96 \pm 0.13$  i  $\lambda = (0.97 \pm 0.02)\lambda_0$ , gdzie  $\lambda_0$  jest długością półfali wyboczeniowej otrzymanej ze wzoru (2.6). Kształt imperfekcji spawalniczych, po opracowaniu ich modelu przez Rottera i Tenga, był przedmiotem wielu późniejszych badań. Na rysunku 2-9 przedstawiono zestawienie w formie wykresu, które pokazuje proponowane przez szereg naukowców krzywe odpowiadające imperfekcjom powstałym w wyniku spawania. Początkowe wyniki w postaci krzywych *Weld Type A* i *Weld Type B* [20] zostały później zmodyfikowane przez Rottera i reprezentowane są na rysunku 2-9 przez krzywe Rotter ‘final’ i Rotter ‘closed’ [24]. Powodem tej zmiany były zebrane dane dotyczące kształtów deformacji



w istniejących silosach w Port Kembla [23]. Oprócz wspomnianych już autorów deformacje spawalnicze były tematem badań, Bornscheuera [74], Whitea i Dwighta [75], Fritchiego [25] oraz Steinhardta i Schulza [76], które również zestawiono na rys. 2-9. Krzywe, które opracował Barry nie zostały przedstawione na wykresie, ale stanowią one wszystkie sytuacje pośrednie pomiędzy krzywymi typu 'A' i 'B' Rottera.



Rys. 2-9 Funkcje kształtu obwodowych imperfekcji spawalniczych, gdzie  $\frac{\delta}{t}$  jest wartością odchyłki w punkcie powłoki,  $\frac{x}{t}$  to względna współrzędna osiowa, a  $t$  to grubość powłoki

źródło: [77]

Imperfekcje spawalnicze nazwane przez Rottera i Tenga *Weld Type A* i *Weld Type B* są uważane za mające największe znaczenie dla nośności powłoki walcowej. Potencjalnie przy rozpatrywaniu większej ilości wgłębień spawalniczych wzajemnie ze sobą sąsiadujących można uzyskać jeszcze większe redukcje nośności powłoki, a taka sytuacja jest zawsze spotykana w silosach i zbiornikach.

### 2.3.2.2 Wzajemne niedopasowanie blach

Wzajemne niedopasowanie blach płaszcza silosu lub zbiornika może być spowodowane przez wiele czynników. Jednymi z nich jest proces rolowania arkuszy blachy do kształtu cylindrycznego. W tym przypadku nie jest możliwe odpowiednie dogięcie końcowych odcinków blach, żeby uzyskać idealne dopasowanie do siebie arkuszy i założony kształt cylindryczny. Innym powodem jest proces spawania i skurczu podczas stygnięcia spoiny. Jak

wynika to z pomiarów na rzeczywistych konstrukcjach wzajemne niedopasowanie blach może przyjmować różne formy, dlatego też w literaturze znajdują się opisy wyidealizowanych kształtów tych deformacji. Tego rodzaju imperfekcjami zajął się Holst w szeregu swoich publikacji [29,67,78]. Zwrócił on bliższą uwagę na miejsce w płaszczu silosu, w którym występuje połączenie kilku arkuszy blach, które zostało zaznaczone na rysunku 2-7. Jest to szczególnie interesujące miejsce w powłoce, gdzie koncentrują się spoiny pionowe i obwodowe, dlatego też można się tam spodziewać skomplikowanego kształtu imperfekcji. Holst zaznacza w swojej pracy, że ze względu na bardzo różne i skomplikowane formy niedopasowania blach i brak dostępu do odpowiedniej ilości pomiarów na powłokach rzeczywistych, zaproponowane przez niego modele stanowią jedynie pierwszą próbę przybliżenia problemu.

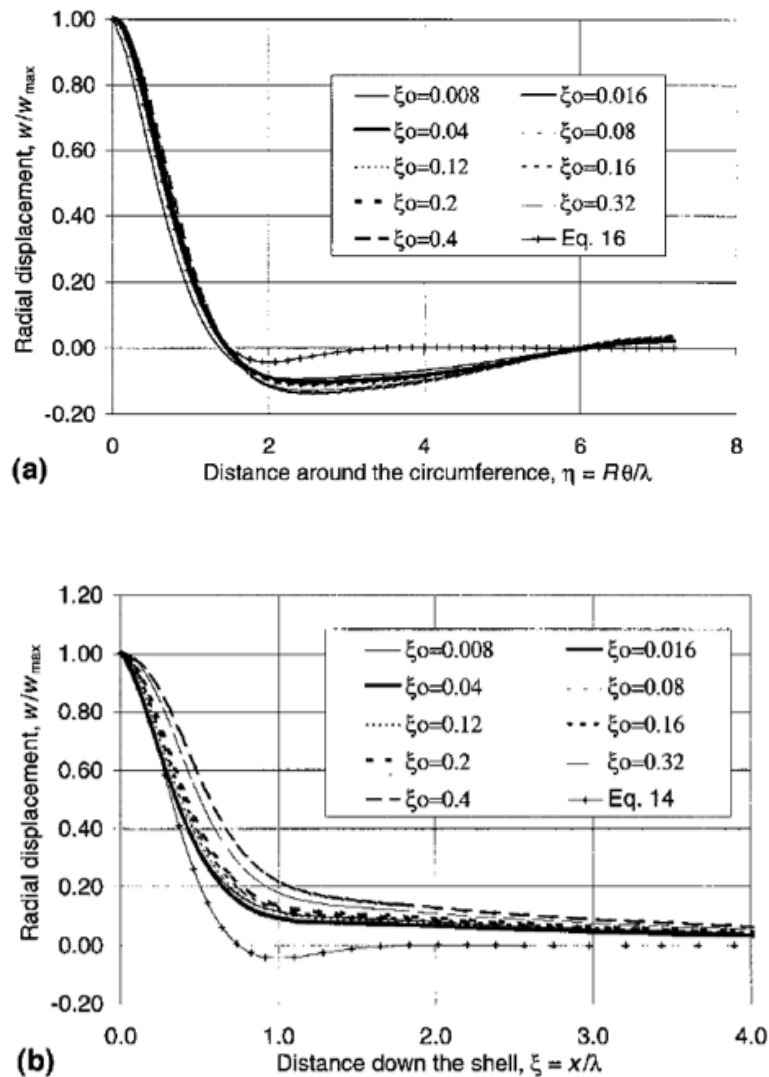
Opisane przez Holsta niedopasowania blach można podzielić na dwa rodzaje. Pierwszy z nich to niewielkie imperfekcje o charakterze punktowym. Drugi natomiast stanowią imperfekcje, w których jeden z wymiarów, obwodowy lub osiowy, jest znacznie większy od drugiego. Punktowa deformacja ma obrazować bardzo lokalny efekt spowodowany miejscowym niedopasowaniem lub punktem koncentracji spoin. Rozkład geometryczny tego rodzaju imperfekcji może być jedno lub dwuwymiarowy w zależności od założonego stopnia skomplikowania zjawiska – oprócz wzajemnego niedopasowania uwzględnia się również odchyłkę spawalniczą. Drugi typ imperfekcji posiada jednowymiarowy rozkład i reprezentuje niedopasowanie arkuszy blach lub skurcz spoiny. Te dwa rodzaje deformacji nie wyczerpują wszystkich możliwych form, jakie mogą przybierać wzajemne niedopasowania blach, ale Holst analizuje również bardziej skomplikowane imperfekcje nakładając na siebie obydwie te formy w różnych kombinacjach. Dla ułatwienia opisu stosuje dokładnie takie samo rozwiązanie dla miejscowego pola naprężeń jak Rotter i Teng dla *Weld Type A*, przyjmując przy tym analogiczne założenia dotyczące stanu naprężenia w powłoce do tych z pracy Calladinea [37]. Zauważa dodatkowo, że w obydwu kierunkach – obwodowym i południkowym może z dość dobrym przybliżeniem zastosować te same krzywe co Rotter do opisu rozkładu imperfekcji, przy czym należy wprowadzić do nich pewną poprawkę. Długość półfali w kierunku południkowym stanowi około połowę długości półfali w kierunku obwodowym. W efekcie z połączenia opisu deformacji w obydwu kierunkach otrzymuje się wzór (2.8):

$$\delta = \delta_0 e^{-\pi\left(\frac{\eta}{2} + \xi\right)} \left( \cos\left(\pi\left(\frac{\eta}{2} - \xi\right)\right) + \sin\left(\pi\left(\frac{\eta}{2} + \xi\right)\right) \right), \quad (2.8)$$

w którym względne wymiary są reprezentowane przez:

$$\xi = \frac{x}{\lambda_0}; \eta = \frac{r\theta}{\lambda_0}, \quad (2.9)$$

gdzie  $x$  i  $\theta$  są współrzędnymi w układzie cylindrycznym, a  $R$  jest promieniem powłoki; długość półfali  $\lambda_0$  jest wyrażona wzorem (2.6). Na rysunku 2-10 została przedstawiona funkcja opisana wzorem (2.6) w przekroju: w podpunkcie a) przekrój poziomy  $\xi = 0$ , a w podpunkcie b) przekrój pionowy  $\eta = 0$ .



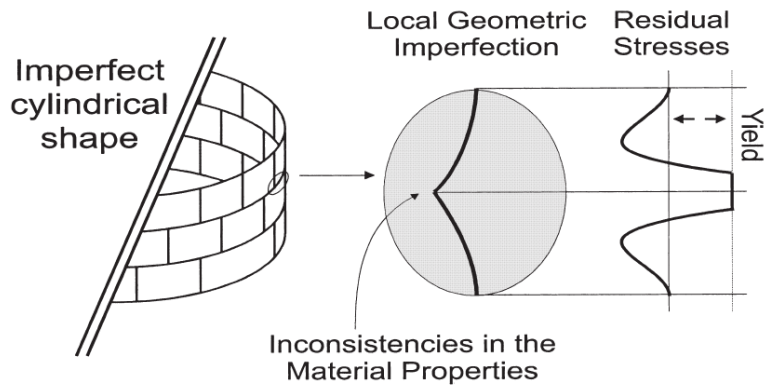
Rys. 2-10 Znormalizowany wymiar odchyłki w kierunku radialnym: a) w kierunku obwodowym, b) w kierunku osiowym, gdzie  $w/w_{max}$  jest względną wartością odchyłki,  $\xi$  i  $\eta$  to odpowiednio względna współrzędna osiowa i obwodowa,  $R$  to promień powłoki,  $\theta$  to długość łuku, a  $\lambda$  to długość teoretycznej półfali wyboczeniowej źródło: [67]

Holst przeprowadził również szereg analiz na modelach wzajemnego niedopasowania blach, jako pól lub pasów naprężeń [29]. W programie numerycznym analizę dzielił na dwie

procedury, z których pierwsza w analizie statycznej rozpatrywała wprowadzone pole naprężeń resztkowych, a w drugim kroku model ten był obciążany osiowo w analizie nieliniowej do momentu zniszczenia. W tym cyklu publikacji Holst zauważył, że szczytkowe naprężenia membranowe wynikające z niedopasowania 1% grubości ścianki mogą być lokalnie równe klasycznym naprężeniom wyboczeniowym. Takie pola naprężeń rezydualnych spotykane są w rzeczywistych powłokach i ich wpływ na nośność powłoki powinien być uwzględniany w obliczeniach [78]. W ogólnym przypadku dla rozpatrywanych niewielkich rozmiarów pól niedopasowania, zmiana ich wymiarów nie miała wpływu na nośność wyboczeniową powłoki. Holst zauważył również, że nieuwzględnienie pola naprężeń rezydualnych w powłoce znacząco zmienia jej zachowanie pod obciążeniem osiowym i prowadzi do zwiększenia nośności krytycznej powłoki. W obliczeniach, w których uwzględniane są jedynie niedoskonałości geometryczne może to prowadzić do błędu niedoszacowania nośności powłoki.

### 2.3.2.3 Naprężenia rezydualne

Wpływ naprężeń rezydualnych na nośność stalowych powłok cylindrycznych nie jest dość często poruszonym tematem [78–82]. Ich powstawanie w powłoce jest głównie wynikiem skurczu termicznego spoin obwodowych i pionowych. W okolicy spoiny powstaje zamknięte pole naprężeń ściskających i rozciągających, którym towarzyszy również plastyczna deformacja powłoki [81]. Opis rozkładu naprężeń resztkowych w powłoce walcowej jest skomplikowaną kwestią w przeciwieństwie do konstrukcji jednowymiarowych. Powstałe w powłoce naprężenia rezydualne muszą tworzyć układ zrównoważony, co powoduje pewne komplikacje w opisie analitycznym w przypadku dwuwymiarowego pola naprężeń i konieczności uwzględnienia krzywizny powłoki. Poprawne rozwiązanie tego zagadnienia umożliwia otrzymanie całościowego modelu imperfekcji powstających w miejscach spawania powłoki, który uwzględnia jej deformację i powstałe pole naprężeń [67]. Imperfekcja powstała przy spawaniu powłoki obwodowo została przedstawiona schematycznie na rysunku 2-11. Według Rottera pole naprężeń ściskających obejmuje pas około 4.2 grubości ścianki powłoki mierzony od środka spoiny. W tym obszarze występują naprężenia, których wartość jest równa naprężeniom plastyczności. Opisane naprężenia rezydualne częściowo są kompensowane przez deformację powłoki zgodnie ze schematem na rysunku 2-11.

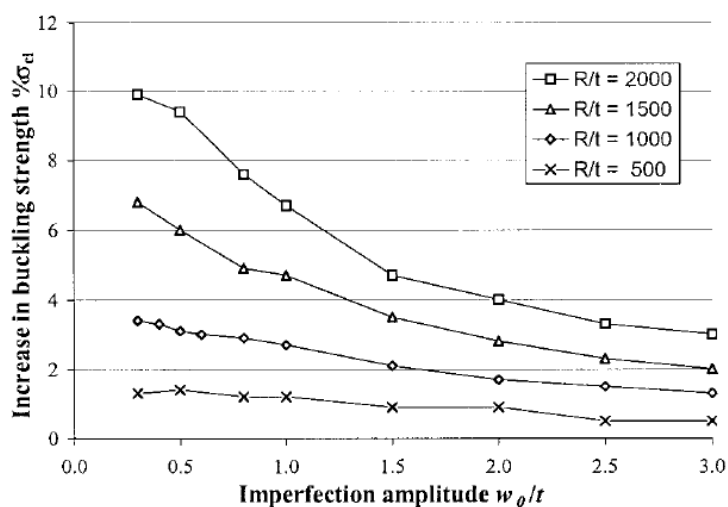


Rys. 2-11 Schemat imperfekcji obwodowej w okolicy spoiny i towarzyszące jej pole naprężeń, źródło: [77]

W powłokach rzeczywistych imperfekcjom geometrycznym zawsze towarzyszą naprężenia rezydualne. Nie można o tym zapominać przy tworzeniu modelu numerycznego powłoki walcowej, której zachowanie ma być najbliższe zjawiskom, które można zaobserwować w istniejących konstrukcjach. Stanowi to pewnego rodzaju wyzwanie, ponieważ na proces powstania imperfekcji składają się dwa czynniki: wprowadzenie odpowiedniej odchyłki geometrycznej i towarzyszącego jej pola naprężeń. Zjawiska te są powiązane, dlatego należy uwzględnić fakt, że wprowadzenie pola ściskanego w powłocę już samo w sobie spowoduje odkształcenie geometryczne powłoki. W swojej pracy doktorskiej Häfner przedstawia podejście, w którym naprężenia rezydualne są nakładane na powłokę, a w następnym kroku przeprowadzana jest analiza wyboczeniowa [79]. Rotter z kolei twierdził, że naprężenia rezydualne są wynikiem działania czynników fizycznych na powłokę. Takim czynnikiem jest zmiana temperatury w obszarze wstępowania spoiny w powłocę, dlatego też wprowadzał on do modelu odkształcenia geometryczne, którym towarzyszyły pasy naprężeń ściskających [80].

Wnioski płynące z większości przedstawionych prac wskazywały na pozytywny wpływ naprężeń rezydualnych na nośność powłoki walcowej poddanej osiowemu ściskaniu. Jedną z wcześniejszych prac, w której analizowany był wpływ naprężeń rezydualnych na nośność powłoki walcowej była publikacja Häfner, która wskazywała na odwrotną sytuację. Häfner wykazywał w niej, że naprężenia rezydualne powodują zmniejszenie nośności powłoki walcowej o około 10% [79], jednak Holst w swojej pracy [78] wykazał, że naprężenia wprowadzone do powłoki przez Häfnera nie są naprężeniami zrównoważonymi w układzie bez obciążenia zewnętrznego i tym samym zanegował słuszność takich wniosków. Rotter w swojej publikacji konferencyjnej z roku 1996 [80] wykazywał pozytywny wpływ naprężeń rezydualnych na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo. Rozciągające naprężenia

blonowe występujące na obwodzie powłoki są kluczową składową naprężeń wynikających z jej spawania. Sięgają one granicy plastyczności blisko środka spoiny, a ich wartość pozostaje znaczna nawet w wypadku zadania w powłoce zewnętrznego obciążenia ściskającego, którego wartość jest bliska naprężeniom krytycznym. W dalszej odległości od środka spoiny występują naprężenia ściskające, których wartość waha się między 0.2 a 0.4 granicy plastyczności i pod wpływem obciążenia są one dodatkowo zwiększane. Przy dalszym zwiększaniu obciążenia naprężenia ściskające rosną i w ich obszarze zaczynają się tworzyć niewielkie punkty lokalnej utraty stateczności, które ostatecznie prowadzą do wyboczenia całej powłoki [82]. Towarzyszące obciążeniu ściskającemu efekty zgięciowe prowadzące do utraty stateczności w różnym stopniu mają wpływ na nośność powłok o zróżnicowanym stosunku  $R/t$ , dlatego też można się spodziewać, że dla powłok w dużym stosunku  $R/t$  wpływ stabilizujących naprężeń rezydualnych będzie bardziej wyraźny. Jak widać na rysunku 2-12, dla powłok o stosunku  $R/t = 2000$  wpływ naprężeń rezydualnych na nośność powłoki, w której występują osiowosymetryczne imperfekcje geometryczne o niskiej amplitudzie może sięgać blisko 10%. Uwzględnienie naprężeń rezydualnych przy projektowaniu konstrukcji może być zatem zasadne dla powłok o dużej smukłości.



Rys. 2-12 Wpływ naprężeń rezydualnych na nośność powłok przy różnych amplitudach imperfekcji, źródło: [77]

Naprężenia rezydualne są nieodzownym elementem procesu spawalniczego i wykazują pozytywny wpływ na nośność powłoki walcowej poddanej osiowemu ściskaniu. Można je utożsamić z pasami naprężeń rozciągających występujących na obwodzie powłoki w bliskim sąsiedztwie miejsc spawania ze sobą blach. Wpływają one stabilizująco na powłokę poddaną

obciążeniu ściskającemu w różnym stopniu w zależności od jej smukłości  $R/t$ . W powłokach o stosunkowo grubych ściankach towarzyszący obciążeniu efekt zgięciowy ma zdecydowanie większe znaczenie, dlatego można się spodziewać, że zredukuje on pozytywny wpływ stabilizujących błonowych naprężeń obwodowych [82].

#### 2.3.2.4 Imperfekcje uzyskiwane z pomiarów na konstrukcjach rzeczywistych

Tuż po odkryciu znacznego wpływu imperfekcji na spadek nośności walcowej powłoki cienkościennej w literaturze można zauważyć dwa trendy. Jednym z nich jest poszukiwanie wstępnych deformacji, które w największym stopniu obniżą jej nośność bez względu na to, czy ich występowanie w powłokach rzeczywistych jest racjonalne. Z drugiej strony mamy do czynienia z poszukiwaniami modelu imperfekcji, który jesteśmy w stanie zaobserwować w istniejących powłokach. Tego rodzaju deformacjami są na przykład wcześniej wspomniane imperfekcje obwodowe będące wynikiem spawania powłoki [20]. Ich powstanie nie byłoby jednak możliwe, gdyby nie wcześniejsze badania geometrii powłok rzeczywistych wykonane przez tego samego autora [22]. Niewystarczający zasób wiedzy na temat geometrii istniejących konstrukcji powłokowych jest niejednokrotnie wspomniany przez wielu autorów. W dziedzinie lotnictwa i kosmonautyki powstały dwa banki danych zbierające informacje dotyczące rzeczywistych geometrii powłok [83,84]. Nie znajdują one jednak zastosowania we współczesnym budownictwie z dwóch powodów: pomiary geometrii nie są dość dokładne – nie są wysokiej rozdzielczości oraz pomierzone powłoki są powłokami wytwarzanymi zgodnie z ówczesną technologią wytwarzania poszyc statków kosmicznych i samolotów. Arbocz wspominał o niedostatecznym stanie wiedzy na temat rzeczywistej geometrii powłok [70]. Posiadając zbiory danych o sposobach wytwarzania, eksploatacji i geometrii wyjściowej powłok potencjalnie można skorzystać z narzędzi matematycznych jak metoda Monte Carlo preferowana przez Arbocza, ale i bardziej współczesnych jak uczenie maszynowe do przewidzenia rzeczywistych imperfekcji występujących w powłokach.

Arbocz w swoim opracowaniu stosował przybliżenie szeregami Fouriera, które pozwalało na porównanie geometrii badanych powłok i znalezienie powtarzających się deformacji charakterystycznych dla badanego rodzaju powłok. Należy tutaj zaznaczyć, że badane przez niego imperfekcje są reprezentatywne dla danego sposobu wytwarzania powłoki cylindrycznej. Dokładnie tę samą metodą badawczą przyjęli Lin i Teng [1,85] przy badaniu imperfekcji w zmierzonych powłokach w Port Kembla [23]. W późniejszym artykule dotyczącym tych pomiarów autorzy szczegółowo opisują metodę przyjmowania współczynników dla szeregów

Fouriera do opisu imperfekcji. Ma to kluczowe znaczenie, gdyż dzięki temu udało im się opisać oprócz imperfekcji obwodowych wynikających ze spawania blach, również owalizacje przekrojów i przechył całej powłoki. Lin i Teng piszą w swojej pracy, że nie są w stanie wysnuć uogólnień z tak ograniczonego zasobu badanych powłok, ale już na tym etapie przy zastosowaniu narzędzi matematycznych można zauważyć pewne zależności geometryczne związane z metodą wytwarzania tej konkretnej konstrukcji. W efekcie po raz kolejny wskazują na konieczność stworzenia dużych zasobów danych o rzeczywistej geometrii powłok.

Ze względu na swój charakter imperfekcje są również postrzegane jako zjawisko losowe. Jednymi z pierwszych prac mówiących o wstępnych deformacjach powłoki, jako zmiennych losowych były prace Amazigo [54,55]. Dowodził on w nich istnienia asymptotycznej zależności pomiędzy amplitudą imperfekcji osiowosymetrycznych traktowanych jako zmienne losowe a nośnością powłoki walcowej. Zależności te uwzględniały tylko wyidealizowane kształty imperfekcji, który nie występuje w powłokach rzeczywistych. Inne podejście przyjęli w swoim opracowaniu Elishakoff i Arbocz, którzy zastosowali metodę Monte Carlo do stworzenia histogramów nośności powłok na podstawie imperfekcji opisanych za pomocą szeregów Fouriera [86]. Wspólnym mianownikiem dla tych prac było wykorzystanie metod analitycznych, gdzie imperfekcje były reprezentowane przez dwuwymiarowe zmienne stochastyczne i wykorzystanie szeregów Fouriera z parametrami w postaci zmiennych losowych do opisu tych imperfekcji.

Wraz z rozwojem metody elementów skończonych i coraz szerszym jej zastosowaniem w różnych dziedzinach mechaniki, metody analityczne były coraz częściej weryfikowane i krytykowane. Do zagadnienia losowości imperfekcji powrócono zatem w nowym ujęciu wykorzystując przy tym narzędzia numeryczne. Propozycję losowego opisu imperfekcji w powłoce cylindrycznej opracowali w 2002 roku Bielewicz i Górski [87]. W późniejszej publikacji zespołu Górskiego i Bielewicza geometria imperfekcji losowych była przyjmowana *a priori* w oparciu o wytyczne normowe [88]. Shenk i Schuëller podjęli kolejną próbę oceny wpływu imperfekcji na nośność rzeczywistych powłok [89] korzystając z bazy danych, która pochodziła z badań w instytucie w Delft [83]. Do opisu imperfekcji wykorzystali skomplikowany model służący do opisu zjawisk losowych, który pozwolił im stworzyć geometrie wejściowe do nieliniowej analizy MES. Analizy były przeprowadzone dla 250 modeli, a następnie otrzymane wyniki były porównane ze znanymi wynikami doświadczalnymi. Pomimo dość wiernego odtworzenia geometrii zmierzonych powłok w modelu numerycznym, nie udało się im otrzymać zbliżonych wyników do powłok



porównawczych. Autorzy tego artykułu wskazują na to, że odchyłki geometryczne tłumaczą znaczną część spadku nośności powłok, ale w dalszym ciągu pozostają czynniki, które uniemożliwiają porównanie wyników analitycznych z doświadczalnymi. Do takich czynników zaliczają: niepoprawne odwzorowanie warunków podparcia, niejednorodność materiału, z którego wykonana jest powłoka i odstępstwa od założonej grubości powłoki. Ten artykuł wskazał kierunek badań dla kolejnych publikacji Papadopoulou i Papadrakakisa, którzy rozpatrywali wpływ niejednorodności materiału jako zmiennej losowej na nośność ściskanej osiowo powłoki cylindrycznej [90,91]. W późniejszych latach pojawiły się również publikacje uwzględniające zmienne warunki podparcia powłoki [92,93]. Publikacja podsumowująca ten cykl ukazała się w roku 2009 [94]. Uwzględniono w niej losowość każdego z wyżej wymienionych czynników i analizowano ich wpływ na nośność powłoki walcowej. Autorzy nie stwierdzają jednoznacznie, czy zastosowana metoda znajduje swoje odzwierciedlenie w badaniach na modelach rzeczywistych. Niestety ze względu na charakterystykę metody obliczeniowej (Karhunen–Loève) konieczne jest ustalenie pewnych współczynników rozkładu funkcji pola losowego. Dobierając ich odpowiedni układ w modelu wyniki analityczne znacznie odbiegają od badań doświadczalnych albo się w nie idealnie wpasowują. Autorzy tłumaczą to niewystarczającym stanem wiedzy na temat geometrii rzeczywistych powłok. Mając dostęp do znacznie szerszej bazy danych zawierającej rzeczywiste modele 3D powłok potencjalnie istnieje możliwość kalibracji modelu zaproponowanego przez Papadopoulou i Papadrakakisa.

Wraz z poszerzeniem możliwości obliczeniowych komputerów osiągalne stało się tworzenie coraz bardziej zaawansowanych modeli numerycznych uwzględniających w swojej strukturze metody stochastyczne. Pomimo iż podejście probabilistyczne do zagadnienia modelowania imperfekcji w powłokach symulujących konstrukcje rzeczywiste daje nadzieje na wierniejsze oddanie rzeczywistego zachowania się powłoki pod obciążeniem, w dalszym ciągu ograniczona wiedza na temat wykonanych konstrukcji uniemożliwia zastosowanie tego typu modeli w praktyce. Dodatkowym utrudnieniem jest znalezienie uogólnień, które mogą stanowić proste wytyczne inżynierskie do projektowania konstrukcji powłokowych. Powstały w latach 70-tych bank danych zawierający informacje o geometrii powłok badanych w ośrodku w Delft nie może stanowić podstaw do kalibracji metod proponowanych przez Shenka, Schuëllera, Papadopoulou i Papadrakakisa z następujących powodów: ilość zbadanych powłok jest zbyt mała, powłoki były wykonane zgodnie z dostępnymi wówczas metodami wykonania poszyc samolotów i statków kosmicznych i nie jest możliwe ich odniesienie do wykonywanych

aktualnie zbiorników i silosów, w zestawieniach mierzona jest jedynie geometria zewnętrznej powierzchni powłoki, brakuje zatem informacji o odchyłkach grubości powłoki i szeregu innych parametrów. Stworzenie odpowiednio dużych zbiorów danych o geometrii istniejących powłok zdecydowanie poprawiłoby ogólny stan wiedzy na temat tych konstrukcji.

Obecnie uważa się, że imperfekcje osiowosymetryczne w powłokach cylindrycznych ściskanych osiowo prowadzą do najbardziej znacznego obniżenia ich nośności, dlatego też zaproponowane w roku 1989 deformacje spawalnicze przez Rottera i Tenga cieszą się tak dużą popularnością. Z jednej strony łączą w sobie wiedzę teoretyczną o formie wyboczenia powłoki cylindrycznej, a z drugiej można na ich podstawie sformułować proste wytyczne do kontrolowania imperfekcji w powłokach rzeczywistych, co bezpośrednio przekłada się na poprawę ich nośności. *Weld Type A* służą również jako jedna z form deformacji wstępnych wprowadzanych do modelu elementów skończonych przy wymiarowaniu metodą MNIA, GNIA i GMNIA. Często prowadzą one do znacznej redukcji nośności powłoki w stosunku do modelu idealnego, jednak nie jest prawdziwe stwierdzenie, że stanowią najbardziej niekorzystną formę deformacji geometrycznych dla powłoki. Alternatywę dla imperfekcji pochodzących z obserwacji przeprowadzanych na konstrukcjach rzeczywistych stanowią imperfekcje generowane z metod numerycznych.

### **2.3.3 Imperfekcje przyjmowane w analizach numerycznych**

Imperfekcja uznawana za najbardziej niekorzystną dla konstrukcji to taka, której forma powoduje największą redukcję jej nośności. Nie koniecznie musi to być imperfekcja, której powstanie w konstrukcji da się uzasadnić poprzez technologię jej wznoszenia. Poszukiwanie deformacji wstępnej, która najbardziej obniża wytrzymałość powłoki jest jednak zasadne z punktu widzenia projektowania konstrukcji, ponieważ pozwala na uzyskanie bezpiecznego oszacowania nośności. Tego rodzaju podejście w poszukiwaniu najbardziej niekorzystnej imperfekcji dla konstrukcji jest znane nie tylko dla konstrukcji powłokowych. Naturalne jest zatem przypuszczenie, że tego rodzaju form imperfekcji może dostarczyć liniowa analiza bifurkacyjna. Zastosowanie form własnych jako deformacji wstępnych jest powszechnie stosowane dla różnego rodzaju konstrukcji [14,17,19,95–99]. Zazwyczaj takie podejście dostarcza imperfekcji mających znaczny wpływ na redukcję nośności powłoki, stąd wynika popularność takiego rozwiązania.

### 2.3.3.1 Imperfekcje przyjmowane na podstawie liniowej analizy wyboczeniowej

W świetle normy PN-EN 1993-1-6 [N1] służącej do projektowania cienkościennych konstrukcji stalowych jeśli nie stosuje się dokładniejszych metod, to imperfekcje uwzględnia się, wprowadzając do modelu zastępcze imperfekcje geometryczne w formie początkowych odchyłek kształtu mierzonych prostopadle do powierzchni środkowej powłoki idealnej [N1]. Jeśli brakuje innych przesłanek, co do tego jaki ma być kształt imperfekcji geometrycznych, norma zezwala na wykorzystanie form własnych wyboczenia. Taka forma może zostać pozyskana z analizy LBA modelu dyskretnego konstrukcji. W ogólnym przypadku dla cienkościennej powłoki podpartej i obciążonej równomiernie wyniki otrzymane z analizy LBA powinny być w zgodzie z rozwiązaniem Donnella [13], a zatem są to deformacje nieosiowosymetryczne, czyli wcześniej wspomniane formy szachownicy i forma osiowosymetryczna. Ze względu jednak na niedoskonałość metody elementów skończonych w zależności od gęstości siatkowania można uzyskiwać inne formy, a nie tylko te wynikające z rozwiązania klasycznego [96,100]. Czasem trudno jest uzasadnić zastosowanie formy, która posiada bardzo skomplikowany kształt, dlatego też można znaleźć w normie projektowej [N1] zapis mówiący o tym, że imperfekcje, które uznaje się za nierealistyczne w świetle metod wytwarzania i montażu można pominać. Jest to pewnego rodzaju paradoks, gdyż jak zostanie to przedstawione w późniejszej części opracowania, ciężko uzasadnić powstanie wstępnych deformacji w konstrukcjach rzeczywistych mających kształt którejkolwiek formy własnej jedynie mając na uwadze znane sposoby wznoszenia powłok stalowych.

Znalezienie formy własnej służącej jako wstępna deformacja konstrukcji, która spowoduje największe obniżenie nośności powłoki nie jest łatwym zadaniem. Nie jest możliwe rozpatrzenie wszystkich form utraty stateczności, ponieważ rozwiązania równań różniczkowych Donnella w przestrzeni Hilberta stanowią obszar ciągły, a więc jest ich nieskończenie wiele. W literaturze i normach projektowych brakuje klasyfikacji form własnych względem ich przydatności w zastosowaniu jako imperfekcji. Jako jedyny wyznacznik odrzucenia niektórych wyników analizy LBA można zastosować wcześniejszy zapis normowy o ich skomplikowanej formie nie mającej uzasadnienia w rzeczywistych konstrukcjach. Można jednak przypuszczać, że formy własne, które będą bliskie naturalnej deformacji powłoki pod obciążeniem spowodują największe obniżenie jej nośności, gdy zostaną wykorzystane jako deformacje wstępne. Takich form zgodnie z zapisem normowym należy rozpatrzyć „dostateczną ilość”. Wybrane formy utraty stateczności skaluje się do wymiaru imperfekcji przy założonej

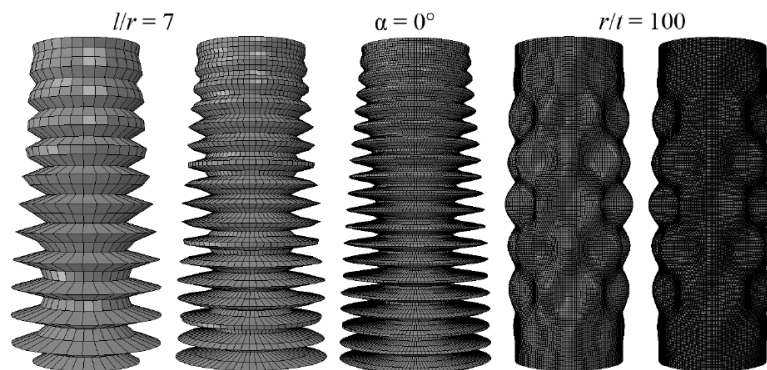
klasie dokładności wykonania konstrukcji. W znacznej większości zwiększenie amplitudy imperfekcji wiąże się z obniżeniem nośności powłoki, ale sugeruje się sprawdzenie tej zależności, gdyż może ona być nieprawdziwa dla wszystkich przypadków rozpatrywanych imperfekcji. Zazwyczaj jednak w praktyce projektowej przyjmuje się podejście, że za miarodajne imperfekcje uznaje się te, które przy założonej amplitudzie powodują największe obniżenie nośności, a nie te które wystąpią w powłoce z największym prawdopodobieństwem.

W literaturze można znaleźć wskazania, że na nośność cienkiej powłoki walcowej ściskanej osiowo najbardziej niekorzystny wpływ mają imperfekcje osiowosymetryczne [11,96,101]. Taka forma imperfekcji jest również najczęściej rozpatrywana i analizowana w literaturze, jak chociażby w pracy Koitera [14], Tennysona i Muggeridgea [50] oraz Huchinsona i in. [52]. W budownictwie występowanie imperfekcji osiowosymetrycznych jest uzasadnione, gdyż tego rodzaju deformację można zaobserwować w obszarze spoiny obwodowej. Dowodzi tego wcześniej już wspomniana praca Dinga i innych, gdzie przedstawione zostały wyniki pomiarów na istniejących silosach [23]. Imperfekcje osiowosymetryczne stanowią zatem jeden z głównych punktów porównawczych przy rozpatrywaniu imperfekcji w powłoce cienkościennej ściskanej osiowo.

Przyglądając się bliżej zagadnieniu nośności krytycznej idealnej powłoki poddanej osiowemu ściskaniu znane są dwa podejścia otrzymywania form własnych. Można je otrzymać przez rozwiązanie różniczkowych równań równowagi w sformułowaniu Donnella lub przez dyskretyzację zagadnienia do macierzy sztywności metody elementów skończonych. W literaturze można spotkać zatem dwa podejścia. Formy własne uzyskane z analizy LBA są skalowane do wymiaru imperfekcji, a następnie wykorzystane do dalszych analiz, na przykład w analizie nieliniowej GNIA lub imperfekcje są modelowane jako sinusoidy w rozkładzie południkowym i równoleżnikowym otrzymując tzw. „formy szachownicy” i formę osiowosymetryczną. Drugie podejście jest wykorzystywane częściej przy analitycznym rozwiązywaniu równań równowagi. Zdecydowaną zaletą obliczeń z wykorzystaniem metody elementów skończonych jest łatwość w pozyskiwaniu dużych zbiorów form własnych. Część pakietów obliczeniowych posiada również wbudowaną funkcjonalność, która umożliwia modyfikację położenia węzłów siatki elementów skończonych do położenia wyznaczonego przez deformację pochodzącą z LBA stosując przy tym współczynnik skali. Należy pamiętać jednak, że zagadnienie własne w ujęciu metody elementów skończonych stanowi przybliżenie wyników, które można otrzymać z podejścia analitycznego. Wśród autorów prac o tematyce imperfekcji pochodzących z LBA, pomimo rozpatrywania przez nich znacznej ilości

deformacji towarzyszących wyboczeniu nie ma zgodności co do tego, jak te formy ostatecznie wyglądają. Oczywiście forma osiowosymetryczna jest niezmiennym elementem, ale stanowi jeden przykład z setek lub tysięcy podlegających analizie.

W pracy zbiorowej Castro i in. [102] zostało rozpatrzone 50 pierwszych pozyskanych form własnych w analizie LBA przeprowadzonej w programie ABAQUS. To samo podejście, przy wykorzystaniu tego samego programu komputerowego w swojej pracy zaproponowali Sadovský i Kriváček [96]. Rozpatrywali oni ponad 2600 różnych form własnych, jednak pierwsze 50 z nich nie wyglądało jak te otrzymane przez Castro. Porównując te formy własne, zastosowane w przedstawionych pracach do rozwiązania analitycznego, można znaleźć pewne podobieństwo, jednak nie można stwierdzić, że są to formy całkowicie zgodne. Dzieje się to za sprawą niedokładności obliczeniowej metody elementów skończonych. Sadowski i Rotter [103] w swojej pracy analizowali zbieżność zagadnienia utraty stateczności powłoki cylindrycznej poddanej osiowemu ściskaniu w ujęciu analitycznym i MES z wykorzystaniem programu ABAQUS.

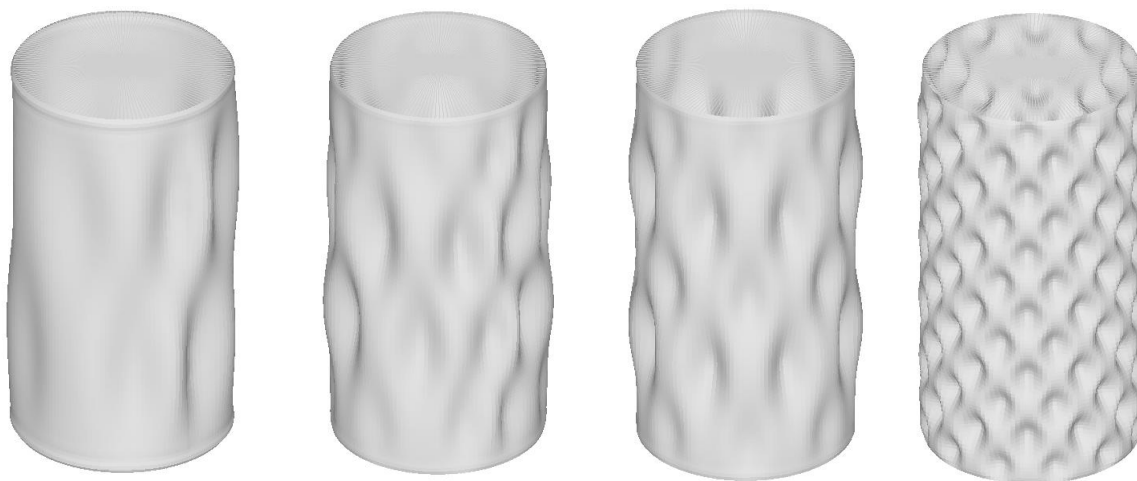


Rys. 2-13 Uzyskane formy własne w analizie LBA dla powłoki cylindrycznej poddanej osiowemu ściskaniu, gdzie  $\alpha$  to kąt obrotu siatki elementów skończonych,  $l$  to długość powłoki,  $r$  to promień powłoki, a  $t$  to grubość powłoki, źródło: [103]

Korzystając z siatkowania przy najmniejszej liczbie węzłów otrzymywali deformacje osiowosymetryczne, którym towarzyszyły naprężenia krytyczne zbliżone do tych, które wynikają z podejścia klasycznego. W miarę zagęszczania siatki elementów skończonych formy zaczęły przybierać kształt opisanej już „szachownicy” i asymptotycznie zbliżać się wartością naprężeń krytycznych do wartości klasycznej. Zastosowali oni również zabieg polegający na sztucznym obróceniu elementów siatki, co przyniosło korzyść w postaci szybszej zbieżności zagadnienia. Otrzymane przez nich formy własne w analizie LBA przedstawiono na rysunku 2-13. Przyczyn tego zjawiska doszukują się w złożonym wpływie warunków brzegowych na

występujący w powłoce stan błonowy. Ze względu na dużą sztywność w okolicy utwierdzenia powstają zaburzenia brzegowe, powodujące przeszacowanie lub niedoszacowanie wartości krytycznej naprężeń.

W praktyce projektowej trudno jest uzasadnić tak skomplikowane podejście w celu uzyskania oczekiwanej formy własnej, która sama w sobie nie jest ostatecznym celem obliczeń, a stanowi jedynie sugestią co do imperfekcji zastosowanych w modelu. Zwiększanie liczby elementów skończonych jest jedną z możliwości, ale raczej unika się stosowania tego zabiegu ze względu na czas obliczeń. Alternatywnie można skorzystać ze znanych rozwiązań analitycznych i przy pomocy interfejsu programistycznego zawartego w ogólnie dostępnych programach komputerowych, stosujących metodę elementów skończonych, modyfikować siatkę do pożądanej geometrii. Przykłady tak uzyskanych geometrii zestawiono na rysunku 2-14.



Rys. 2-14 Uzyskane geometrie modeli MES przez modyfikację węzłów siatki do pożądanej geometrii wynikającej z rozwiązania analitycznego zagadnienia własnego powłoki ściskanej, źródło: opracowanie własne

Ostatnie podejście wymaga pewnego poziomu wiedzy z dziedziny programowania w popularnych językach jak VBA, Python lub Matlab. W Załączniku A niniejszej pracy można znaleźć przykładowe autorskie skrypty wykorzystane przy przeprowadzaniu badań numerycznych na modelach. Jeden z nich umożliwia wprowadzenie do modelu imperfekcji pochodzących z analitycznego rozwiązania zagadnienia własnego dla powłoki ściskanej osiowo.

### 2.3.3.2 Imperfekcje przyjmowane na podstawie nieliniowej analizy wyboczeniowej

W zaleceniach normowych [N1] można znaleźć zapis mówiący, że należy rozpatrzyć formy imperfekcji, które spowodują największe obniżenie nośności konstrukcji. Ten zapis sugeruje, że taka forma imperfekcji istnieje i jest znana projektantowi konstrukcji. Powinna ona być również możliwa do uzyskania z zastosowaniem powszechnie używanych metod. Ustalenie takiej formy nie jest jednak prostym zadaniem, zwłaszcza jeśli decydującym czynnikiem dla nośności powłoki są efekty nieliniowe. Wykorzystywane dzisiaj zaawansowane programy stosujące metodę elementów skończonych pozwalają śledzić ścieżkę równowagi statycznej po wyboczeniu powłoki, która dostarcza dużo informacji na temat podatności powłoki na występujące imperfekcje i efekty nieliniowe. Gwałtowny spadek obciążenia tuż po utracie stateczności, możliwy do zaobserwowania na ścieżce równowagi statycznej dla idealnej powłoki ściskanej osiowo, jest spowodowany powstaniem deformacji towarzyszących temu zjawisku. Gdy zadamy w powłoce wstępną deformację w formie, która odpowiada odkształceniu towarzyszącemu jej utracie stateczności, to nie jest ona w stanie przenieść większego obciążenia niż powłoka idealna. Można stąd wnioskować, że im bardziej jest stromy spadek na ścieżce równowagi statycznej tym bardziej powłoka jest podatna na występujące w niej imperfekcje tego rodzaju [104].

Forma utraty stateczności wynikająca z analizy nieliniowej w znacznej większości przypadków odbiega od formy utraty stateczności wynikającej z liniowej analizy wyboczeniowej. W zależności od tego jakie efekty nieliniowe, materiałowe czy geometryczne mają decydujący wpływ na nośność powłoki może się okazać, że deformacje towarzyszące utracie stateczności w analizie nieliniowej znacznie odbiegają od formy LBA. Można zatem wnioskować, że imperfekcje wynikające z liniowo-sprężystej utraty stateczności nie będą miały w takim przypadku najbardziej niekorzystnego wpływu na nośność powłoki.

Nieliniowa analiza wyboczeniowa dostarcza szeregu nowych geometrii, które mogą posłużyć jako wstępne deformacje w modelu numerycznym. W statycznej analizie nieliniowej można uzyskać formę utraty stateczności towarzyszącą najniższemu poziomowi obciążenia obserwowanemu na ścieżce równowagi statycznej. Obserwacja ścieżki równowagi statycznej w fazie po utracie stateczności, może dostarczyć kolejnych form imperfekcji, które warto rozpatrzyć w modelu. W związku z tym, że utrata stateczności powłoki ma charakter nieliniowy i nie posiada jednej, stałej formy brakuje uogólnionej metody, co do doboru geometrii, która następnie posłuży jako imperfekcja [66,105]. Ponadto zagadnienie komplikuje fakt, że trudno

jest określić formę odkształcenia po wyboczeniu w sposób jednoznaczny i powtarzalny, dlatego należy zachować szczególną ostrożność przy ocenie uzyskanych wyników [11,19,32].

Uzyskanie wielu form utraty stateczności w analizie nieliniowej jest uzależnione od definicji modelu numerycznego. Aby uzyskać satysfakcjonujący wynik, w którym będzie można zaobserwować fazy, przez jakie przechodzi powłoka towarzyszące jej utracie stateczności należy zastosować bardzo gęste siatkowanie, jak i odpowiednio zdefiniować parametry samej analizy. W innym wypadku wyniki mogą być obciążone błędem i nie będzie możliwe rozpatrzenie większej ilości deformacji znajdujących się na ścieżce równowagi statycznej.

Imperfekcje geometryczne w powłoce cienkościennej ściskanej osiowo powodują diametralne obniżenie jej nośności. Jest to związane z zaburzeniem stanu błonowego powłoki i powstaniem efektów zgięciowych odpowiedzialnych za postępującą utratę stateczności. Nie każda deformacja wstępna powoduje jednakowe obniżenie nośności powłoki, pomimo że sam fakt jej występowania powoduje niekorzystną pracę konstrukcji pod obciążeniem. Rozważając zagadnienie osiowego ściskania powłoki cienkościennej za najbardziej niekorzystną imperfekcję uznaje się tę, która przy zadanej amplitudzie spowoduje największy spadek nośności towarzyszący utracie stateczności. Kształt deformacji wstępnej, która spełni to kryterium nie jest wprost zdefiniowany, jednak konieczny do znalezienia biorąc pod uwagę wytyczne normowe [N1]. Istnieją również przypuszczenia, że najgorsza forma imperfekcji nie istnieje biorąc pod uwagę nieskończoność zbioru możliwości deformacji, które należy rozpatrzyć. Schneider w swojej pracy [104] rozpatruje imperfekcje wynikające z analiz nieliniowych i stwierdza, że nie jest możliwe znalezienie najgorszej imperfekcji, ponieważ różne formy deformacji mogą być decydujące przy różnych rozpatrywanych amplitudach. Biorąc to pod uwagę w procesie projektowania może się okazać, że rozpatrując tę samą powłokę, ale w różnych klasach dokładności wykonania wyznaczonych przez Eurokod, należy rozważyć inne formy imperfekcji dla każdej z tych klas.

Zaproponowana w normie PN-EN 1993-1-6 [N1] metoda weryfikacji imperfekcji zawiera zwięzłe, inżynierskie wytyczne i przynosi oczekiwane efekty gdy brane są pod uwagę konkretne rodzaje imperfekcji. Rozpatrzenie dostatecznej liczby imperfekcji jest zadaniem niezwykle czasochłonnym, gdy sugerujemy się wytycznymi normowymi. Do tego celu potrzebna jest wiedza praktyczna z dziedziny procesu wznoszenia konstrukcji powłokowych z blach i znajomość metod obliczeniowych MES, które dostarczą form własnych z analizy LBA i deformacji z innych rodzajów analiz. Niestety w normie [N1] możemy znaleźć stwierdzenia



zbyt ogólne, które nie pozwalają na zawężenie obszaru poszukiwań najbardziej niekorzystnej deformacji wstępnej. Najprostsze w zastosowaniu są deformacje pochodzące z liniowej analizy wyboczeniowej. Wynika to z łatwości w ich pozyskiwaniu w programach komputerowych, dzięki czemu można rozpatrzyć duże ich liczby. Granicę w tym przypadku stanowi czas obliczeniowy i jakościowa ocena wyników pod względem wpływu na obniżenie nośności powłoki. Z reguły bardziej niekorzystnych form imperfekcji dla powłoki dostarczają analizy nieliniowe. Zgodnie z zapisem normowym, który mówi że rozkład imperfekcji dobiera się tak, aby miał najniekorzystniejszy wpływ na nośność wyboczeniową powłoki, należy rozpatrzyć i taki rodzaj deformacji. Dalsze badania w tej tematyce są wymagane i mogą posłużyć jako dodatkowe wytyczne do projektowania, które uzupełnią istniejące zapisy normowe.

Imperfekcje geometryczne wynikające z analiz numerycznych w większości odbiegają od odkształceń, które można znaleźć w powłokach rzeczywistych. Zgodnie z pomiarami przedstawionymi przez Dinga [23] wyjątek stanowi imperfekcja osiowosymetryczna, którą można zaobserwować jako jedną z form własnych w analizie LBA i w konstrukcjach rzeczywistych powłok walcowych w okolicy spoiny obwodowej. Podejrzewa się, że jest to forma imperfekcji, która jest najbardziej niekorzystna dla powłok cylindrycznych. Jest to oczywiście zależne od sposobu utraty stateczności powłoki, a więc od zjawisk nieliniowych geometrycznych i materiałowych. Zawsze warto zatem rozważyć w procesie projektowania zaproponowaną przez Rottera imperfekcję *Weld Type A*, która stanowi dobre przybliżenie spawalniczych deformacji obwodowych możliwych do zaobserwowania w powłokach rzeczywistych. W normie [N1] możemy znaleźć zapis, który mówi, że imperfekcje powinny uwzględniać efekty wynikające z praktyk wykonawczych, do których należą również: wszelkie naprężenia własne będące efektem spawania i walcowania oraz niejednorodności materiałowe. W oparciu o wyniki badań przedstawionych w literaturze naprężenia rezydualne wynikające z procesu wytwarzania powłoki stalowej mają pozytywny wpływ na jej nośność [79,106]. Zazwyczaj z tego względu pomija się te efekty w obliczeniach. Istnieją w literaturze również skomplikowane modele, które mają na celu uwzględnienie wszystkich wcześniej wspomnianych efektów, jednak kalibracja takich modeli jest niemożliwa ze względu na brak wystarczającej wiedzy na temat powłok rzeczywistych. Wspólnym mianownikiem wielu prac traktujących o imperfekcjach w powłokach jest wskazanie na konieczność zwiększenia zbioru danych o geometrii istniejących konstrukcji. Aktualnie chcąc w sposób bezpieczny zaprojektować powłokę ściskaną z wykorzystaniem metod numerycznych, należy rozpatrzyć dość obszerny zbiór imperfekcji geometrycznych. W procesie wytwarzania konstrukcji

powinniśmy mieć na uwadze założenia procesu projektowania. Konieczne jest zatem dokonanie pomiaru powstałej konstrukcji pod względem jakości jej wykonania, a zastosowana metoda pomiarowa powinna mieć na celu skontrolowanie możliwość wystąpienia w powłoce imperfekcji, które spowodują jej największy spadek nośności. W procesie projektowania natomiast brane są pod uwagę imperfekcje pochodzące z analiz numerycznych i wiedzy inżynierskiej. Może się okazać, że skontrolowanie ich wszystkich nie jest możliwe z wykorzystaniem prostych i niezasochłonnych metod pomiarowych. Aktualnie wytyczne normowe [N1] zalecają użycie przymiarów o określonej długości, do skontrolowania klasy dokładności wykonania na podstawie parametru tolerancji. Powstaje zatem pytanie, czy stosując taką metodę kontroli jesteśmy w stanie sprawdzić, czy w powłoce może wystąpić ta najbardziej niekorzystna forma imperfekcji.

## **2.4 Rola imperfekcji w wymiarowaniu powłok walcowych**

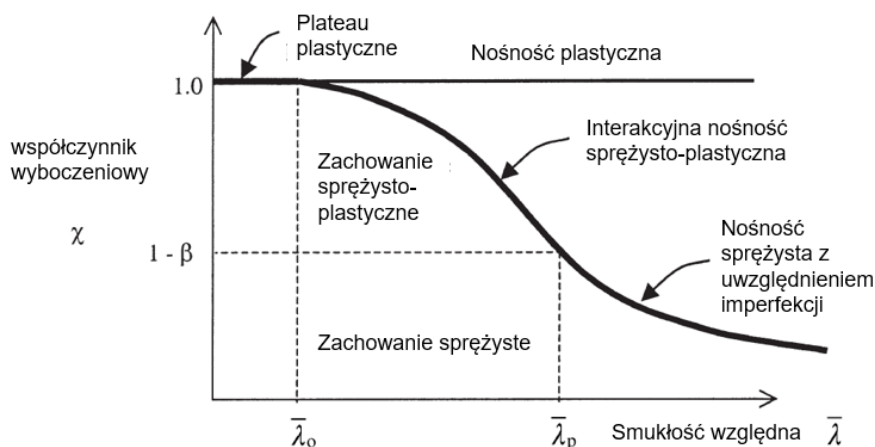
### **2.4.1 Wprowadzenie**

Poprawne zaprojektowanie powłoki ściskanej nie jest łatwym zdaniem o czym świadczy chociażby fakt, że znaczny odsetek tego rodzaju konstrukcji ulega awarii [107–116]. W celu zmniejszenia tej statystyki powołane zostały komitety normalizacyjne, których zadaniem jest opracowanie zunifikowanych wytycznych, stanowiących podstawę bezpiecznego projektowania. Główny zbiór zaleceń służący do projektowania stalowych powłok walcowych obowiązujący aktualnie w Polsce znajdziemy w dwóch normach PN-EN 1993-1-6 [N1] i PN-EN 1993-4-1 [N2]. Pozwalają one na przeprowadzenie wymiarowania konstrukcji w sposób analityczny lub przy pomocy zaawansowanych metod numerycznych.

Na świecie istnieje wiele norm, które dotyczą projektowania powłok stalowych, jednak część Eurokodu 3, PN-EN 1993-1-6 [N1] stanowi najbardziej wyczerpujący dokument kodyfikujący projektowanie tych konstrukcji. PN-EN 1993-4-1 [N2] dotyczy zagadnień specyficznych dla projektowania silosów stalowych, jednak można tam znaleźć wytyczne, które są prawdziwe dla dowolnej walcowej powłoki ściskanej. Eurokod [N1] dotyczący konstrukcji powłokowych stanowi efekt współpracy wielu ośrodków naukowych przez dziesięciolecia. W tym podrozdziale zostaną przedstawione elementy tej normy szczególnie istotne w kontekście tego opracowania.

Eurokod [N1] zezwala na przeprowadzenie sześciu typów analiz numerycznych przypisanych do poszczególnych stanów granicznych nośności: LS1 – zniszczenie plastyczne,

LS2 – nieprzystosowanie plastyczne (zmęczenie niskocyklowe), LS3 – niestateczność (wyboczenie), LS4 – zmęczenie. Do sprawdzenia każdego z tych stanów granicznych można wykorzystać różne typy analizy MES, ale należy pamiętać o tym, że każda z analiz niesie za sobą różne kryteria oceny nośności konstrukcji. Podstawowe typy analizy MES dopuszczone do użycia przez normę [N1] to: statyczna analiza liniowo-sprężysta (LA), liniowo-sprężysta analiza wyboczeniowa (LBA), plastyczna analiza nieliniowa (MNA), pełna analiza nieliniowa geometryczna i materiałowa z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych (GMNIA). Wyniki tych analiz są ze sobą powiązane przy ocenie nośności powłoki względem wymienionych stanów granicznych. Graficznie ten związek został przedstawiony przez Rottera [105,117,118], jako tak zwana krzywa wyboczeniowa (*capacity curve*), która pozwala na określenie współczynnika wyboczeniowego  $\chi$  jak na rysunku 2-15.



Rys. 2-15 Generyczna postać krzywej wyboczeniowej powłoki, gdzie  $\bar{\lambda}$  jest smukłością względną, a współczynnik  $\beta$  jest określony przez normę [N1], źródło: [11]

W wyniku tego powiązania w procedurze wymiarowania powłoki przy pomocy zaawansowanych narzędzi MES należy wykonać szereg analiz, których charakterystyka znajduje się w tabeli 2-2.

W Eurokodzie możemy też znaleźć procedurę analityczną wymiarowania powłoki na podstawie jej stanu naprężenia. Twórcy normy zaznaczają jednak, że takie podejście powinno być stosowane jedynie w najbardziej podstawowych przypadkach, jak na przykład pełnej osiowej symetrii obciążenia i podparcia. Niezależnie od przyjętej procedury wymiarowania powłoki kluczowe jest sprawdzenie stanu granicznego LS3. Zarówno w procedurze analitycznej jak i numerycznej należy rozpocząć rozważania od ustalenia klasy dokładności wykonania konstrukcji i wynikających z niej wymiarów imperfekcji. Zdecydowaną zaletą

podejścia analitycznego jest brak konieczności rozważania różnego rodzaju imperfekcji. Wzory zawarte w normie [N1] mówią bezpośrednio jaki należy przyjąć wymiar imperfekcji zastępczej przy określonym parametrze tolerancji. Niestety zgodnie z powszechną opinią podejście analityczne zaniża szacowaną nośność powłoki i przez to jej stosowanie prowadzi do nieuzasadnionego zwiększenia zużycia materiału i kosztu wykonania konstrukcji.

Tabela 2-2 Rodzaje analizy powłok, źródło: [N1]

Rodzaj analizy	Związki geometryczne	Charakterystyka materiału	Geometria powłoki
Teoria błonowa	stan błonowy	nie dotyczy	idealna
Analiza liniowo sprężysta (LA)	stan błonowo-zgięciowy	liniowa	idealna
Liniowo sprężysta analiza bifurkacyjna (LBA)	stan błonowo-zgięciowy	liniowa	idealna
Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta (GNA)	nieliniowe	liniowa	idealna
Analiza fizycznie nieliniowa (MNA)	liniowe	nieliniowa	idealna
Analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa (GMNA)	nieliniowe	nieliniowa	idealna
Geometrycznie nieliniowa analiza sprężysta z imperfekcjami (GNIA)	nieliniowe	liniowa	nieidealna
Analiza geometrycznie i fizycznie nieliniowa z imperfekcjami (GMNIA)	nieliniowe	nieliniowa	nieidealna

#### **2.4.2 Imperfekcje w procedurze analitycznej wymiarowania powłok według normy PN-EN 1993-1-6 [N1]**

Klasa jakości wykonania konstrukcji zgodnie z normą PN-EN 1993-1-6 [N1] determinuje wymiar imperfekcji geometrycznych, a więc również od niej zależy nośność powłoki. Jako pierwszy taką koncepcję, w której nośność konstrukcji jest uzależniona od jakości jej wykonania przedstawił Odland w 1978 roku [59]. Norma [N1] definiuje trzy klasy wykonania konstrukcji, które determinują parametr jakości  $Q$ . Wartości parametru jakości przypisane do każdej z klas przedstawione są poniżej:

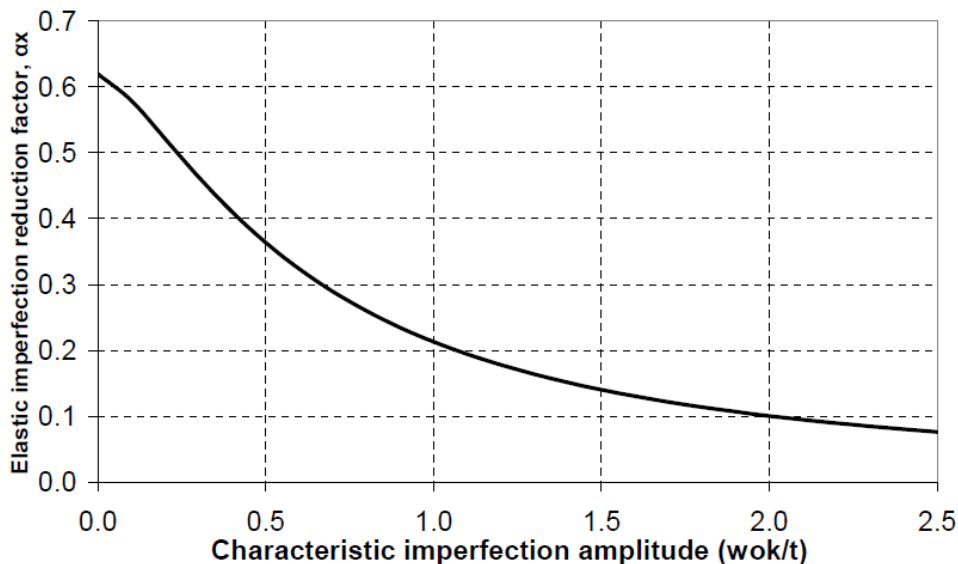
- Normalna,  $Q = 16$ ,
- Wysoka,  $Q = 25$ ,
- Najwyższa,  $Q = 40$ .

Ten parametr służy do analitycznego wyznaczenia amplitudy imperfekcji zastępczej, a następnie do określenia parametru imperfekcji  $\alpha_x$  przy sprężystym wyboczeniu powłoki ściskanej osiowo bez udziału ciśnienia wewnętrznego. Wartość amplitudy zastępczej imperfekcji  $\Delta w_k$  i parametru imperfekcji  $\alpha_x$  wyznacza się ze wzorów (2.10a) i (2.10b):

$$\frac{\Delta w_k}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{t}}, \quad (2.10a)$$

$$\alpha_x = \frac{0.62}{1 + 1.91 \left(\frac{\Delta w_k}{t}\right)^{1.44}}, \quad (2.10b)$$

Powstanie tej zależności dokładnie opisuje Rotter w swojej pracy z 2004 [11]. Pierwotna postać krzywej charakteryzującej współczynnik redukcyjny  $\alpha_x$  została zaproponowana przez Koitera [14]. W późniejszym okresie Rotter otrzymał bardzo zbliżone wyniki z badań doświadczalnych na powłokach z imperfekcjami pochodzącymi od spawania. Ostateczna postać krzywej wynika z dodatkowego zaimplementowania współczynnika bezpieczeństwa oraz współczynnika redukcyjnego wynikającego z badań Pflügera [119]. Warto zauważyć, że nawet jeśli przyjmiemy we wzorze, że imperfekcja zastępcza będzie dążyła w granicy do  $\Delta w_k = 0$ , to otrzymamy w dalszym ciągu maksymalną wartość nośności przy ściskaniu osiowym powłoki walcowej równą 62% wartości naprężeń krytycznych wynikających z klasycznej teorii wyboczeniowej. Sumaryczna wartość współczynników redukcyjnych jest sprawą polemiczną, gdyż prowadzi do dość konserwatywnych wyników i jest jednym z powodów, dlaczego przy wymiarowaniu powłok, w kontekście optymalizacji preferowane jest podejście MES.



Rys. 2-16 Współczynnik nośności sprężystej powłoki  $\alpha_x$  w odniesieniu do charakterystycznej amplitudy imperfekcji  $w_{0k}/t$ , źródło: [11]

Norma PN-EN 1993-4-1 [N2] stanowi szczególne wytyczne do projektowania silosów i wprowadza ona pewną modyfikację do wzoru (2.10b). Modyfikacja dotyczy uwzględnienia

nierównomiernego rozkładu naprężeń jakim poddana jest powłoka. Wprowadzony jest do równania dodatkowy współczynnik  $\psi$  przyjmujący odpowiednio wartości:  $\psi = 1$  dla równomiernego rozkładu naprężeń,  $\psi = 0$  dla efektu lokalnego (punktowego). Wzór (2.11b) pokazuje wzajemne powiązanie rozkładu naprężeń i wpływu imperfekcji. Jak widać przy efektach lokalnych imperfekcje nie mają znaczenia – ich występowanie nie ma wpływu na nośność powłoki. W tego rodzaju powłokach możemy stosować klasyczną teorię wyboczenia sprężystego z powodu dużych wartości naprężeń lokalnych [120,121]:

$$\frac{\Delta w_0}{t} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{t}}, \quad (2.11a)$$

$$\alpha_0 = \frac{0.62}{1 + 1.91\psi \left(\frac{\Delta w_0}{t}\right)^{1.44}}. \quad (2.11b)$$

Dodatkowo w normie [N2] dotyczącej projektowania silosów stalowych znaleźć można zapisy, które pozwalają uwzględnić wpływ ciśnienia wewnętrznego na parametr imperfekcji. Jak przedstawiał to Rotter w swojej pracy dotyczącej imperfekcji i wpływu ciśnienia wewnętrznego na nośność krytyczną powłoki [20], możemy mieć do czynienia z dwiema sytuacjami. Pierwsza z nich następuje, gdy powłoka poddana jest ciśnieniu wewnętrznemu, które nie powoduje powstania naprężeń bliskich granicy plastyczności. Ciśnienie wewnętrzne działa stabilizująco powodując przyrost nośności granicznej powłoki. Zwiększenie nośności wraz ze wzrostem ciśnienia wewnętrznego ma charakter asymptotyczny, co zauważył już w 1965 roku w swoich pracach Hutchinson [48]. Rotter zauważa dodatkowo, że ciśnienie wewnętrzne powoduje mniejszy przyrost nośności dla powłok obarczonych imperfekcjami. Należy również wspomnieć, że przyrost nośności może być dodatkowo zredukowany w momencie, gdy rozkład ciśnienia wewnętrznego po obwodzie powłoki jest nierównomierny [122]. W przypadku powłok walcowych wypełnionych cieczą, których oś jest pionowa nie mamy do czynienia z tym efektem, jednak podlegają mu silosy, z uwagi na specyfikę materiałów składowanych i powłoki walcowe poziome np. rurociągi. Efekty nierównomiernego rozkładu parcia wewnętrznego i jego lokalne zanikanie nie został uwzględnione we wzorach normowych (2.12a) i (2.12b). Druga sytuacja następuje w momencie, gdy parcie powoduje naprężenia w powłoce bliskie granicy plastyczności. W tym wypadku ciśnienie wewnętrzne działa na powłokę destabilizująco i ten efekt jest niezależny od występowania imperfekcji w powłoce. W normie PN-EN 1993-4-1 [N2] obydwie te efekty zostały podsumowane we wzorach

służących do obliczenia zmodyfikowanych parametrów imperfekcji  $\alpha_{pe}$  i  $\alpha_{pp}$  przedstawionych we wzorach (2.12a) i (2.12b):

$$\alpha_{pe} = \alpha_0 + (1 - \alpha_0) \left( \frac{\bar{p}_s}{\bar{p}_s + \frac{0,3}{\sqrt{\alpha_0}}} \right), \quad (2.12a)$$

$$\alpha_{pp} = \left\{ 1 - \left( \frac{\bar{p}_s}{\bar{\lambda}_x^2} \right)^2 \right\} \left[ 1 - \frac{1}{1,12 + s^{1,5}} \right] \left[ \frac{s^2 + 1,21\bar{\lambda}_x^2}{s(s+1)} \right], \quad (2.12b)$$

gdzie  $\bar{p}_s$  jest wartością względną lokalnego ciśnienia wewnętrznego,  $s$  jest parametrem skali, a  $\bar{\lambda}_x$  jest smukłością względną. W ujęciu normowym możliwe jest zatem uwzględnienie stabilizującego efektu ciśnienia wewnętrznego, ale gdy chcemy to uczynić dodatkowym warunkiem jest sprawdzenie możliwości plastycznej utraty stateczności powłoki przy dużych jego wartościach. Zjawisko to popularnie nazwane jest „stopą słonia” (z ang. *elephant foot*) z uwagi na kształt deformacji powłoki przy plastycznej utracie stateczności. W efekcie należy przyjąć do dalszych obliczeń mniejszą z wartości  $\alpha_{pe}$  i  $\alpha_{pp}$ .

Wartość parametru imperfekcji bezpośrednio przekłada się na wartość współczynnika redukcyjnego przy wyboczeniu  $\chi_x$ . To samo podejście, polegające na stosowaniu współczynnika wyboczeniowego stosowane, jest stosowane w Eurokodzie [N1] również do innych konstrukcji stalowych. Pokazuje on efekt związany z możliwością utraty stateczności przez konstrukcję w stosunku do jej pełnej nośności plastycznej. Współczynnik  $\chi_x$  ustala się na podstawie wzorów (2.13a), (2.13b) i (2.13c):

$$\chi_x = 1, \quad \text{gdym } \bar{\lambda}_x \leq \bar{\lambda}_0, \quad (2.13a)$$

$$\chi_x = 1 - \beta \left( \frac{\bar{\lambda}_x - \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_0} \right)^\eta, \quad \text{gdym } \bar{\lambda}_0 \leq \bar{\lambda}_x \leq \bar{\lambda}_p, \quad (2.13b)$$

$$\chi_x = \frac{\alpha}{\bar{\lambda}_x^2}, \quad \text{gdym } \bar{\lambda}_p \leq \bar{\lambda}_x. \quad (2.13c)$$

Wzory te charakteryzują krzywą wyboczeniową z rysunku 2-13. Tego typu opis analityczny zawiera w sobie wszystkie sposoby, w jaki powłoka traci swoją nośność, gdzie możemy rozróżnić: pełną nośność plastyczną w przypadku powłok krótkich, wyboczenie sprężysto-plastyczne w przypadku powłok średniej długości i wyboczenie sprężyste w powłokach długich. Uwzględnione zostają przy tym wpływy imperfekcji i ciśnienia wewnętrznego na

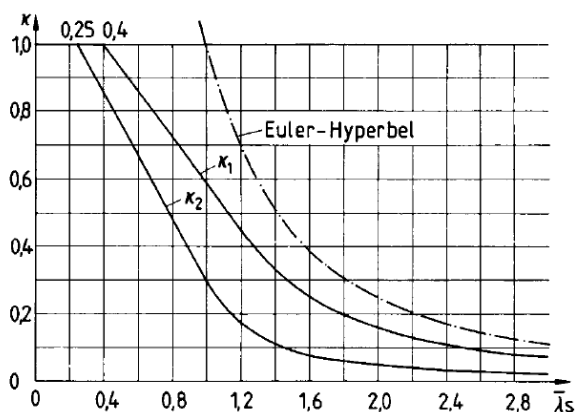
nośność powłoki. Ostatecznie wartość charakterystycznej wytrzymałości wyboczeniowej określa się na podstawie wzoru 2-14:

$$\sigma_{x,Rk} = \chi_x f_y, \quad (2.14)$$

w którym  $f_y$  to granica plastyczności stali, z której wykonana jest powłoka.

### 2.4.3 Imperfekcje w procedurze analitycznej wymiarowania powłok według innych niż Eurokod norm projektowych i literatury

Przedstawione podejście wymiarowania powłoki poprzez analizę jej stanu naprężenia i stosowanie współczynników redukcyjnych nie jest nowatorskim pomysłem zastosowanym po raz pierwszy w Eurokodzie [N1]. Podobną metodologią wymiarowania konstrukcji obowiązywała również w normie niemieckiej DIN 18800 część 4 [N3]. Zasadniczą różnicą pomiędzy normą DIN a Eurokodem jest brak klasyfikacji dokładności wykonania. Dopuszczalna tolerancja wymiarowa dotycząca wgłębień w powłoce zakłada jedynie wartość graniczną. Jeśli ta wartość nie jest przekroczona to do oceny nośności powłoki można korzystać z procedury standardowej, w której wyznacza się współczynnik niestateczności  $\kappa = \chi$ . Ten współczynnik posiada dwie wartości uzależnione od wrażliwości powłoki na imperfekcje. Dla powłok o normalnej wrażliwości na imperfekcje należy wykorzystać współczynnik redukcyjny  $\kappa_1$ , natomiast dla powłok bardzo wrażliwych na imperfekcje należy wykorzystać współczynnik redukcyjny  $\kappa_2$ . Współczynnik  $\kappa_1$  był przyjmowany w przypadku ściskania południkowego, a  $\kappa_2$  w przypadku ściskania obwodowego. Krzywe obrazujące wartości współczynników redukcyjnych  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  zostały przedstawione na rysunku 2-17.



Rys. 2-17 Współczynnik redukcyjny  $\kappa$  (związany z rzeczywistymi naprężeniami wyboczeniowymi) dla wyboczenia powłoki (podstawowe krzywe wyboczeniowe),

źródło: [N3]



Krzywe  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  opisane są wzorami (2.15a-c), i (2.16a-d) uzależnionymi od współczynnika smukłości powłoki  $\bar{\lambda}_s$ :

$$\kappa_1 = 1 \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_s < 0.4, \quad (2.15a)$$

$$\kappa_1 = 1.274 - 0.686 \bar{\lambda}_s \quad \text{dla} \quad 0.4 < \bar{\lambda}_s < 1.2, \quad (2.15b)$$

$$\kappa_1 = 0.65/\bar{\lambda}_s^2 \quad \text{dla} \quad 1.2 < \bar{\lambda}_s, \quad (2.15c)$$

$$\kappa_2 = 1 \quad \text{dla} \quad \bar{\lambda}_s < 0.25, \quad (2.16a)$$

$$\kappa_2 = 1.233 - 0.933 \bar{\lambda}_s \quad \text{dla} \quad 0.25 < \bar{\lambda}_s < 1.0, \quad (2.16b)$$

$$\kappa_2 = 0.3/\bar{\lambda}_s^3 \quad \text{dla} \quad 1.0 < \bar{\lambda}_s < 1.5, \quad (2.16c)$$

$$\kappa_2 = 0.2/\bar{\lambda}_s^2 \quad \text{dla} \quad 1.5 < \bar{\lambda}_s. \quad (2.16d)$$

Dodatkowo przy ocenie nośności powłok, których odchyłka przekracza zadaną wartość graniczną można zastosować współczynnik zmniejszający, który zostanie omówiony w kolejnym podrozdziale. Ostatecznie charakterystyczną nośność powłoki ściskanej uwzględniającą jej niestateczność ustala się na podstawie wzoru (2.17):

$$\sigma_{xS,R,k} = \kappa \cdot f_{y,k}, \quad (2.17)$$

gdzie:  $\kappa = \kappa_1$  lub  $\kappa = \kappa_2$ .

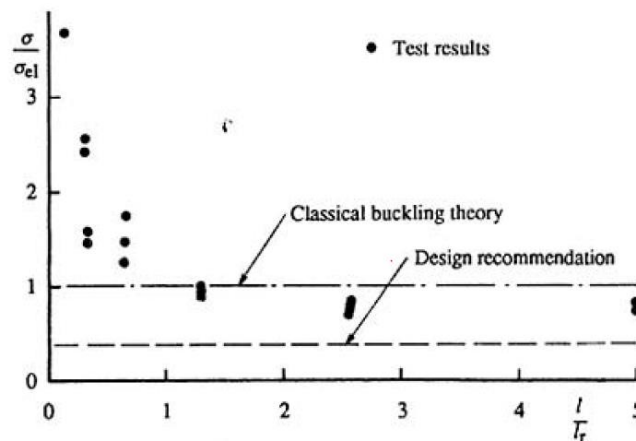
Analogiczna procedura projektowania konstrukcji powłokowych z uwzględnieniem niestateczności była również zawarta w nieobowiązującej już polskiej normie projektowej PN-B-03202:1996 [N4]. Współczynniki wyboczeniowe  $k_a$  i  $k_b$  opisane są dokładnie taką samą krzywą jak współczynniki  $\kappa_1$  i  $\kappa_2$  w normie niemieckiej DIN. Modyfikacja w stosunku do normy DIN polega na dodatkowym wprowadzeniu współczynnika niestateczności miejscowej  $k_x$  uzależnionego od odpowiedniego współczynnika wyboczeniowego i klasy dokładności wykonania powłoki jak we wzorze (2.18):

$$k_x = k_b \cdot k_w. \quad (2.18)$$

Norma [N4] wyróżnia dwie klasy jakości wykonania powłoki: klasa 1 i klasa 2, które określane są na podstawie pomiarów amplitudy imperfekcji z wykorzystaniem przymiaru odpowiedniej długości. Zgodnie z klasyfikacją, współczynnik  $k_w$  może przyjmować dwie wartości  $k_1$  lub  $k_2$ . Charakterystyczną nośność powłoki z uwzględnieniem utraty stateczności ustala się na podstawie wzoru (2.19):

$$\sigma_{Rx} = f_{yk} \cdot k_x. \quad (2.19)$$

Wspólnym mianownikiem dla wszystkich metod jest wykorzystanie tak zwanych krzywych wyboczeniowych do oceny niestateczności. Poprzez ustalenie smukłości względnej można zakładać jaką nośnością będzie charakteryzować się powłoka: plastyczną, interakcyjną sprężysto-plastyczną, krytyczną sprężystą. W związku z odkryciem tego faktu konieczne było znalezienie zależności, która będzie bezpieczna w zastosowaniu do oceny nośności powłok o zróżnicowanej smukłości. Jedno z pierwszych takich oszacowań zostało opracowane przez Weingartena i innych w 1965 roku [123]. Przedstawione przez nich wyniki testów laboratoryjnych na powłokach o zróżnicowanej smukłości wykazały niezgodność między nośnością uzyskaną dla powłok rzeczywistych z teorią klasyczną, pomimo dużej dbałości o równomierne obciążenie powłoki i minimalizowanie odchyłek geometrycznych. Procedura oceny nośności powłoki w ujęciu Weingartena jest jednak bardzo konserwatywna, gdyż nie zakłada zróżnicowanego współczynnika redukcyjnego dla powłok o różnej smukłości, co zostało pokazane na rysunku 2-18.



Rys. 2-18 Wyniki eksperymentalne nośności powłok o smukłości  $r/t=400$  w stosunku do długości względnej powłoki  $l/l_r$ , źródło: [123]

Pierwszą metodą wymiarowania powłok ściskanych, która uwzględniała efekty plastyczne przy niskich smukłościach  $r/t$  powłok oraz klasyfikowała powłoki ze względu na jakość ich wykonania została zaproponowana przez Samuelsona i Eggwertza w 1990 roku [124]. Podobnie jak w przypadku norm [N1,N3,N4] ocena dokładności wykonania dokonywana jest przy pomocy południkowego przymiaru o długości  $l_r = 4\sqrt{Rt}$ . Dopuszczalne odchyłki wymiarowe dla każdej z klas wynoszą w stosunku do długości przymiaru odpowiednio: klasy 1 – 1%, klasy 2 – 2%. Maksymalna dopuszczalna odchyłka wymiarowa, przy której

zaobserwowaniu ta metoda może być wykorzystana do oceny nośności wynosi 4%. Przy założeniu wyboczenia sprężystego do oceny nośności wykorzystywany jest wzór (2.20):

$$\sigma_{xelr} = \alpha \eta_r \sigma_{el,cl}. \quad (2.20)$$

Zastosowano w nim dwa współczynniki redukcyjne. Współczynnik  $\alpha$  uwzględnia metodę wytwarzania powłoki i tolerancje wymiarowe, który należy ustalić zgodnie z tabelą 2-3. Poniższa tabela została skonstruowana na podstawie wyników badań doświadczalnych wykonanych przez Bornscheuera i innych [74].

Tabela 2-3 Klasy tolerancji wymiarowych uzależnione od sposobu wytwarzania powłoki,  
źródło: [124]

Production method	Tolerance class	Tolerance on $w_t$	$\alpha$
A Hot forming or stress-relieving	1	$l_t/100$	1
B Cold forming or welding	2	$l_t/50$	0.7
	1	$l_t/100$	0.9
	2	$l_t/50$	0.6

Współczynnik  $\eta_r$  we wzorze (2.20) jest współczynnikiem empirycznym uwzględniającym smukłość powłoki, który ustala się na podstawie wzoru (2.21):

$$\eta_r = \frac{0.83}{\sqrt{1 + 0,01r/t}} \quad (2.21)$$

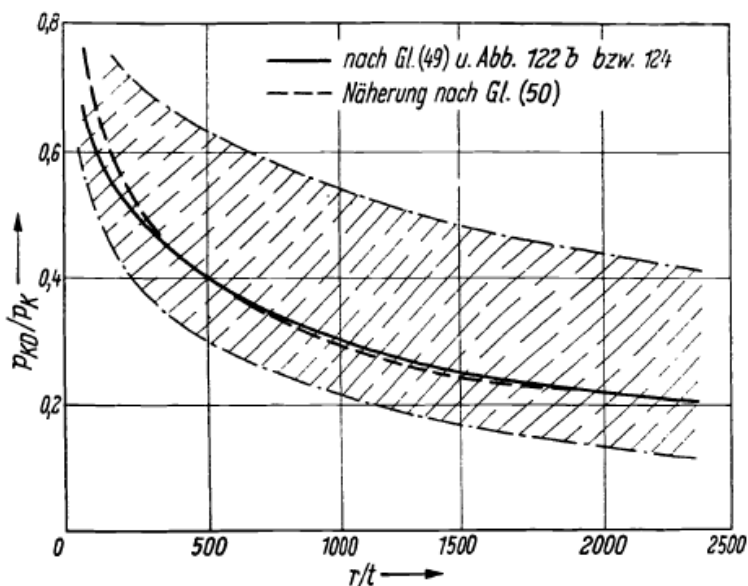
Wzór ten został zaczerpnięty z pracy badawczej Pflügera z roku 1964 [119]. Oryginalnie Pflüger analizował imperfekcje, które przybierały formę wyboczenia idealnej powłoki cylindrycznej. Wymiar tej imperfekcji był odniesiony do promienia rozpatrywanej powłoki i wynosił  $w_v = 5 \cdot 10^{-3} r$ . Ostatecznie współczynnik redukcyjny, który uwzględniał wpływ tych deformacji wstępnych był wyrażony wzorami (2.22a) i (2.22b):

$$\eta_r = \frac{w_{st}}{w_v + w_{st}}, \quad (2.22a)$$

$$\eta_r = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,01r/t}}, \quad (2.22b)$$

gdzie  $w_{st}$  wynika z formy wyboczenia powłoki walcowej. Dla ułatwienia korzystania ze wzoru został on przekształcony do postaci (2.21) z tą różnicą, że w liczniku znajdowała się jedynka. Modyfikacja była konieczna, gdyż jak zaznaczał Pflüger, w oryginalnej postaci wzór nie

stanowi bezpiecznego oszacowania. Badania doświadczalne wykazały, że aby wszystkie wyniki dla powłok o zróżnicowanym  $r/t$  znajdowały się wewnątrz obszaru modelu należałoby przyjąć zakres  $w_v = 10^{-2} r$  do  $w_v = 10^{-3} r$ , co zostało zaznaczone na rysunku 2-17 jako obszar zakreślony.



Rys. 2-19 Nośność wyboczeniowa powłoki cylindrycznej ściskanej osiowo w funkcji smukłości  $r/t$ , źródło: [119]

W celu bezpiecznego oszacowania nośności powłoki Samuelson i Eggwertz zmodyfikowali licznik we wzorze (2.22) do wartości 0.83. Otrzymana w ten sposób wartość współczynnika redukcyjnego jest używana w równaniu (2.20) do oceny charakterystycznej nośności wyboczeniowej powłoki walcowej. Wartość obliczeniową nośności otrzymuje się poprzez przemnożenie nośności charakterystycznej przez współczynnik bezpieczeństwa 0.75.

#### 2.4.4 Kontrola jakości wykonania powłok poprzez pomiar imperfekcji według norm projektowych

W normie PN-EN 1993-1-6 [N1] są ujęte sposoby pomiaru imperfekcji w konstrukcji umożliwiające jej klasyfikację do odpowiedniej klasy jakości wykonania. Pomiary tolerancji wymiarowych dotyczą: owalności przekroju, mimośrodków niezamierzonych i wgłębień. W niniejszej pracy szczególna uwaga będzie poświęcona lokalnym wgłębieniom występującym w powłokach, dlatego tego rodzaju imperfekcje będą zaprezentowane w szerszym kontekście. Do pomiaru wgłębień stosuje się przymiary o określonej długości względem podstawowych kierunków: obwodowego i południkowego. Dodatkowo należy

zaznaczyć, że przymiary obwodowe powinny mieć krzywiznę pomiaru o promieniu równym promieniowi krzywizny powierzchni środkowej powłoki. Na podstawie normy [N1] rozróżnia się trzy sytuacje, w których dokonywane są pomiary powłoki determinujące długości przymiarów:

- Strefy, w których występują południkowe naprężenia ściskające, w tym także miejsc ze spoinami poprzecznymi, pomiary przeprowadza się w obu kierunkach głównych. Dla tych pomiarów długość przymiaru wynosi:

$$l_{gx} = 4\sqrt{rt},$$

- Strefy, w których występują obwodowe naprężenia ściskające lub naprężenia ścinające, pomiar w kierunku obwodowym należy wykonać za pomocą przymiaru o długości:

$$l_{g\theta} = 2,3(l^2rt)^{0,25} \text{ lecz } l_{g\theta} < r,$$

gdzie  $l$  to długość południkowa segmentu powłoki,

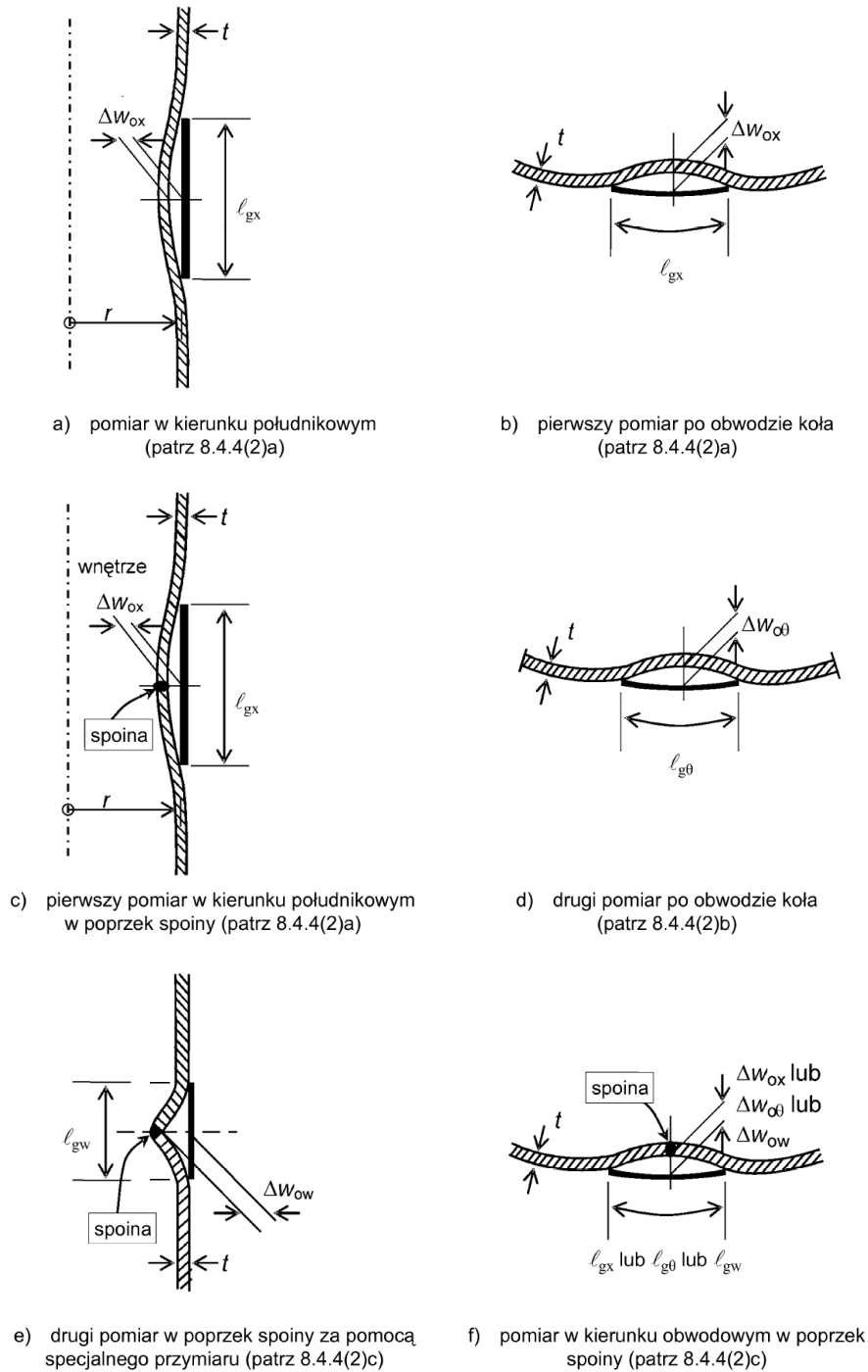
- Strefy, w której występują spoiny należy dokonać pomiaru w poprzek spoiny za pomocą przymiaru o długości:

$$l_{gw} = 25t \text{ lub } l_{gw} = 25t_{min} \text{ lecz } l_{gw} \leq 500 \text{ mm},$$

gdzie  $t_{min}$  to grubość najcieńszej blachy w złączu spawanym.

Stosowanie przymiarów ma za zadanie skontrolowanie możliwości wystąpienia w konstrukcji imperfekcji prowadzących do znanych w powłokach mechanizmów zniszczenia. Za pomocą przymiaru  $l_{gx}$  można skontrolować występowanie w powłoce imperfekcji prowadzących do nieosiowosymetrycznej formy wyboczenia, tzw. formy szachownicy [14,37], której wymiar jest zbliżony do wartości  $l_{gx}$ . Przymiar  $l_{g\theta}$  umożliwia skontrolowanie możliwości powstania fali wyboczeniowej przy ściskaniu obwodowym. Ostatni przymiar  $l_{gw}$  ma umożliwić sprawdzenie występujących w powłoce spoin, czy w wyniku dużych wgłębień spawalniczych nie dojdzie do miejscowej plastycznej utraty stateczności. Trzy sposoby pomiaru konstrukcji przy użyciu przymiarów  $l_{gx}$ ,  $l_{g\theta}$  i  $l_{gw}$  zostały przedstawione na rysunku 2-15.

Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych



Rys. 2-20 Pomiary głębokości  $\Delta w_0$  wgłębień początkowych, źródło [N1]

Długości przymiarów w połączeniu z parametrem tolerancji dotyczącym wgłębień określają graniczne wartości amplitudy imperfekcji, dla każdej z klas dokładności wykonania. Amplitudy imperfekcji dla każdego z przymiarów należy ustalić zgodnie ze wzorem (2.23):

$$\Delta w_{0x} = U_{0x} l_{gx}, \quad \Delta w_{0\theta} = U_{0\theta} l_{g\theta}, \quad \Delta w_{0w} = U_{0w} l_{gw}. \quad (2.23)$$

Jest to przekształcenie wzorów, które znajdziemy w normie PN-EN 1993-1-6 [N1]. Pierwotnie zależności zdefiniowane są w sposób, który umożliwia określenie dokładności wykonania poprzez stosowanie odpowiednich przymiarów. Dla celów modelowania numerycznego imperfekcji geometrycznych w założonej klasie dokładności wykonania należy wykorzystać wartość parametru tolerancji dotyczącej wgłębień przypisanej do tej klasy. Wartości tych parametrów zostały zestawione w tabeli 2-4.

Tabela 2-4 Zalecane wartości tolerancji dotyczące parametru wgłębień, źródło [N1]

Klasa jakości wytwarzania	Opis klasy	Zalecane wartości $U_{0,max}$
klasa A	najwyższa	0,006
klasa B	wysoka	0,010
klasa C	normalna	0,016

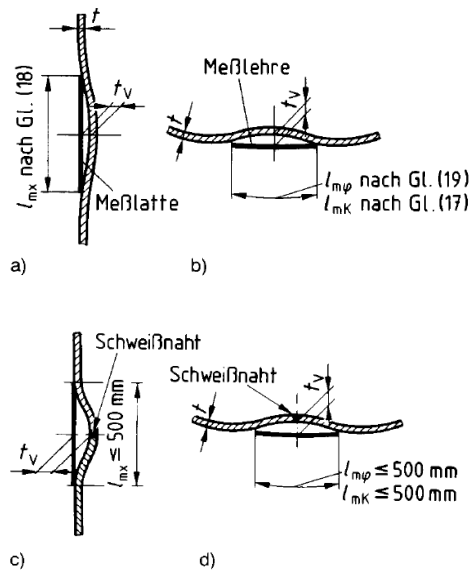
Dopuszczone jest zdefiniowanie dodatkowych wartości parametrów tolerancji, które zawiera polska norma PN-EN 1993-1-6 [N1]. Norma ta w tym miejscu rozróżnia wartości parametrów tolerancji wgłębień mierzonych w konstrukcji istniejącej i parametrów tolerancji używanych w procesie projektowania. Takie rozwiązanie umożliwia zwiększenie amplitudy imperfekcji wprowadzanych do modelu numerycznego w procesie projektowania w stosunku do późniejszej kontroli jakości wykonania konstrukcji wykonanej (tab. 2-5). Daje to dodatkowy zapas bezpieczeństwa mając informację, że wraz ze wzrostem amplitudy imperfekcji maleje jej nośność graniczna.

Tabela 2-5 Zalecane wartości parametrów  $U_{n1}$  i  $U_{n2}$  dotyczące amplitudy wgłębień, źródło: [N1]

Klasa jakości wytwarzania	Nazwa klasy	Zalecane wartości $U_{n1}$	Zalecane wartości $U_{n2}$
klasa A	najwyższa	0,010	0,010
klasa B	wysoka	0,016	0,016
klasa C	normalna	0,025	0,025

Stosowanie przymiarów do kontroli jakości wykonania konstrukcji nie jest koncepcją wykorzystaną po raz pierwszy w Eurokodzie. Przymiary geometryczne, jako sposób kontroli jakości wykonania powłoki możemy znaleźć również w normie niemieckiej DIN 18800 część 4 [N3]. Podstawową różnicą pomiędzy tymi normami jest ocena zero-jedynkowa zamiast podziału na klasy – powłoka spełnia lub nie spełnia warunków tolerancji wymiarowych. Do

oceny tolerancji wymiarowych stosuje się przymiary przedstawione na rysunku 2-16, które są analogiczne do tych, które można znaleźć w normie PN-EN 1993-1-6 [N1].



Rys. 2-21 Pomiar geometrii imperfekcji według normy DIN, źródło [N3]

Długości tych przymiarów powinny wynosić odpowiednio:

- Dla powłok walcowych mierzonych w kierunku południkowym:

$$l_{mK} = 4\sqrt{rt}, \quad (2.24)$$

- Dla powłok walcowych mierzonych w kierunku obwodowym:

$$l_{m\phi} = \frac{2.3r}{\sqrt{\frac{r}{l}\sqrt{\frac{r}{t}}}} < r. \quad (2.25)$$

We wszystkich przypadkach długość przymiaru nie powinna przekraczać 2000 mm, a w obszarze występowania szwów spawalniczych 500 mm.

Tolerancje wymiarowe w przypadku normy DIN [N3] dopuszczają maksymalną wartość odchyłki  $t_v$ , stanowiącą 1% długości przymiaru. Jeśli ten warunek nie zostanie spełniony należy zastosować dodatkowy współczynnik redukcyjny zgodnie ze wzorami (2.26a) i (2.26b):

$$\text{red } \kappa = \kappa \left[ 1 - \frac{\bar{\lambda}_S}{3} \left( \frac{\text{vorh } a}{\text{zul } a} - 1 \right) \right] \quad \text{dla } \bar{\lambda}_S < 1,5, \quad (2.26a)$$

$$\text{red } \kappa = \kappa \left( 1,5 - 0,5 \frac{\text{vorh } a}{\text{zul } a} \right) \quad \text{dla } \bar{\lambda}_S > 1,5. \quad (2.26b)$$



Przedstawiona kontrola jakości wykonania konstrukcji jest istotna w kontekście późniejszych części tego opracowania. Stanowi punkt odniesienia co do amplitudy i wymiarów imperfekcji w postaci lokalnych wgnieceń, które zostaną wprowadzone do modeli numerycznych. Należy też zaznaczyć, że w przypadku stosowania metody GMNIA do wymiarowania silosów konieczne jest skalibrowanie modelu numerycznego, a następnie weryfikacja otrzymanych wyników.

### **Przykład obliczeniowy 1**

Należy dokonać oceny nośności ściskanej osiowo walcowej powłoki rzeczywistej ze względu na wyboczenie, która posiada następujące parametry:

- $R = 1,5$  m – promień powłoki,
- $t = 0,003$  m – grubość powłoki,
- $L = 6$  m – wysokość powłoki,
- $E = 210$  GPa,  $\nu = 0,3$ ,  $f_y = 235$  MPa,
- Warunki podparcia na obydwu końcach powłoki są określone jako BC2 wg Eurokodu [N1],
- $C_x = 1,0$ .

Powłoka została zmierzona przymiarem o długości  $l = 4\sqrt{Rt}$  i stwierdzono w niej odchyłki geometryczne o maksymalnej wartości 1% względem długości przymiaru. Ocena nośności została przeprowadzona na podstawie procedur normowych i literaturowych przedstawionych w poprzednich podrozdziałach.

*Zastosowanie wymagania PN-EN 1993-1-6 2009 [N1].*

Na podstawie parametru długości względnej  $\omega = 89$  powłoka została sklasyfikowana jako powłoka średniej długości. Dla powłoki średniej długości południkowe naprężenia krytyczne ustalone są na podstawie wzoru:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0,605EC_x \frac{t}{R} = 254,1 \text{ MPa}.$$

Na podstawie zmierzonej wartości wgniecenia powłoka została przypisana do klasy tolerancji wymiarowej „B” ( $Q = 25$ ), w związku z tym charakterystyczna amplituda imperfekcji wynosi:

$$\Delta w_0 = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R}{t}} \cdot t = 0,0027 \text{ m}.$$

Współczynnik redukcyjny ze względu na imperfekcje południkowe ustala się na podstawie wzoru:

$$\alpha_x = \frac{0.62}{1 + 1.91 \left( \frac{\Delta w_0}{t} \right)^{1.44}} = 0,147.$$

Graniczne smukłości  $\bar{\lambda}_0$  i  $\bar{\lambda}_p$  i smukłość względna  $\bar{\lambda}$  wynoszą odpowiednio:

$$\bar{\lambda}_0 = 0,2,$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha}{1 - \beta}} = 0,61,$$

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{f_{yk} / \sigma_{x,Rcr}} = 0,96.$$

Redukcyjny współczynnik wyboczeniowy ustala się na podstawie wzoru (2.13). Uwzględniając smukłość względną wartość współczynnika wyboczeniowego wynosi:

$$X_x = \frac{\alpha}{\bar{\lambda}_x^2} = 0,16.$$

Charakterystyczna wartość naprężeń wyboczeniowych wynosi:

$$\sigma_{x,Rk} = X_x f_y = 37,5 \text{ MPa}.$$

Po zastosowaniu współczynnika bezpieczeństwa  $\gamma_{M1} = 1,1$  otrzymuje się wartość obliczeniową naprężeń wyboczeniowych:

$$\sigma_{x,Rk} = \sigma_{x,Rk} / \gamma_{M1} = 34,1 \text{ MPa}.$$

*Na podstawie DIN 18800-4:2008-11 [N3] obliczenia mają następujący przebieg przedstawiony poniżej.*

Podobnie jak w przypadku Eurokodu obliczenia należy rozpocząć od ustalenia wartości naprężeń krytycznych. W tym celu w pierwszej kolejności należy ustalić wartość współczynnika  $C_x$  zgodnie z zależnością:

$$\text{dla } \frac{l}{r} = 4 \leq 0,5 \sqrt{\frac{r}{t}} = 11 \quad C_x = 1,0.$$

Podstawiając tą wartość do wzoru na naprężenia krytyczne południkowe otrzymujemy taką samą wartość jak w przypadku Eurokodu:

$$\sigma_{xSi} = 0,605EC_x \frac{t}{r} = 254,1 \text{ MPa.}$$

Następnie należy ustalić wartość smukłości względnej dla powłoki ściskanej południkowo:

$$\bar{\lambda}_{Sx} = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{xSi}}} = 0,96.$$

Dobór współczynnika redukcyjnego jest uzależniony od wrażliwości powłoki na imperfekcje i od wartości pomierzonej imperfekcji. W punkcie 4.3 normy DIN 18800 możemy znaleźć zapis, który mówi, że dla powłok ściskanych należy posłużyć się współczynnikiem redukcyjnym  $\kappa_1$ . W przypadku, gdy amplituda imperfekcji nie przekracza wartości 1% przymiaru należy posłużyć się współczynnikiem bez dodatkowej jego redukcji:

$$\kappa_2 = 1.233 - 0.933 \bar{\lambda}_s = 0,337 \text{ dla } 0.25 < \bar{\lambda}_s < 1.0.$$

Na podstawie wzoru można następnie ustalić charakterystyczną wartość naprężeń wyboczeniowych przy ściskaniu osiowym:

$$\sigma_{xS,R,k} = \kappa_2 \cdot f_{y,k} = 79,27 \text{ MPa.}$$

W celu wyznaczenia obliczeniowych naprężeń należy ustalić wartość współczynnika  $\gamma_M$  zgodnie ze wzorem:

$$0,25 < \bar{\lambda}_s < 2,00 \text{ dla } \gamma_{M2} = 1,1 \left( 1 + 0,318 \frac{\bar{\lambda}_s - 0,25}{1,75} \right) = 1,24.$$

Ostatecznie wartość naprężeń wyboczeniowych dla powłoki ściskanej osiowo wynosi:

$$\sigma_{xS,R,d} = \sigma_{xS,R,k} / \gamma_{M2} = 63,83 \text{ MPa.}$$

*Obliczenia nośności na podstawie metody zaprezentowanej przez Samuelsona [124] zaprezentowane są poniżej:*

Procedurę obliczeniową Samuelsona [124] należy rozpocząć od ustalenia naprężeń krytycznych, które ustala się na podstawie wzoru, który możemy również znaleźć w Eurokodzie [N1] i normie DIN [N3]:

$$\sigma_{el,cl} = 0,605E \frac{t}{r} = 254,1 \text{ MPa.}$$

Następnie należy wyznaczyć wartość współczynnika redukcyjnego uwzględniającego sposób wytwarzania konstrukcji i tolerancję wymiarową. Tolerancję wymiarową ustala się na podstawie przymiaru geometrycznego, który można również znaleźć w normie DIN i EC. Drugim czynnikiem wpływającym na wartość współczynnika redukcyjnego jest sposób wytwarzania konstrukcji, który ustalono jako gięcie blachy na zimno, a następnie jej spawanie. Na podstawie wytycznych, które można znaleźć w tabeli 2-3 wartość współczynnika  $\alpha$  wynosi:

$$\alpha = 0,9.$$

Współczynnik  $\eta_r$  jest współczynnikiem empirycznym uwzględniającym smukłość powłoki, który ustala się na podstawie wzoru:

$$\eta_r = \frac{0,83}{\sqrt{1 + 0,01r/t}} = 0,339.$$

Wartość granicznych naprężeń sprężystych ustala się na podstawie wzoru:

$$\sigma_{xelr} = \alpha\eta_r\sigma_{el,cl} = 77,53 \text{ MPa}.$$

Następnie należy ustalić smukłość względną zgodnie ze wzorem:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_{xelr}}} = 1,74.$$

Dla uzyskania naprężeń wyboczeniowych należy ustalić wyboczeniowy współczynnik redukcyjny ze wzoru:

$$\omega_{s2} = \frac{0,75}{\lambda_s^2} = 0,247 \text{ dla } \sigma_{xelr} < \sigma_y/3.$$

Wartość charakterystyczną naprężeń wyboczeniowych ustala się ze wzoru:

$$\sigma_{xu} = \omega_{s2}\sigma_y = 64,39 \text{ MPa}.$$

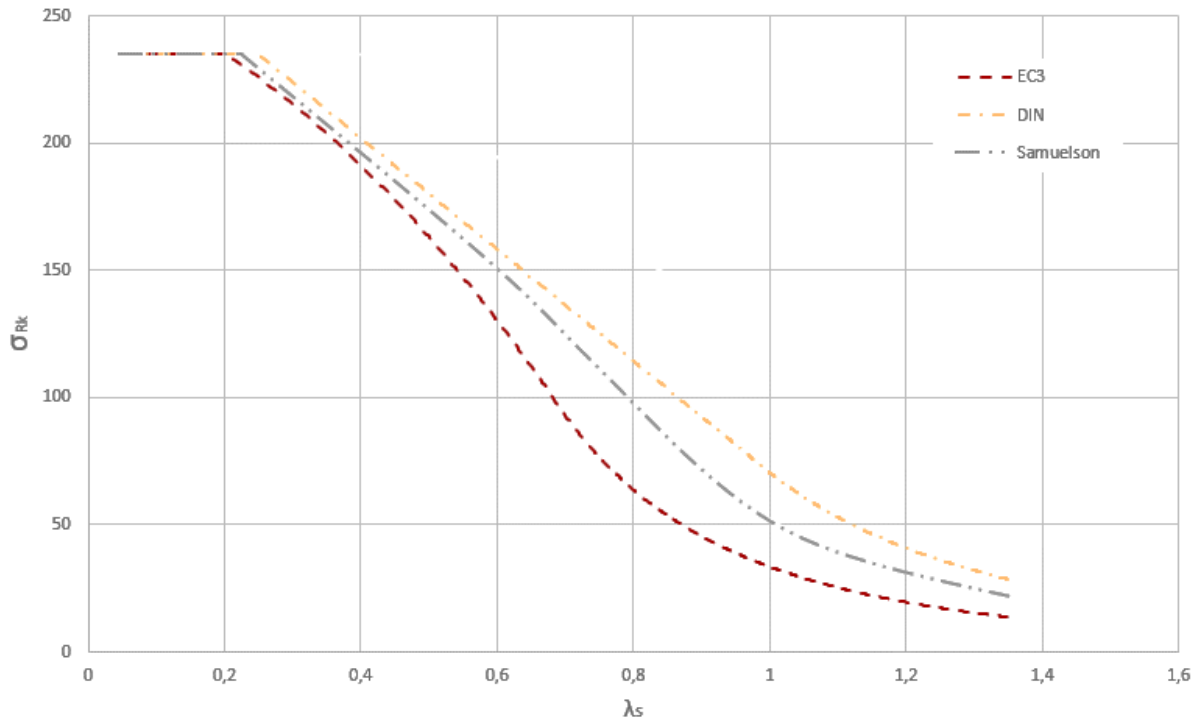
Ostatecznie obliczeniową wartość naprężeń wyboczeniowych przy założeniu  $\gamma_n = 1,2$  i  $\gamma_m = 1,0$  oblicza się na podstawie wzoru:

$$\sigma_{xd} = \frac{\sigma_{xu}}{\gamma_m\gamma_n} = 53,66 \text{ MPa}.$$

#### **2.4.5 Wnioski z przeglądu literatury**

Każdy z pokazanych przykładów obliczeniowych rozpoczęto od ustalenia naprężeń krytycznych na podstawie znanego rozwiązania klasycznego dla powłoki ściskanej osiowo i podpartej równomiernie. Uzyskane w ten sposób naprężenia stanowią podstawowy wyznacznik dotyczący sposobu utraty stateczności powłoki niezależnie od przyjętej metody obliczeniowej. Jediną modyfikacją w normach projektowych w stosunku do podejścia Samuelsona jest współczynnik modyfikacyjny  $C_x$ , który dodatkowo uwzględnia inne warunki podparcia niż w rozwiązaniu klasycznym i wymiary geometryczne powłoki. Różnicę stanowi również wyznaczenie smukłości względnej dla powłoki. W przypadku norm do jej wyznaczenia stosuje się wartości naprężeń plastyczności i naprężeń krytycznych. W podejściu Samuelsona nie stosuje się bezpośrednio naprężeń wyboczeniowych wynikających z teorii klasycznej. Dodatkowo są one modyfikowane przez dwa współczynniki empiryczne zależne od imperfekcji i od sposobu wytwarzania konstrukcji. Taki zabieg powoduje, że większy zakres geometrii powłok będzie wykazywał nośność plastyczną co można zaobserwować na rysunku 2-22. Przesunięte są zatem przedziały, które klasyfikują sposób utraty stateczności powłok względem ich smukłości względnej.

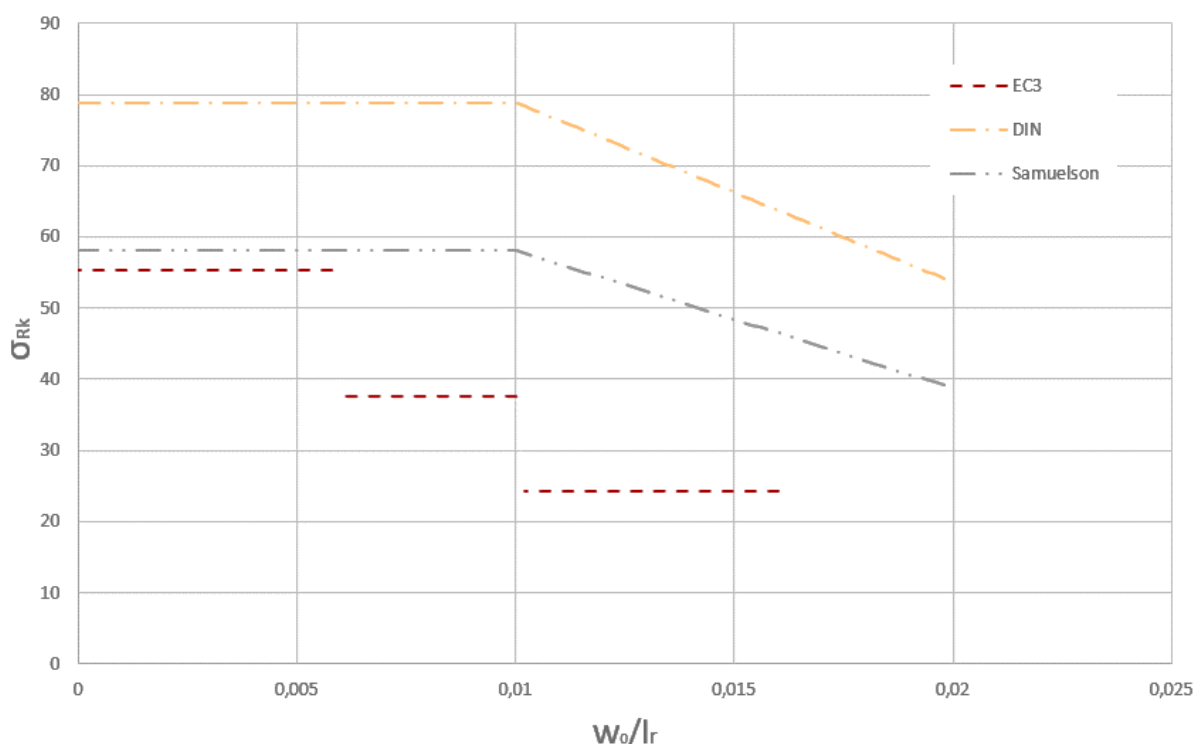
Niezależnie od wyboru sposobu wyznaczenia nośności powłoki spośród metod zaprezentowanych w przykładach, oceny imperfekcji dokonuje się tak samo. Zmierzoną przy pomocy przymiaru geometrycznego imperfekcję wykorzystuje się następnie w obliczeniach. Ma ona wpływ na wyboczeniowy współczynnik redukcyjny dla powłoki poddanej ściskaniu. W normie DIN [N3] i w metodzie Samuelsona [124] mamy do czynienia z dwoma przedziałami wyznaczonymi przez amplitudę: imperfekcja w przedziale od 0% do 1% długości przymiaru geometrycznego i imperfekcja w przedziale od 1% do 2% długości przymiaru geometrycznego. W normie PN-EN 1993-1-6 [N1] maksymalna wartość pomierzonej imperfekcji wynosi 1,6% długości przymiaru geometrycznego, a więc znajduje się pewien przedział powłoki z imperfekcjami, które względem Eurokodu [N1] nie zostają sklasyfikowane, ale norma DIN [N3] dopuszcza ich analizę. Jest to jeden z punktów, który wskazuje na bardziej konserwatywne podejście w obowiązującej normie projektowej względem norm poprzedzających i wytycznych literaturowych.



Rys. 2-22 Krzywe wyboczeniowe powłok ściskanych południkowo ustalone na podstawie wytycznych normowych i literatury [122,N1,N3]

W normie PN-EN 1993-1-6 [N1] zmierzona imperfekcja powoduje sklasyfikowanie powłoki do jednej z trzech klas dokładności wykonania. Współczynnika tolerancji przyjmuje stałą wartość dla każdej z klas, co oznacza, że powłoki w danej klasie dokładności wykonania cechują się taką samą nośnością wyboczeniową. Tą zależność można zaobserwować na rysunku 2-23, gdzie przedstawiono nośność wyboczeniową powłoki o zadanej geometrii w zależności od amplitudy imperfekcji. Inne podejście można zaobserwować w normie DIN [N3] i u Samuelsona [124]. Dla przedziału amplitudy imperfekcji nie przekraczającego 1% długości przymiaru geometrycznego wartość współczynnika jest stała, ale dla imperfekcji przekraczających tę wartość zależność przekształca się w funkcję liniową. Przy wzrastającej amplitudzie imperfekcji można zazwyczaj zaobserwować spadek nośności powłoki, co można również zaobserwować na rysunkach 2-6 i 2-12. Na tych wykresach jednak zależność nośności od amplitudy imperfekcji ma charakter nieliniowy. Należy zaznaczyć, że wykresy na rysunkach 2-6 i 2-12 zostały wyrysowane dla określonych imperfekcji, a norma projektowa ma w sobie obejmować wszystkie możliwe do zaobserwowania imperfekcje. Ze względu na zróżnicowany kształt deformacji jaki może powstać w powłoce w wyniku celowego lub niecelowego działania wątpliwe jest, że zaproponowana w normach prosta metoda pomiarowa jest w stanie je

wszystkie skontrolować. Dodatkowo jak to wynika z badań Rottera i Tenga [125] sam kształt imperfekcji w przekroju poprzecznym ma znaczenie dla nośności powłoki.



Rys. 2-23 Nośność charakterystyczna walcowej powłoki ściskanej południkowo w zależności tolerancji wymiarowej, na podstawie: [122,N1,N3]

Zależność zaproponowana w Eurokodzie może zaniżać nośność charakterystyczną powłoki w stosunku do normy DIN o ponad 50%, co jest widoczne na rysunku 2-23. Może to wskazywać, że w stosunku do imperfekcji zastosowano bardzo konserwatywne podejście przy tworzeniu normy EC [N1]. Dodatkowo można zauważyć, że dla klasy A, czyli najwyższej jakości wykonania względem normy PN-EN 1993-1-6 [N2] analizowana powłoka charakteryzuje się nośnością niemalże równą nośności powłoki najgorzej wykonanej względem normy DIN [N3]. Zależności przedstawione na rysunkach 2-6 i 2-12 wskazują na to, że stosunek nośności powłoki do amplitudy imperfekcji ma charakter asymptotyczny. Mogłoby to wskazywać, że powłoki, które nie są sklasyfikowane w normach, a więc odchyłka powyżej 1,6% dla EC i 2% dla DIN, nie będą cechowały się diametralnie niższą nośnością niż te z końców przedziałów. Jest to zagadnienie wymagające dokładnego zbadania. W procesie wznoszenia konstrukcji powłokowej zdarzają się przypadki, że ze względu na chociażby błędy spawalnicze w powłoce powstają imperfekcje większe niż te przewidziane przez normę. Do decyzji opiniodawcy pozostawia się wtedy możliwość pozostawienia imperfekcji bez zmian

jeśli nie prowadzi to do zaburzenia funkcji technologicznej konstrukcji lub „dogięcie” powłoki do założonego kształtu.

W procesie projektowania powłoki najczęściej zakłada się maksymalną wartość odchyłek geometrycznych, co jest podejściem zachowawczym. W przypadku normy EC taki zabieg spowoduje znaczące obniżenie nośności charakterystycznej powłoki ściskanej, co prowadzi do nieekonomicznego zaprojektowania konstrukcji. Ostateczna geometria powłoki stanowi pewną wypadkową pomiędzy założonym kształtem konstrukcji a występującymi w niej imperfekcjami. Klasyfikacja jakości wykonania powłoki odbywa się na podstawie imperfekcji o największej amplitudzie. Stosując przymiary geometryczne wystarczy, że jedna z występujących w powłoce imperfekcji należy do klasy niższej niż pozostałe, by została ona sklasyfikowana na podstawie właśnie tego jednego pomiaru. Przez to, że zależność nośności od amplitudy imperfekcji w normie PN-EN 1993-1-6 [N1] nie jest ciągła zdarza się, że przez wzgląd na pojedynczą imperfekcję o największej amplitudzie obniżamy w obliczeniach nośność powłoki w znaczący sposób. W niniejszej pracy zagadnienie imperfekcji o największej amplitudzie i jej wpływu na nośność powłoki zostaje poddana analizie.

Biorąc pod uwagę powszechne podejście autorów omawianych w tym rozdziale publikacji, można zauważyć, że preferowane są poszukiwania pojedynczej imperfekcji wymiarującej, która jest utożsamiana z wgłębieniem o największej amplitudzie. Ignorowane są przy tym pozostałe zaobserwowane deformacje, które nie wpływają na ocenę jakości wykonania powłoki. W takim przypadku spełniony jest wymóg normy [N1], ale sprowadzenie opisu realnej powłoki do geometrii z pojedynczą imperfekcją może stanowić zbyt uproszczenie, które potencjalnie wpływa na szacowaną nośność konstrukcji. Istnieje więc potrzeba przeprowadzenia niekonwencjonalnych analiz nośności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych, w których wystąpi jedynie pojedyncza imperfekcja lub niewielka ich liczba, gdyż może się okazać, że pojedyncze wgłębienie o nawet dużej wartości może mieć znacznie mniejszy wpływ na obniżenie nośności granicznej powłoki niż wiele wgłębień ale o mniejszej wartości. Te zagadnienia nie były do tej pory przedmiotem badań innych autorów, a własne wstępne wyniki takich badań przedstawione są w pracy [126]. Badania takie mają również uzasadnienie praktyczne, gdyż mogą pozwolić na dopuszczenie do eksploatacji powłoki z ponadnormatywnymi wartościami imperfekcji, występującymi jedynie lokalnie i w niedużej liczbie. Trzeba również zauważyć, że stosowane metody normowe [N1] klasyfikacji jakości wykonania powłok stalowych uwzględniają jedynie wartość imperfekcji geometrycznych w postaci wgłębień, a tymczasem kształt takiej imperfekcji również może mieć wpływ na



*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*

nośność wyboczeniową powłoki. W niniejszej rozprawie podjęto próbę uwzględnienia niektórych z wymienionych czynników na nośność ściskanych osiowo stalowych powłok walcowych. Szczegółowe cele i zadanie naukowe rozprawy przedstawione są rozdz. 3.

### **3. Cele i tezy pracy doktorskiej**

---

W wyniku rozpoznania literatury zostały postawione następujące cele badawcze:

1. Ocena wpływu kształtu i intensywności występujących w walcowych powłokach stalowych imperfekcji geometrycznych w postaci obwodowych wgłębień na stykach blach, wywołanych procesem spawania, na nośność graniczną przy równomiernym ściskaniu południkowym.
2. Wykazanie istotnych braków w stosowanych procedurach literaturowych i normowych w zakresie właściwego klasyfikowania jakości wykonania i oceny nośności stalowych powłok walcowych z uwzględnieniem obwodowych wgnieceń spawalniczych oraz przedstawienie własnych rekomendacji w tym zakresie.
3. Próba oceny wpływu liczby występujących imperfekcji na nośność ściskanej osiowo powłoki walcowej.

Niedostatki stosowanych metod analiz stateczności w zakresie rodzaju i intensywności imperfekcji w postaci wgnieceń pozwoliły na sformułowanie następujących wstępnych tez rozprawy:

**Teza 1.** W ściskanych południkowo stalowych powłokach walcowych amplituda największej pojedynczej imperfekcji w postaci wgłębień obwodowych nie zawsze jest miarodajnym parametrem decydującym o jej nośności granicznej.

**Teza 2.** Kształt i powierzchnia imperfekcji geometrycznych w postaci wgłębień obwodowych mogą mieć istotny wpływ na nośność graniczną ściskanej stalowej powłoki walcowej, a nie tylko sama wartość amplitudy wgłębień.

**Teza 3.** Istnieje potrzeba opracowania nowych zasad oceny jakości wykonania walcowych powłok stalowych ściskanych południkowo i sposobu uwzględniania kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych w analizach nośności tych powłok. Proponowane regulacje normowe w tym zakresie są niewystarczające.

Uzyskane wyniki mogą mieć również duże znaczenie praktyczne, szczególnie w ocenie nośności zrealizowanych powłok, które nie spełniają kryterium dla projektowanej klasy jakości wykonania.

## **4. Badanie wpływu imperfekcji miejscowych na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo**

---

### **4.1 Wprowadzenie**

Podczas projektowania konstrukcji powłokowej jednym z głównych warunków niezbędnych do sprawdzenia jest jej nośność na ściskanie. Jak wynika z rozpoznanej literatury na nośność ściskanej powłoki walcowej kluczowy wpływ mają wstępne imperfekcje, które mogą przyjmować różną formę. W dalszej części tego opracowania pod pojęciem imperfekcji będą rozumiane wstępne odchyłki geometryczne od idealnego kształtu cylindrycznego powłoki. W normach projektowych można znaleźć dwa podstawowe zalecenia co do sposobu w jaki należy rozpatrywać imperfekcje w projektowaniu konstrukcji powłokowych. Pierwsze z nich dotyczy amplitudy imperfekcji, która jest uzależniona od założonej klasy dokładności wykonania konstrukcji. Trzy klasy „A”, „B” i „C” determinują amplitudę deformacji wstępnych, jaką należy przyjąć podczas obliczeń w metodzie pośredniej lub bezpośredniej wymiarowania. W kolejnym zaleceniu można znaleźć informację, że rozkład zastępczych imperfekcji geometrycznych dobiera się tak, aby miał najniekorzystniejszy wpływ na nośność powłoki obciążonej imperfekcjami. W razie gdy stanowi to wątpliwość należy rozpatrzyć różne ich rozkłady w celu zidentyfikowania przypadku najniekorzystniejszego. Dodatkowo można znaleźć zapis, który mówi, że gdy brakuje innych przesłanek powinno się wziąć pod uwagę imperfekcje, których kształt wynika z liniowo-sprężystej analizy wyboczeniowej (LBA). W innej części Eurokodu [N1] można przeczytać, że imperfekcje są wynikiem sposobu wytwarzania konstrukcji i należy wśród nich rozpatrywać między innymi nieregularności w pobliżu szwów spawalniczych.

Znalezienie najbardziej niekorzystnej formy imperfekcji nie jest zatem łatwym zadaniem. Z jednej strony należy rozpatrywać formy imperfekcji pochodzące z analiz numerycznych, a z drugiej strony mają brać one swoje źródło w sposobie wytwarzania konstrukcji. W poprzednim rozdziale zostały przedstawione najczęściej rozpatrywane formy imperfekcji, które są wprost osiowosymetryczną [14,19] lub nieosiowosymetryczną [19] formą wyboczenia idealnej powłoki cylindrycznej, które to formy można uzyskać z analizy LBA. Duże zainteresowanie budzą formy imperfekcji spawalniczych przedstawione przez Rottera i Tenga [20]. Mniej popularny nurt stanowią imperfekcje wprowadzone do całej powłoki pochodzące z pomiarów dokonanych na konstrukcjach rzeczywistych, głównie za sprawą małej ilości

dokonanych pomiarów referencyjnych [85,127]. W literaturze nie można spotkać wielu wzmianek o imperfekcjach lokalnych wynikających z procesu wytwarzania konstrukcji i ich wpływu na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo [67], co stanowi jeden z przedmiotów badań niniejszego opracowania. Wytyczne normowe nie wyszczególniają żadnego rodzaju imperfekcji jako koniecznego do rozpatrzenia, ale sugerowane jest zbadanie ich dostatecznej liczby, a następnie wybranie tych, które najbardziej niekorzystnie wpływają na nośność powłoki.

W normie [N1] dotyczącej konstrukcji powłokowych znajduje się również szereg wytycznych, co do kontroli jakości wykonanej powłoki. Kontroli podlegają trzy tolerancje wymiarowe dotyczące: owalności przekroju, niezamierzonych mimośrodków i wgłębień. W rzeczywistych powłokach nie zdarza się sytuacja, w której te niedokładności wykonawcze występują całkowicie oddzielnie. Najczęstszą praktyką projektową jest jednak osobne rozpatrywanie odchylek geometrycznych bez uwzględnienia ich interakcji. Można niewątpliwie zauważyć, że w zmierzonych stalowych silosach w Port Kembla [23] dominującą formą imperfekcji jest obwodowa deformacja wynikająca z procesu wznoszenia konstrukcji, jednak wykorzystanie wyłącznie imperfekcji Rottera i Tenga do opisu geometrii tych powłok stanowi znaczne uproszczenie. Ostatecznie geometrię powłoki stanowi pewna wypadkowa wszystkich wyżej wymienionych rodzajów imperfekcji będących ze sobą w interakcji.

Opracowany przez Rottera i Tenga model imperfekcji w odpowiedni sposób odzwierciedla kształt deformacji spawalniczej, którą można zaobserwować w wykonanych powłokach stalowych. Sposób poszwarcowania charakterystycznego kształtu deformacji w okolicy spoiny obwodowej można opisać w sposób fizyczny, co zostanie przedstawione w tym rozdziale. Ze względu na swój zrozumiały opis deformacje Rottera i Tenga zyskały dużą popularność i przyczyniły się do zwiększenia ilości pomiarów wykonywanych na istniejących powłokach. Umożliwiło to kalibrację parametrów zastosowanych w modelu deformacji spawalniczej, której wyniki zostaną przedstawione w tym rozdziale. Imperfekcje *Weld Type A* i *Weld Type B* stanowią punkt wyjścia do opracowania autorskiego opisu imperfekcji, który symuluje niedokładność wykonawczą w okolicy spoiny osiowej i obwodowej powłoki. Zaproponowany model deformacji wstępnej posiada szerszą możliwość zastosowania do scharakteryzowania nie tylko imperfekcji wynikającej ze spawania obwodowego arkuszy blach, ale również ich złego wzajemnego dopasowania. W odróżnieniu od modelu Rottera i Tenga posiada on rozkład dwuosiowy: obwodowy i południkowy, co potencjalnie może mieć wpływ na nośność powłoki walcowej. Wpływ parametrów kształtujących te imperfekcje na nośność powłoki walcowej

będzie analizowany przy pomocy programu Femap Nastran wykorzystującego metodę elementów skończonych. Celem badań jest ustalenie formy przedstawionej imperfekcji, która ma najbardziej niekorzystny wpływ na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo. Uzyskane wyniki zostaną następnie zestawione z wynikami, które można otrzymać z analiz na podstawie wytycznych normowych i popularnych praktyk projektowych. Dla ułatwienia interpretacji wymiarów geometrycznych zadanych deformacji wstępnych zostaną one odniesione do klas jakości wykonania konstrukcji względem Eurokodu 3.

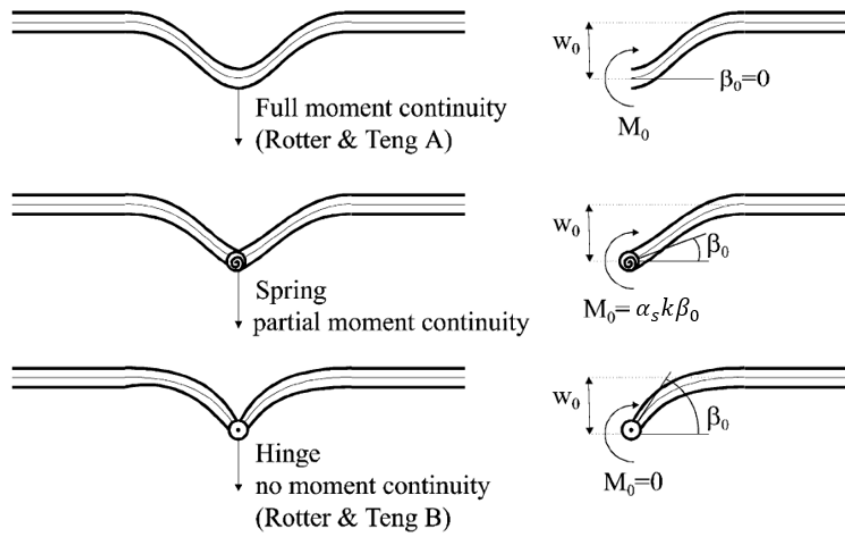
W bezpośredniej procedurze wyznaczenia nośności powłoki walcowej z wykorzystaniem nieliniowych algorytmów MES należy zachować szczególną ostrożność przy definiowaniu parametrów analizy. W tym rozdziale zostanie przedstawiona metoda dozwolona przez Eurokod, która posłużyła do oceny nośności powłok z imperfekcjami oparta na nieliniowej analizie geometrycznej i materiałowej. W przypadku jej zastosowania konieczne jest odpowiednie skalibrowanie modelu numerycznego jak i również skontrolowanie otrzymanych wyników końcowych. W tym celu otrzymane wyniki nośności powłok z autorską imperfekcją zostaną porównane z nośnościami powłok, do których wprowadzono deformacje wynikające z popularnych praktyk projektowych. Otrzymane wyniki pozwoliły na stworzenie propozycji procedury wymiarowania, która umożliwi uwzględnienie dodatkowych parametrów imperfekcji, które były pomijane w dotychczasowych metodach oceny nośności powłok cylindrycznych.

## **4.2 Imperfekcje w postaci lokalnych wgnieceń**

Lokalne wgniecenia w silosach i zbiornikach najczęściej są wynikiem wzajemnego złego dopasowania giętych arkuszy blach lub powstają w procesie spawania obwodowego i pionowego. Nie można z całą pewnością stwierdzić, że deformacje powstające podczas stygnięcia spoiny są całkowicie plastyczne w najbliższym jej otoczeniu, natomiast pozostała część powłoki odkształca się sprężysto. W tym procesie spoina posiada pewną zdolność do przenoszenia momentów zginających, a więc stanowi pewnego rodzaju sytuację pośrednią [77]. Ma to kluczowe znaczenie dla kształtu zastygającej spoiny. Dwa skrajne przypadki, w których spoina posiada całkowitą zdolność do przenoszenia momentu zginającego lub stanowi przegub plastyczny opisują odpowiednio modele imperfekcji *Weld Type A* i *Weld Type B* [20].

W opracowaniu Pirchera i innych [77] można znaleźć rozwiązanie zgodne ze sprężystą teorią powłok będących pod obciążeniem siłą obwodową, które uwzględnia możliwość przenoszenia momentu zginającego przez spoinę. Dodatkowo przy pomocy momentowej więzi sprężystej

można symulować częściową ciągłość momentu zginającego w powłoce, jak zostało to przedstawione na rysunku 4-1.



Rys. 4-1 Ciągłość momentowa w miejscu występowania spoiny obwodowej

Osiowosymetryczna deformacja sprężysta będąca efektem lokalnego zginania może zostać wyrażona następującym równaniem różniczkowym (4.1a) i (4.1b) [128]:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Et}{R^2} w = 0, \quad (4.1a)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (4.1b)$$

w którym  $x$  jest współrzędną pionową powłoki,  $w$  jest odkształceniem radialnym,  $R$  jest promieniem powłoki,  $E$  jest modułem Younga,  $t$  jest grubością powłoki. Rozwiązaniem tego równania przy założeniach, że odkształcenie radialne w punkcie  $x = 0$  jest równe  $w_0$  i obrót w tym samym punkcie jest równy  $\beta_0 = 0$  jest kształt *Weld Type A*, natomiast przy założeniach, że odkształcenie radialne w punkcie  $x = 0$  jest równe  $w_0$  i moment zginający w tym samym punkcie jest równy  $M_0 = 0$  jest kształt *Weld Type B*. Istnieją jeszcze sytuacje pośrednie symulujące częściową sztywność momentową powłoki w trakcie stygnięcia spoiny, które można opisać za pomocą wprowadzenia do warunków brzegowych więzi sprężystej w postaci:

$$M_0 = \alpha_s k \beta_0, \quad (4.2a)$$

$$k = 2\pi \frac{D}{\lambda_0}. \quad (4.2b)$$

Rozwiązaniem równania (4.1a) dla warunków brzegowych z (4.2a) jest funkcja kształtu imperfekcji jaką proponuje Rotter i inni [73]:

$$w(x) = w_0 e^{\frac{-nx}{\lambda_0}} \left( \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda_0}\right) + \zeta \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda_0}\right) \right), \quad (4.3a)$$

$$\zeta = \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_s + 1} \right), \quad (4.3b)$$

gdzie  $\zeta$  jest parametrem uwzględniającym zdolność spoiny do przenoszenia momentów zginających i odpowiednio można wyróżnić trzy sytuacje:  $\zeta = 1$ , co oznacza, że spoina ma pełną zdolność do przenoszenia momentu zginającego,  $0 < \zeta < 1$  spoina ma częściową zdolność do przenoszenia momentu zginającego,  $\zeta = 0$  spoina zachowuje się jak przegub. Dla pozostałych wartości spoza przedziału parametr  $\zeta$  nie posiada interpretacji fizycznej.

Imperfekcje powstające w powłokach spawanych z arkuszy blach są w rzeczywistości niejednorodne w swojej naturze, jednak przedstawiony wyidealizowany model oddaje fizykę zjawiska ich powstawania i dość dobrym przybliżeniem opisuje deformacje zmierzone w powłokach rzeczywistych [24]. W równaniu (4.3a) mamy do czynienia z imperfekcją, która jest propagowana względem jednej współrzędnej na powłoce – południkowej lub równoleżnikowej. W istniejących silosach i zbiornikach można również zaobserwować bardziej lokalne efekty będące wynikiem oddziaływania miejscowego podczas spawania, miejscowych uderzeń lub niedopasowania wzajemnego arkuszy blach. Tego typu imperfekcje nie mogą być opisane równaniem (4.3a), ponieważ są dwuwymiarowe, a więc ich propagacja jest zarówno obwodowa jak i osiowa. Dobre przybliżenie rzeczywistego kształtu imperfekcji względem współrzędnej obwodowej można zapisać równaniem (4.4a) [67]:

$$w(\eta) = w_0 e^{\frac{-n\eta}{2}} \left( \cos\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) \right), \quad (4.4a)$$

$$\eta = \frac{R\theta}{\lambda_0}, \quad (4.4b)$$

w którym  $\theta$  jest współrzędną obwodową liczoną od środka imperfekcji. Porównując ten wzór ze wzorem (4.3a) można stwierdzić, że obwodowy rozkład imperfekcji jest w przybliżeniu dwa razy większy niż osiowy. Przy założeniu, że rozkład imperfekcji jest uzależniony od długości pół-fali wyboczeniowej i zdolności spoiny do pełnego przenoszenia momentu zginającego otrzymalibyśmy równanie (2.8). Te założenia wprowadzają jednak znaczne ograniczenia, co do możliwych do uzyskania geometrii deformacji wstępnych, dlatego w stosunku do wzoru (2.8)

poczynione zostały pewne zmiany. Dwuwymiarowa imperfekcja może być opisana równaniem:

$$w = w_0 e^{-\pi(\varphi+\omega)} (\cos(\pi(\varphi - \omega)) + \gamma \sin(\pi(\varphi + \omega))), \quad (4.5a)$$

$$\omega = \frac{x}{\kappa_\omega}; \varphi = \frac{R\theta}{\kappa_\varphi}; \gamma = \frac{\alpha_s}{\alpha_s + 1}. \quad (4.5b)$$

Wprowadzony parametr  $\gamma$  do równania nie posiada takiej samej interpretacji fizycznej jak  $\zeta$  w równaniu (4.3a) i (4.3b). Pełni on rolę modyfikatora funkcji kształtu imperfekcji. Dodatkowo, żeby uzyskać możliwość otrzymania zróżnicowanych rozkładów imperfekcji względem współrzędnej osiowej i obwodowej wprowadzono współrzędne względne uzależnione od  $\kappa_\omega$  i  $\kappa_\varphi$  jak w równaniu (4.5b). Przyjmując odpowiednio wartości  $\kappa_\omega = \lambda_0$  i  $\kappa_\varphi = 2\lambda_0$  oraz  $\gamma = 1$  otrzymamy postać kształtu imperfekcji zgodną ze wzorem (2.8). Wprowadzenie modyfikacji niezależnia obydwie współrzędne obwodową i osiową oraz daje dodatkową swobodę w rozpatrywanych rozkładach imperfekcji miejscowych.

Wzór (4.5a) przedstawiający kształt imperfekcji pozwala na uzyskanie  $\frac{1}{4}$  pełnego rozkładu imperfekcji na powłoce walcowej we współrzędnych biegunowych, której miejscem propagacji są współrzędne  $\theta = 0; x = 0$ . Do uzyskania pełnego modelu imperfekcji w dowolnym miejscu na powłoce walcowej przedstawionej we współrzędnych biegunowych należy skorzystać z równania (4.6a) i (4.6b):

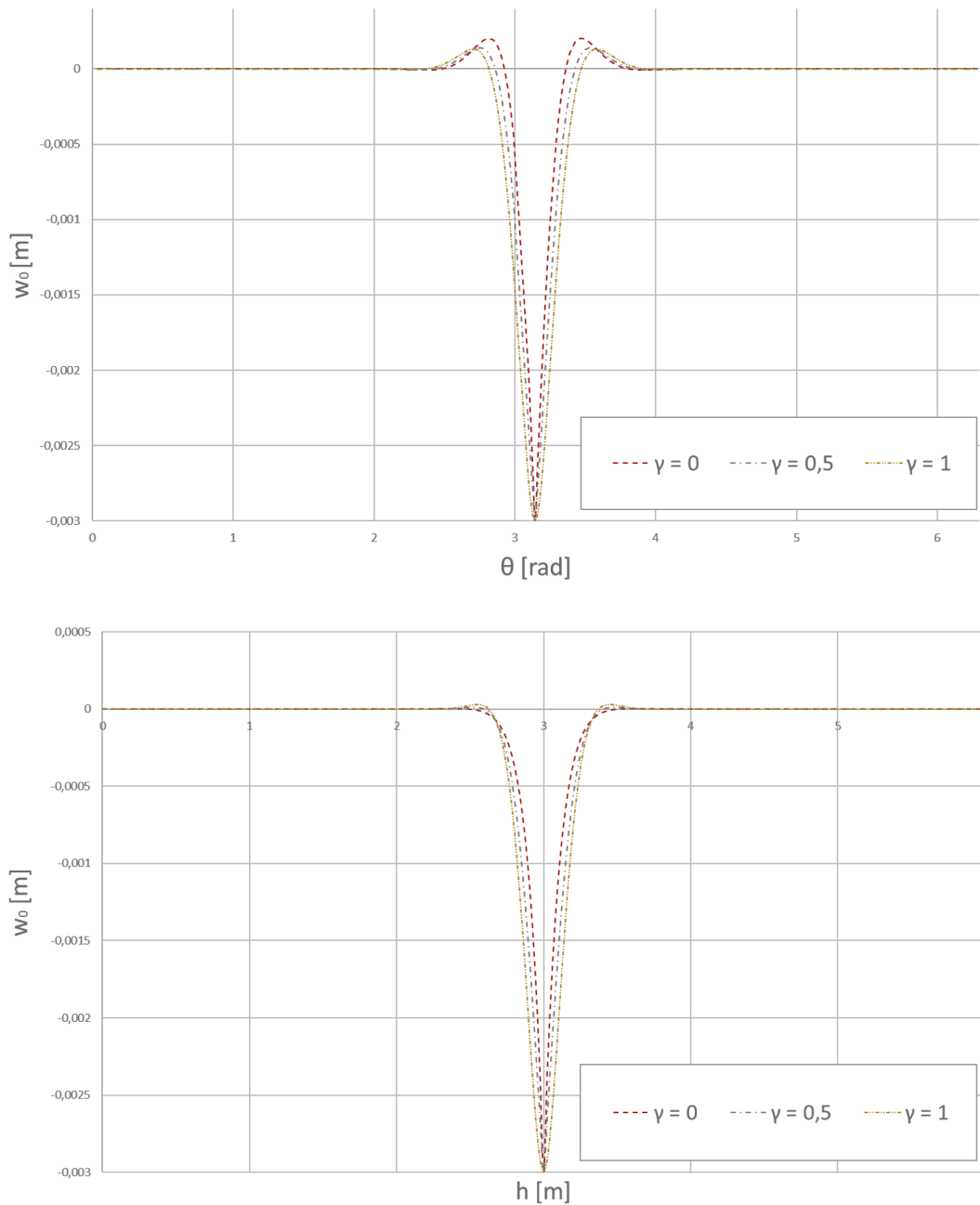
$$w = w_0 e^{-\pi(|\varphi-\varphi_0|+|\omega-\omega_0|)} (\cos(\pi(|\varphi - \varphi_0| - |\omega - \omega_0|)) + \gamma \sin(\pi(|\varphi - \varphi_0| + |\omega - \omega_0|))), \quad (4.6a)$$

$$\omega_0 = \frac{x_0}{\kappa_\omega}; \varphi_0 = \frac{R\theta_0}{\kappa_\varphi}. \quad (4.6b)$$

Przy stałych wartościach współczynników  $\kappa_\omega$  i  $\kappa_\varphi$  oraz zmiennej wartości współczynnika  $\gamma$  z równania (4.6a) otrzymuje się krzywe przedstawione na rysunku 4-2.



*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*

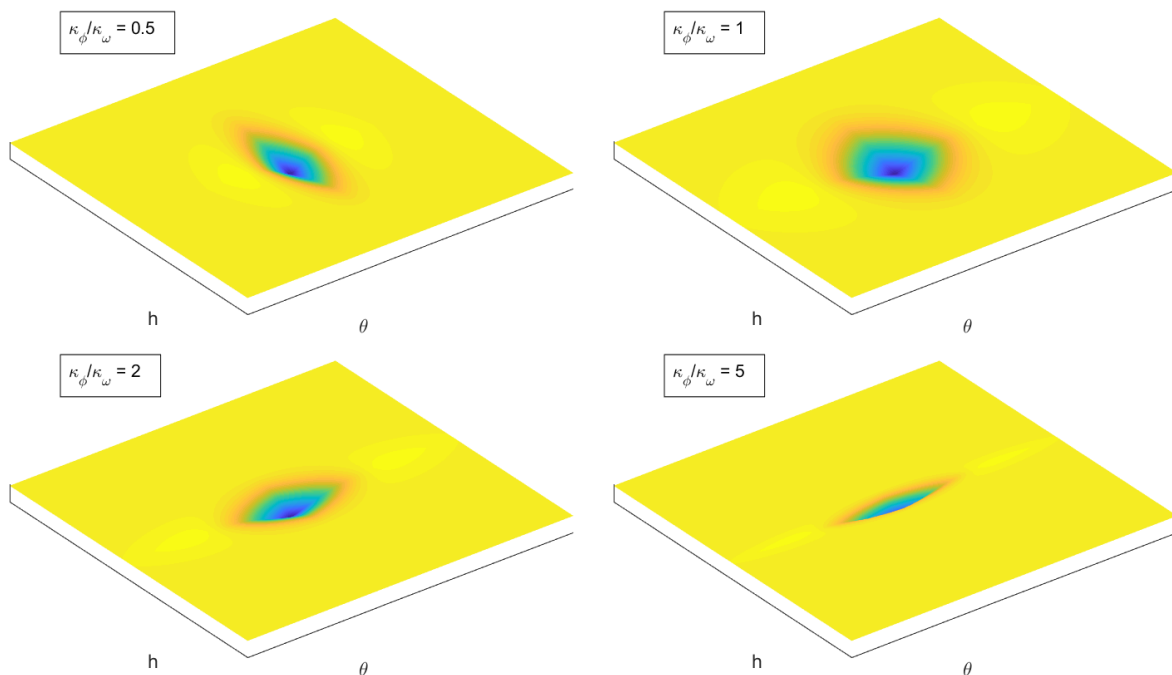


Rys. 4-2 Kształty dwuwymiarowych imperfekcji miejscowych w zależności od parametru  $\gamma$

Kształt deformacji wstępnej jest modulowany poprzez dobór odpowiedniej wartości parametru  $\gamma$ . Jak widać na rysunku 4-2 amplituda każdej z imperfekcji względem powierzchni środkowej jest taka sama. Zróżnicowaniu podlega przebieg funkcji, co można szczególnie zauważyć w punkcie, gdzie imperfekcja osiąga swoją największą wartość. Na podstawie literatury można ustalić jaka wartość parametru  $\gamma$  kalibrującą przebieg funkcji imperfekcji do imperfekcji zmierzonych w powłokach istniejących. Na rysunku 4-2 zostały przedstawione różne deformacje wstępne, aby pokazać wpływ zmienności parametru  $\gamma$  na ich ukształtowanie.

Ostateczny kształt i dokładne wymiary imperfekcji, które zostaną poddane szczegółowej analizie zostanie przedstawiony w kolejnej części opracowania.

Wprowadzenie współczynników  $\kappa_\omega$  i  $\kappa_\varphi$  do równania (4.5b) daje możliwość uzyskania niezależnej długości rozkładu imperfekcji miejscowej względem współrzędnej osiowej i obwodowej. Ze względu na to, że wymiary imperfekcji w literaturze najczęściej odniesione są do długości pół-fali wyboczeniowej, w tej pracy poczyniono ten sam zabieg, a więc współczynniki  $\kappa_\omega$  i  $\kappa_\varphi$  będą wielokrotnością długości pół-fali wyboczeniowej  $\lambda_0$  otrzymanej ze wzoru (2.6). Elastyczne podejście w doborze stosunku rozkładu obwodowego do osiowego pozwala na sprawdzenie wpływu dowolnego, dwuwymiarowego kształtu deformacji na nośność powłoki walcowej. W rzeczywistych konstrukcjach z powodu wzajemnego niedopasowania arkuszy blach, naprężeń spawalniczych i innego oddziaływania miejscowego na powłokę można zaobserwować zróżnicowaną propagację imperfekcji na kierunku obwodowym i osiowym. Dla różnego stosunku długości propagacji imperfekcji  $\kappa_\omega/\kappa_\varphi$  tego typu symulacje rozkładów dwuwymiarowych imperfekcji zostały przedstawione na rysunku 4-3.



Rys. 4-3 Kształt dwuwymiarowych imperfekcji miejscowych w zależności od stosunku  $\kappa_\omega/\kappa_\varphi$

Wytyczne normowe zalecają kontrolę imperfekcji miejscowych stosując przymiary o określonych długościach. Te długości są uzależnione od stanu naprężenia w jakim znajduje

się obciążona powłoka i wynikającej z badań wiedzy o utracie stateczności powłoki. Głównym źródłem powstawania miejscowych imperfekcji są naprężenia spawalnicze, które podlegają kontroli jakości wykonania przy pomocy przymiaru o długości  $l_{gw} = 25t$ . Dodatkowo jeśli powłoka podlega naprężeniom ściskającym to kontrolę jakości poprzecznych (obwodowych) połączeń spawanych należy wykonać korzystając z przymiaru o długości  $l_{gx} = 4\sqrt{rt}$ . W przypadku gdy w powłoce występują naprężenia ścinające dodatkowo należy dokonać kontroli jakości wykonania siłosu stosując przymiary obwodowe o długości  $l_{g\theta} = 2,3(l^2rt)^{0.25}$ .

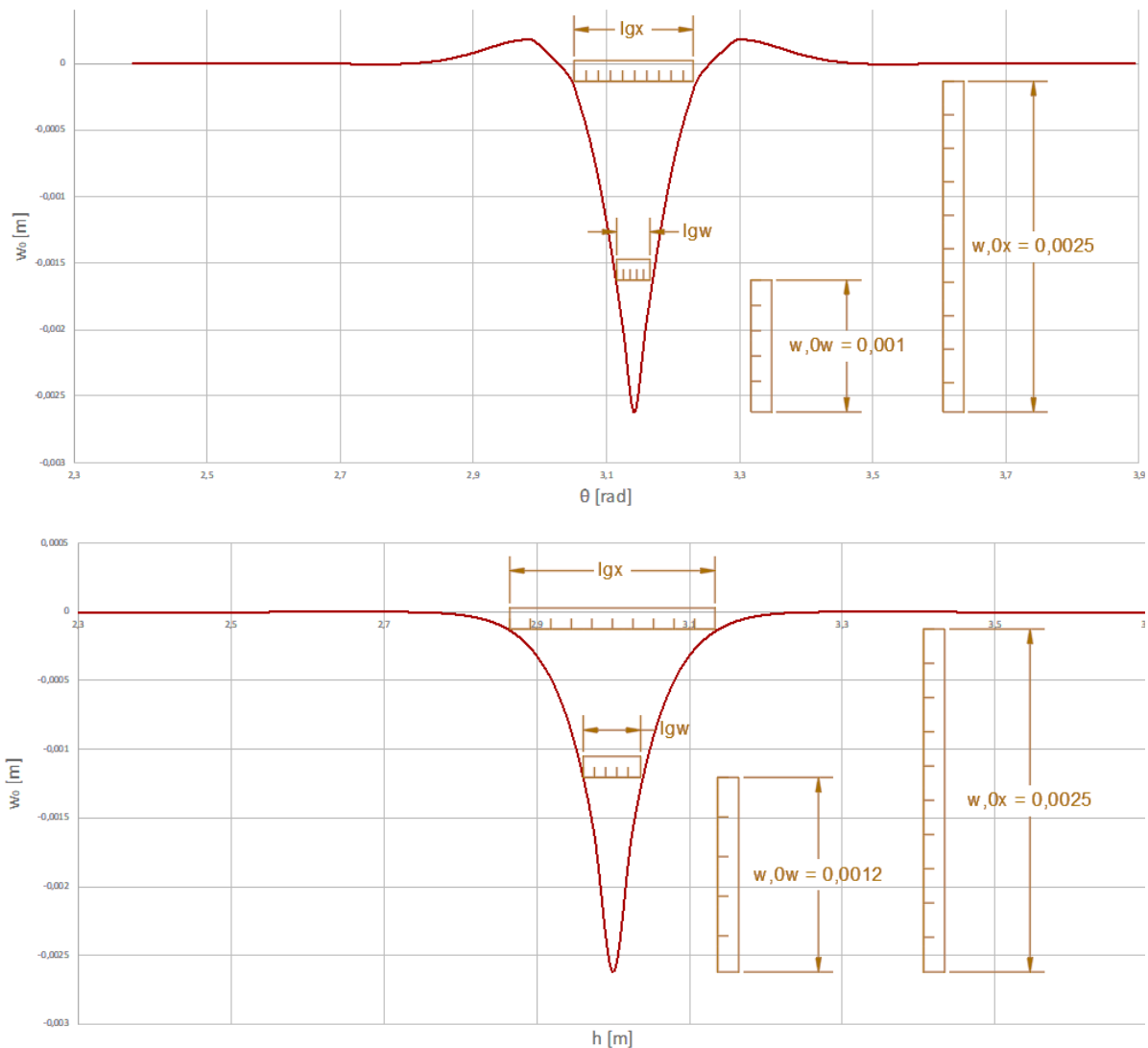
W niniejszym opracowaniu rozpatrywane będą powłoki, które są obciążone osiowo i podparte równomiernie na całym obwodzie, zatem podlegają kontroli jakości poprzez stosowanie przymiaru o długości  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$ . Długości tych przymiarów będą stanowiły punkt odniesienia dla kontroli jakości wykonania rozpatrywanych powłok, jednak obszary występowania imperfekcji będą wybierane z przedziału zarówno imperfekcji krótszych jak i dłuższych od długości przymiaru  $l_{gx}$  w obydwu kierunkach głównych. Rozpatrywane imperfekcje nie biorą swego źródła jedynie w naprężeniach występujących podczas spawania, ale również przyczyną ich powstawania jest wzajemne niedopasowanie blach i oddziaływanie miejscowe wynikające z użytkowania konstrukcji. Do powłoki nie zostaną wprowadzone obwodowe naprężenia ściskające, jak również warunki brzegowe nie wprowadzą bezpośrednio naprężeń ścinających w powłoce, dlatego  $l_{g\theta}$  zostanie również pominięty. Ostatecznie do kontroli jakości wykonania rozpatrywanych geometrii powłok zostały wybrane przymiary o długości  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$  zgodnie ze schematami a), b), e) i f) na rysunku 2-15.

Otrzymane w ten sposób imperfekcje o zmiennych parametrach kształtu będą następnie poddane analizie w kontekście ich wpływu na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo. Do modelu MES powłoki zostanie wprowadzona wstępna deformacja miejscowa, a następnie zostanie przeprowadzony szereg obliczeń numerycznych, które zweryfikują wpływ zadanych parametrów na redukcję nośności powłoki walcowej. W celu wykonania tych badań w pierwszej kolejności dokonano kalibracji modelu MES. Zgodnie z zapisami normowymi [N1] imperfekcje wprowadzane do modelu numerycznego podlegają takim samym zasadom klasyfikacyjnym jak deformacje zaobserwowane w powłokach wykonanych. Należy zatem dokonać ich pomiaru z wykorzystaniem przymiarów  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$ .

## Przykład obliczeniowy 2

Należy dokonać klasyfikacji jakości wykonania powłoki istniejącej podpartej równomiernie, w której zaobserwowano imperfekcję, jak na rysunku poglądowym. Powłoka posiada następujące parametry:

- $R = 1,5$  m – promień powłoki,
- $t = 0,003$  m – grubość powłoki,
- $L = 6$  m – długość powłoki,
- $E = 210$  GPa,  $\nu = 0,3$ ,  $f_y = 235$  MPa,
- Warunki podparcia na obydwu końcach powłoki są określone jako BC2 wg Eurokodu [N1].



Rys. 4-4 Rysunek poglądowy zaobserwowanej imperfekcji dla przykładu obliczeniowego 2

Do klasyfikacji powłoki pod względem jej jakości wykonania w zadanym przykładzie należy posłużyć się dwoma przymiarami  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$ . Pomiary należy rozpocząć od ustalenia ich długości zgodnie z następującymi wzorami:

$$l_{gx} = 4 \cdot \sqrt{r \cdot t} = 0,2683 \text{ m},$$

$$l_{gw} = 25t = 0,075 \text{ m}.$$

W celu sklasyfikowania powłoki wyznaczono przedziały dla każdej z klas z uwzględnieniem parametru wgłębienia  $U_{0,max}$  na podstawie tabeli 2-4. Dla każdej z klas należy posłużyć się wzorem podstawiając odpowiednie wartości  $U_{0,max}$ :

$$w_{0,max,x/w} = U_{0,max} \cdot l_{gx/w}.$$

Rysunek poglądowy przedstawia imperfekcję w dwóch przekrojach: osiowym i obwodowym. Dla kierunku obwodowego oś opisana jest w radianach, dlatego należy dokonać pewnego przekształcenia dla  $l_{gx}$  na tym kierunku:

$$l_{gx}[\text{m}] = 0,2683 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad l_{gx}[\text{rad}] = 0,17887.$$

Ostatecznie sporządzono tabelę ułatwiającą sklasyfikowanie imperfekcji na podstawie skrajnych wartości amplitudy imperfekcji na każdym z przedziałów.

Tabela 4-1 Skrajne wartości amplitudy imperfekcji dla przedziałów klasyfikacyjnych

	$w_{0,max,x}[\text{m}]$	$w_{0,max,w}[\text{m}]$
Klasa A	0,0016098	0,00045
Klasa B	0,002683	0,00075
Klasa C	0,0042928	0,0012

Imperfekcja została zmierzona dwoma przymiarami  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$  zgodnie z rysunkiem poglądowym 4-4. Pierwszy pomiar z użyciem  $l_{gx}$  wykazał w obu kierunkach amplitudę imperfekcji  $w_{0,max,x} = 0,0025 \text{ m}$ , która odpowiada klasie dokładności wykonania B. Drugi pomiar z użyciem  $l_{gw}$  wykazał dla maksymalnej wartości odchyłki  $w_{0,max,w} = 0,0012 \text{ m}$ , że powłoka została wykonana w klasie jakości C.

W zaprezentowanym przykładzie okazało się, że przymiar o długości  $l_{gw}$  jest bardziej restrykcyjny przy ocenie jakości wykonania powłoki. Nie należy jednak traktować wyników tego przykładu jako uogólnienia. Przy ocenie jakości wykonania powłoki, można wstępnie dokonać oceny kształtu imperfekcji na kierunkach głównych, by stwierdzić, który

z przymiarów może wykazać bardziej niekorzystny wynik. Zatem można jedynie stwierdzić, że każdy z przypadków, nawet dla tej samej powłoki należy rozpatrzyć z osobna. Zaprezentowany w przykładzie obliczeniowym przekrój na kierunkach głównych prezentuje imperfekcję, która bierze swoje źródło w obserwacjach powłok rzeczywistych. Przedstawione krzywe zostały zaczerpnięte z literatury [73]. Imperfekcja o takim kształcie zostanie sklasyfikowana do gorszej klasy jakości wykonania przy użyciu przymiaru  $l_{gw}$ . Nie należy jednak wykluczyć innego niecelowego działania, które spowoduje, że w okolicy łączenia blach tworzących powłokę rozkład imperfekcji przyjmie inną formę, która będzie prowadziła do innych wniosków. W niniejszej pracy będą rozpatrywane zróżnicowane parametry kształtu imperfekcji, dlatego też nie można a priori przyjąć, że jeden z wymienionych przymiarów posłuży do klasyfikacji wszystkich imperfekcji. Gdy zajdzie potrzeba klasyfikacji powłoki na podstawie rozkładu imperfekcji, każdy z tych przypadków będzie rozpatrywany z osobna.

### **4.3 Kształt imperfekcji reprezentatywnej**

Dokonując oceny jakości wykonania powłoki z użyciem przymiarów normowych wybieramy konkretne miejsca na powierzchni powłoki, które podejrzane są o wykazanie maksymalnych wartości odchyłek. W pierwszej kolejności należy zatem dokonać oceny ogólnej powłoki w celu identyfikacji tych miejsc. Z oczywistych względów ocenie jakościowej podlegają miejsca występowania spoin osiowych i obwodowych, jednak w powłoce mogą się znajdować deformacje będące efektem innego niezamierzonego działania. Po wstępnej ocenie stanu technicznego powłoki przechodzi się do pomiaru szczegółowego. Wybrane miejsca poddaje się osobnej ocenie, jednak ostatecznie o klasie powłoki decyduje pojedyncza imperfekcja o maksymalnej amplitudzie zmierzonej określonym przymiarem. Zakłada się zatem, że ten właśnie parametr pojedynczej imperfekcji ma decydujący wpływ na nośność całej powłoki. W niniejszej pracy ten postulat zostanie poddany weryfikacji przy użyciu zaproponowanego modelu imperfekcji. Oprócz amplitudy zostaną zbadane również inne parametry kształtu reprezentatywnej deformacji pod względem ich wpływu na nośność powłoki walcowej.

Sprawdzenie imperfekcji przy pomocy przymiaru o długości  $l_{gx}$  ma na celu weryfikację możliwości powstania określonego mechanizmu zniszczenia w powłoce, dlatego też jego wymiar jest zbliżony do długości osiowosymetrycznej fali wyboczeniowej. W literaturze można znaleźć wiele odniesień mówiących o znaczącym wpływie imperfekcji osiowosymetrycznych w powłoce. W rzeczywistych powłokach można zauważyć tego typu imperfekcje przy spoinach obwodowych, jednak nie należy zapominać o wgniecieniach

lokalnych, ponieważ te mogą decydować o ostatecznej klasyfikacji powłoki. W niniejszej pracy badany będzie wpływ lokalnych wgnieceń na nośność powłoki walcowej.

Obliczenia numeryczne zostaną przeprowadzone w pierwszej kolejności dla powłok, w których występuje pojedyncza imperfekcja symulująca lokalne wgniecenie. Jest to sytuacja wyidealizowana, jednak jak wcześniej wspomniano klasyfikacji powłoki dokonuje się na podstawie pojedynczej imperfekcji o największej amplitudzie względem przymiaru. Jest to pewnego rodzaju uproszczenie, ponieważ deformacje cechują też inne parametry, które dokładniej opisują jej wygląd. Jednym z nich jest parametr kształtu  $\gamma$ , który można znaleźć we wzorze 4.5a. W celu sprawdzenia jego wpływu dla szeregu imperfekcji reprezentatywnych zastosowano trzy jego wartości  $\gamma \in [0; 0,5; 1]$ . Pierwsza wartość ma dać możliwość symulacji rozkładu Weld Type A Rottera i Tenga, natomiast druga pochodzi z pomiarów na powłokach rzeczywistych wykonanych przez Berrego i in. Kolejnym badanym parametrem jest amplituda imperfekcji. Dla każdego rozpatrywanego kształtu zostaną wyrysowane krzywe wpływu imperfekcji, które dadzą odpowiedź na pytanie, które deformacje najbardziej obniżają nośność powłoki przy wzroście ich amplitudy. Amplituda imperfekcji zostanie odniesiona do grubości powłoki i wybrana spośród trzech wartości  $w_0/t \in [0,1; 1; 5]$ . Zostaną dodatkowo zbadane dwa parametry mające wpływ na długość imperfekcji w kierunku osiowym i obwodowym powłoki. Ich wpływ na rozkład funkcji imperfekcji opisany jest równaniem 4.5b. Parametr  $\kappa_\omega$  moduluje długość imperfekcji w kierunku osiowym, a parametr  $\kappa_\varphi$  w kierunku obwodowym. Oba parametry zostały przedstawione jako wielokrotności długości pół-fali wyboczeniowej zgodnie z konwencją zaczerpniętą z literatury. Dla każdego z kierunków parametry zostały dobrane z przedziału  $\kappa_\omega, \kappa_\varphi \in [0,001\lambda; 0,5\lambda; 1\lambda; 2\lambda; 4\lambda]$ . Dobre parametry pozwalają uzyskać konkretne długości obwodowe i osiowe imperfekcji, które są zbliżone lub przekraczają długości przymiarów geometrycznych  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$ . Niektóre z rozpatrywanych imperfekcji, gdyby zostały zaobserwowane w wykonanej powłoce spowodowałyby brak możliwości jej zakwalifikowania, a więc nie można również ocenić ich nośności przy użyciu normy projektowej EC. Rozpatrywane parametry kształtu imperfekcji zostały zestawione w tabeli 4-2.

Tabela 4-2 Zestawienie parametrów kształtu imperfekcji reprezentatywnej

No.	$\gamma$	$w_0/t$	$\kappa_\omega$	$\kappa_\varphi$
	[-]	[-]	[-]	[-]
1	0	0,1	4	0,001
2	0	0,1	2	0,001
3	0	0,1	1	0,001

Tabela 4-2 cd. Zestawienie parametrów kształtu imperfekcji reprezentatywnej

No.	$\gamma$ [-]	$w_0/t$ [-]	$\kappa_\omega$ [-]	$\kappa_\varphi$ [-]
4	0	0,1	0,5	0,001
5	0	0,1	4	0,5
6	0	0,1	2	0,5
7	0	0,1	4	1
8	0	0,1	1	0,5
9	0	0,1	2	1
10	0	0,1	4	2
11	0	0,1	0,5	0,5
12	0	0,1	1	1
13	0	0,1	2	2
14	0	0,1	4	4
15	0	0,1	0,001	1
16	0	0,1	0,5	1
17	0	0,1	1	2
18	0	0,1	2	4
19	0	0,1	0,001	2
20	0	0,1	0,5	2
21	0	0,1	1	4
22	0	0,1	0,001	4
23	0	0,1	0,001	0,5
24	0	0,1	0,5	4
25	0	0,5	4	0,001
26	0	0,5	2	0,001
27	0	0,5	1	0,001
28	0	0,5	0,5	0,001
29	0	0,5	4	0,5
30	0	0,5	2	0,5
31	0	0,5	4	1
32	0	0,5	1	0,5
33	0	0,5	2	1
34	0	0,5	4	2
35	0	0,5	0,001	0,001
36	0	0,5	0,5	0,5
37	0	0,5	1	1
38	0	0,5	2	2
39	0	0,5	4	4
40	0	0,5	0,001	1
41	0	0,5	0,5	1
42	0	0,5	1	2
43	0	0,5	2	4
44	0	0,5	0,001	2
45	0	0,5	0,5	2
46	0	0,5	1	4
47	0	0,5	0,001	4
48	0	0,5	0,001	0,5
49	0	0,5	0,5	4
50	0	1	4	0,001
51	0	1	2	0,001
52	0	1	1	0,001



Tabela 4-2 cd. Zestawienie parametrów kształtu imperfekcji reprezentatywnej

No.	$\gamma$ [-]	$w_0/t$ [-]	$\kappa_\omega$ [-]	$\kappa_\varphi$ [-]
53	0	1	0,5	0,001
54	0	1	4	0,5
55	0	1	2	0,5
56	0	1	4	1
57	0	1	1	0,5
58	0	1	2	1
59	0	1	4	2
60	0	1	0,001	0,001
61	0	1	0,5	0,5
62	0	1	1	1
63	0	1	2	2
64	0	1	4	4
65	0	1	0,001	1
66	0	1	0,5	1
67	0	1	1	2
68	0	1	2	4
69	0	1	0,001	2
70	0	1	0,5	2
71	0	1	1	4
72	0	1	0,001	4
73	0	1	0,001	0,5
74	0	1	0,5	4
75	0,5	0,1	4	0,001
76	0,5	0,1	2	0,001
77	0,5	0,1	1	0,001
78	0,5	0,1	0,5	0,001
79	0,5	0,1	4	0,5
80	0,5	0,1	2	0,5
81	0,5	0,1	4	1
82	0,5	0,1	1	0,5
83	0,5	0,1	2	1
84	0,5	0,1	4	2
85	0,5	0,1	0,001	0,001
86	0,5	0,1	0,5	0,5
87	0,5	0,1	1	1
88	0,5	0,1	2	2
89	0,5	0,1	4	4
90	0,5	0,1	0,001	1
91	0,5	0,1	0,5	1
92	0,5	0,1	1	2
93	0,5	0,1	2	4
94	0,5	0,1	0,001	2
95	0,5	0,1	0,5	2
96	0,5	0,1	1	4
97	0,5	0,1	0,001	4
98	0,5	0,1	0,001	0,5
99	0,5	0,1	0,5	4
100	0,5	0,5	4	0,001
101	0,5	0,5	2	0,001

Tabela 4-2 cd. Zestawienie parametrów kształtu imperfekcji reprezentatywnej

No.	$\gamma$ [-]	$w_0/t$ [-]	$\kappa_\omega$ [-]	$\kappa_\varphi$ [-]
102	0,5	0,5	1	0,001
103	0,5	0,5	0,5	0,001
104	0,5	0,5	4	0,5
105	0,5	0,5	2	0,5
106	0,5	0,5	4	1
107	0,5	0,5	1	0,5
108	0,5	0,5	2	1
109	0,5	0,5	4	2
110	0,5	0,5	0,001	0,001
111	0,5	0,5	0,5	0,5
112	0,5	0,5	1	1
113	0,5	0,5	2	2
114	0,5	0,5	4	4
115	0,5	0,5	0,001	1
116	0,5	0,5	0,5	1
117	0,5	0,5	1	2
118	0,5	0,5	2	4
119	0,5	0,5	0,001	2
120	0,5	0,5	0,5	2
121	0,5	0,5	1	4
122	0,5	0,5	0,001	4
123	0,5	0,5	0,001	0,5
124	0,5	0,5	0,5	4
125	0,5	1	4	0,001
126	0	0,1	0,001	0,001
127	0,5	1	2	0,001
128	0,5	1	1	0,001
129	0,5	1	0,5	0,001
130	0,5	1	4	0,5
131	0,5	1	2	0,5
132	0,5	1	4	1
133	0,5	1	1	0,5
134	0,5	1	2	1
135	0,5	1	4	2
136	0,5	1	0,001	0,001
137	0,5	1	0,5	0,5
138	0,5	1	1	1
139	0,5	1	2	2
140	0,5	1	4	4
141	0,5	1	0,001	1
142	0,5	1	0,5	1
143	0,5	1	1	2
144	0,5	1	2	4
145	0,5	1	0,001	2
146	0,5	1	0,5	2
147	0,5	1	1	4
148	0,5	1	0,001	4
149	0,5	1	0,001	0,5
150	0,5	1	0,5	4

Tabela 4-2 cd. Zestawienie parametrów kształtu imperfekcji reprezentatywnej

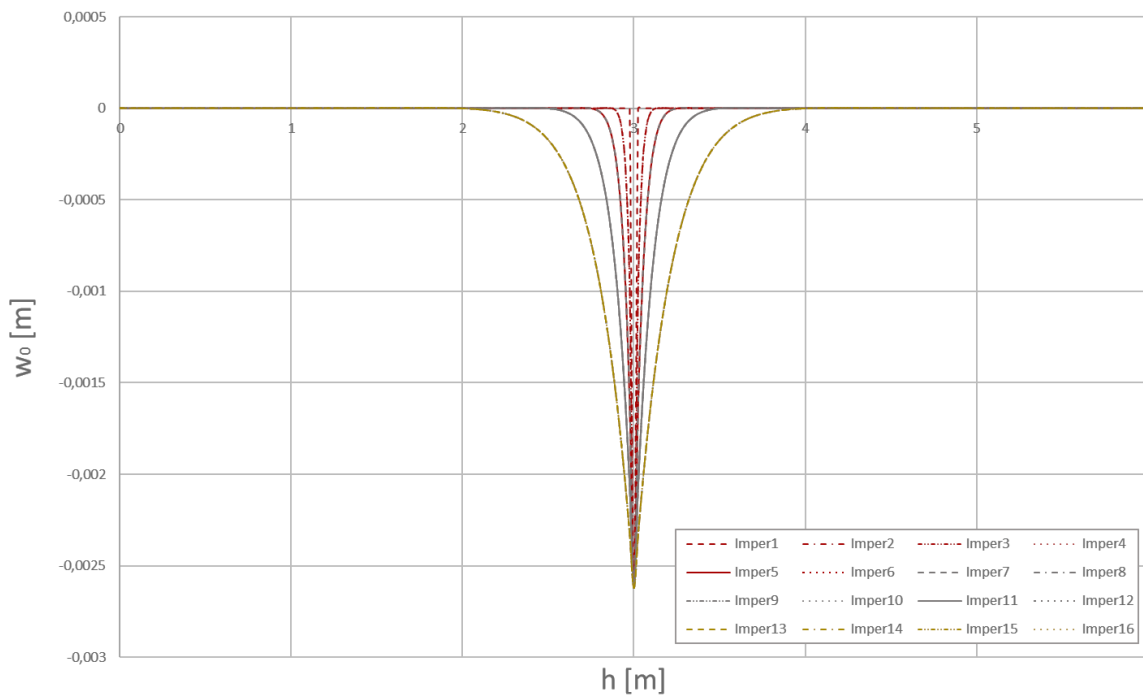
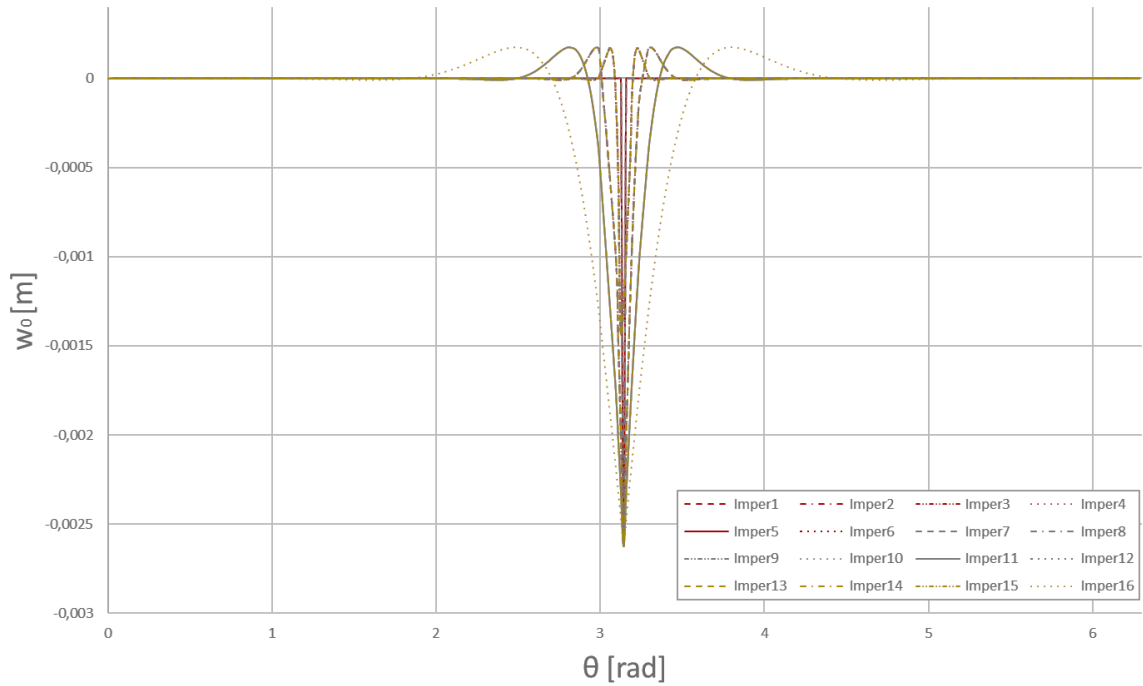
No.	$\gamma$ [-]	$w_0/t$ [-]	$\kappa_\omega$ [-]	$\kappa_\varphi$ [-]
151	1	0,1	4	0,001
152	1	0,1	2	0,001
153	1	0,1	1	0,001
154	1	0,1	0,5	0,001
155	1	0,1	4	0,5
156	1	0,1	2	0,5
157	1	0,1	4	1
158	1	0,1	1	0,5
159	1	0,1	2	1
160	1	0,1	4	2
161	1	0,1	0,001	0,001
162	1	0,1	0,5	0,5
163	1	0,1	1	1
164	1	0,1	2	2
165	1	0,1	4	4
166	1	0,1	0,001	1
167	1	0,1	0,5	1
168	1	0,1	1	2
169	1	0,1	2	4
170	1	0,1	0,001	2
171	1	0,1	0,5	2
172	1	0,1	1	4
173	1	0,1	0,001	4
174	1	0,1	0,001	0,5
175	1	0,1	0,5	4
176	1	0,5	4	0,001
177	1	0,5	2	0,001
178	1	0,5	1	0,001
179	1	0,5	0,5	0,001
180	1	0,5	4	0,5
181	1	0,5	2	0,5
182	1	0,5	4	1
183	1	0,5	1	0,5
184	1	0,5	2	1
185	1	0,5	4	2
186	1	0,5	0,001	0,001
187	1	0,5	0,5	0,5
188	1	0,5	1	1
189	1	0,5	2	2
190	1	0,5	4	4
191	1	0,5	0,001	1
192	1	0,5	0,5	1
193	1	0,5	1	2
194	1	0,5	2	4
195	1	0,5	0,001	2
196	1	0,5	0,5	2
197	1	0,5	1	4
198	1	0,5	0,001	4

Tabela 4-2 cd. Zestawienie parametrów kształtu imperfekcji reprezentatywnej

No.	$\gamma$ [-]	$w_0/t$ [-]	$\kappa_\omega$ [-]	$\kappa_\varphi$ [-]
199	1	0,5	0,001	0,5
200	1	0,5	0,5	4
201	1	1	4	0,001
202	1	1	2	0,001
203	1	1	1	0,001
204	1	1	0,5	0,001
205	1	1	4	0,5
206	1	1	2	0,5
207	1	1	4	1
208	1	1	1	0,5
209	1	1	2	1
210	1	1	4	2
211	1	1	0,001	0,001
212	1	1	0,5	0,5
213	1	1	1	1
214	1	1	2	2
215	1	1	4	4
216	1	1	0,001	1
217	1	1	0,5	1
218	1	1	1	2
219	1	1	2	4
220	1	1	0,001	2
221	1	1	0,5	2
222	1	1	1	4
223	1	1	0,001	4
224	1	1	0,001	0,5
225	1	1	0,5	4

Dla pierwszych 16 imperfekcji zaprezentowano ich przekroje: obwodowy i osiowy na rysunku 4-5. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że nie można utożsamiać amplitudy imperfekcji dla zaprezentowanych kształtów imperfekcji z amplitudą imperfekcji w rozumieniu normy EC. Dla zestawionych imperfekcji amplituda wgłębienia jest mierzona względem powierzchni środkowej powłoki. W Eurokodzie [N1] można znaleźć zapis, który mówi, że amplituda przyjętej zastępczej imperfekcji geometrycznej podlega takim samym pomiarom jak deformacje zaobserwowane w powłokach wykonanych. Te zasady zostały przedstawione na rysunku 2-20. Oznacza to, że ich amplituda jest ustalana względem odpowiednich przymiarów przedstawionych w normie PN-EN 1993-1-6 [N1], a nie względem powierzchni środkowej powłoki. Maksymalne wartości odchyłki zastępczej od kształtu idealnego wyznacza się na podstawie wzorów analogicznych do (2.23). Interpretacja kształtów zestawionych imperfekcji będzie tematem dyskusji w późniejszych podrozdziałach tej pracy.

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*



Rys. 4-5 Zestawienie przekrojów imperfekcji uzyskanych na podstawie parametrów przyjętych z tabeli 3-2

#### **4.4 Zastosowanie metod numerycznych do oceny nośności powłoki cylindrycznej ściskanej osiowo**

Powszechny dostęp do programów numerycznych bazujących na metodzie elementów skończonych (MES) sprawił, że stały się one podstawowym narzędziem do badania zachowania konstrukcji pod obciążeniem. Zastosowane w nich zaawansowane algorytmy nieliniowe umożliwiają badanie stabilności powłok bez konieczności prowadzenia żmudnych obliczeń z zastosowaniem skomplikowanych i niejednokrotnie nieprzejrzyistych operacji matematycznych. Szybki dostęp do modelowania poprzez intuicyjny interfejs użytkownika i możliwość weryfikacji wyników pod wieloma warunkami sprawiły, że programy numeryczne wyparły w znacznym stopniu obliczenia analityczne, jako narzędzie do prowadzenia badań nad stabilnością powłok. Norma PN-EN 1993-1-6 [N1] przewiduje zastosowanie liniowych i nieliniowych analiz numerycznych do projektowania konstrukcji powłokowych, co również świadczy o popularności obliczeń MES nie tylko w środowisku naukowym ale i inżynierskim. Na rynku dostępnych jest wiele programów komputerowych, które dają możliwość weryfikacji stateczności konstrukcji powłokowych, z których do najbardziej popularnych należą: ABAQUS, ANSYS, ADINA, RFEM i Nastran. Ostatni z wymienionych – Nastran z silnikiem graficznym Siemens Femap zostanie użyty do przeprowadzenia badań numerycznych w tej pracy. Nastran został stworzony na potrzeby projektu NASA w latach 60-tych i jego powstanie w formie komercyjnej zawdzięczamy firmie MacNeal-Schwendler Corporation [129]. Femap nie jest jedynym programem, który korzysta z Nastrana jako silnika obliczeniowego MES. Alternatywę stanowią takie programy jak: Simcenter Nastran (wcześniej zany pod nazwą NX Nastran), NEi Nastran, NASTRAN-xMG, czy MSC Nastran. Na przestrzeni swojego istnienia Nastran był rozbudowywany o dodatkowe moduły, które zwiększały jego możliwości obliczeniowe poprzez uwzględnianie na przykład nieliniowych związków geometrycznych i materiałowych, które będą wykorzystywane w późniejszej części tej pracy.

W przypadku modelowania zagadnienia przy pomocy Metody Elementów Skończonych należy pamiętać o wielu parametrach, które wpływają na końcowy wynik rozpatrywanego zadania. Najczęstszym błędem jest niedokładne przyjrzenie się fizyce danego zjawiska, a skupienie się jedynie na zamodelowaniu właściwej geometrii. Tego rodzaju zaniedbań można się wystrzec wnikliwie studiując podręcznik użytkownika danego programu korzystającego z MES. Dla programu Femap Nastran istnieje odpowiednia dokumentacja pozwalająca zrozumieć podstawy fizyczne zadawanych parametrów w modelu, co wpływa na dokładną jego kalibrację.

#### **4.4.1 Dobór rodzaju elementów skończonych ze względu na parametry fizyczne modelu**

Przyjęcie odpowiednich parametrów fizycznych modelu MES jest kluczowe przy rozwiązywaniu zagadnień naukowych i inżynierskich z wykorzystaniem tej metody. Często zaniechaniem jest skupienie się nad wiernym odzwierciedleniem geometrii elementu lub konstrukcji, zaniehbując przy tym odpowiedniego podejścia do modelowania ich własności, które stanowią istotę zjawiska. Programy numeryczne dostępne na rynku mają bardzo szerokie spektrum zastosowania. Użytkowników tych programów może jedynie zniechęcać fakt, że instrukcje obsługi dla nich stworzone są bardzo obszerne. Niestety bez wnikliwego podejścia do tej lektury nie ma się pełnej kontroli nad rozwiązaniem przedstawionym przez program, a wbudowana analiza błędów nie ostrzegają użytkownika przed niepoprawnym wprowadzeniem właściwości materiału czy niewłaściwym zamodelowaniu warunków podparcia chyba, że prowadzą do niestabilności modelu. Jedynym sposobem, żeby sprawdzić czy zadany model może być adekwatny do zbadania danego zjawiska jest jego kalibracja.

Podstawową jednostką, która pozwala na dyskretyzację modelu jest element skończony, który w zależności od wybranego programu numerycznego może posiadać swoją indywidualną specyfikę. W programie Nastran dostępne są następujące typy elementów skończonych, które mogą posłużyć do analizy stateczności powłoki cylindrycznej: CTRIA3, CTRIA6, CTRIAR, CQUAD4, CQUAD8, CQUADR. Trzy pierwsze spośród wymienionych rodzajów elementów są elementami typu trójkątnego, a trzy kolejne elementami prostokątnymi. Dla większości zagadnień inżynierskich, zdaniem twórców programu NX Nastran, należy stosować elementy prostokątne, gdyż elementy trójkątne ze względu na swoją geometrię mogą prowadzić do nadmiernej sztywności konstrukcji. Elementy trójkątne powinny być stosowane w miejscach, gdzie prostokątna dyskretyzacja jest niemożliwa. W przypadku powierzchni cylindrycznej nie ma przeciwwskazań dla dyskretyzacji powierzchni przy pomocy jedynie elementów prostokątnych. Najbardziej uniwersalnym elementem spośród powyższych jest element z czterema węzłami CQUAD4, który jest również domyślnym elementem stosowanym przy ustawieniach automatycznych. Element CQUAD8 jest skonstruowany na podstawie elementu CQUAD4 z tą różnicą, że pomiędzy elementami narożnymi w środku każdego boku prostokąta wprowadzony jest dodatkowy węzeł. Element CQUADR jest elementem prostokątnym, który posiada dodatkowy stopień swobody obrotu związany z osią prostopadłą do elementu.

Zdaniem producenta programu, element CQUAD4 pozwala na szybsze osiągnięcie zbieżności zagadnienia niż przy zastosowaniu elementu CQUAD8, gdy modelowana jest powierzchnia

posiadająca podwójną krzywiznę, jak na przykład czasze kuliste. Z kolei dla powłok posiadających jedną krzywiznę, jak walce otrzymuje się szybszą zbieżność przy zastosowaniu elementów CQUAD4. Elementy typu CQUADR powinny być stosowane gdy spodziewamy się w konstrukcji znacznych odkształceń, które zaburzają stan błonowy w powłoce. Różnica pomiędzy elementami typu CQUAD4, a CQUADR jest niewielka i stanowi ją jedynie dodatkowy stopień swobody rotacji w elemencie CQUADR. Każdy z elementów prostokątnych posiada swoją specyfikę, która sprawia, że przy jego zastosowaniu w rozwiązywaniu określonego zagadnienia można otrzymać poprawne wyniki w krótszym czasie obliczeń. Dla wybranych elementów przeprowadzono szereg obliczeń wstępnych, które mają na celu kalibrację modelu obliczeniowego. Punktem odniesienia jest klasyczna forma wyboczenia sprężystego powłoki cylindrycznej. Takie rozwiązanie w obliczeniach numerycznych MES jest uzyskane w liniowo-sprężystej analizie wyboczeniowej (LBA).

Przy doborze właściwych elementów skończonych należy zastanowić się również jaki model materiału zostanie przyjęty do obliczeń. Rozpatrywana powłoka cylindryczna jest wykonana ze stali, co znaczy, że mogą zostać dla niej zastosowane równania konstytutywne jak dla materiału izotropowego, idealnie sprężystego zgodnie z równaniem (4.7):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 \\ \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ u_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Tego rodzaju materiał w programie NX Nastran jest oznaczony symbolem MAT1 i do jego zdefiniowania wystarczą dwa parametry:

- Moduł Younga, dla stali przyjęty  $E = 210 \text{ kPa}$ ,
- Moduł Poissona, dla stali przyjęty  $\nu = 0.3$ .

Moduł Kirchoffa jest parametrem opcjonalnym, jak widać w równaniu (4.7), jednak po jego podaniu model zostanie poddany dodatkowej weryfikacji, która sprawdzi czy równania konstytutywne są zaspokojone. Jest to newralgiczny punkt w definicji parametrów fizycznych modelu, gdyż w zależności od przyjętego elementu skończonego program Femap Nastran może nie zwrócić ostrzeżenia o niezaspokojonym równaniu dla materiału izotropowego i przejść bezpośrednio do tworzenia macierzy sztywności.



MAT1 jest podstawowym i najczęściej stosowanym modelem materiału w programie NX Nastran. Należy tutaj wspomnieć, że istnieje bardzo dużo możliwości definiowania materiałów w tym pakiecie komercyjnym, które pozwalają na odzwierciedlenie takich zjawisk jak przewodzenie temperatury czy pełzanie. W kontekście tej pracy warty uwagi jest również model materiału MATS1, który pozwala na dodatkowe wprowadzenie zależności naprężenie-odkształcenie. Daje to możliwość odzwierciedlenia plastyczności materiału w bardzo szeroki sposób, nawet poprzez wprowadzenie zależności otrzymanej z badań na próbkach laboratoryjnych. Jednak na potrzeby analizy MNA, MNIA, GMNIA najczęściej stosowany jest biliniowy model teoretyczny.

Dobór elementu skończonego i modelu materiału są ze sobą ściśle powiązane, gdyż nie każdy model materiału może być zastosowany do wszystkich elementów skończonych. Dla zagadnienia, w którym mamy do czynienia z powłoką cylindryczną i materiałem izotropowym nie ma takich ograniczeń, wszystkie elementy typu powłokowego są kompatybilne z modelem materiału MAT1. Ograniczenie może stanowić również typ nieliniowości, który zostanie uwzględniony na danym modelu. Możliwości zastosowania poszczególnych elementów skończonych zostały zestawione w tabeli 4-3. Symbolem „X” zostały oznaczone elementy, obsługujące dany typ analizy.

Tabela 4-3 Możliwości zastosowania elementów skończonych do zadanego typu analizy

Typ	Element	Analiza liniowa	Analiza nieliniowa				
			Nieliniowość materiałowa				Nieliniowość geometryczna
			Plastyczna	Nieliniowo sprężysta	Hiper plastyczna	Pełzanie	
2D	CQUAD4	X	X	X	X	X	X
	CQUAD8	X			X		
	CQUADR	X					

Elementy skończone typu CQUAD8 lub CQUADR mogą dawać lepszą zbieżność zagadnienia rozpatrywanego w analizie liniowo-sprężystej przy zastosowaniu mniejszej ilości elementów skończonych. Daje to możliwość rozpatrzenia większej ilości modeli w tym samym czasie obliczeń, co jest jednym z kluczowych czynników w analizie parametrycznej, gdzie rozpatrywane jest wiele modeli o zmiennych własnościach. W niniejszym opracowaniu jednak

obliczenia numeryczne nie będą ograniczone jedynie do analiz liniowo-sprężystych, co właściwie wyklucza zastosowanie elementów skończonych innych niż CQUAD4.

#### **4.4.2 Kalibracja modelu numerycznego w analizie LBA**

W celu przeprowadzenia kalibracji modelu numerycznego zadanej konstrukcji należy znaleźć punkt odniesienia, który pozwoli stwierdzić czy zadane parametry fizyczne modelu i dobrany typ analizy jest odpowiedni dla rozwiązania danego zagadnienia. W przypadku cienkiej powłoki cylindrycznej takim punktem odniesienia może być rozwiązanie znane z klasycznej teorii sprężystych naprężeń krytycznych. Zakłada ona występowanie idealnego stanu błonowego w powłoce, czyli brak efektów nieliniowych w fazie przed utratą stateczności. Dodatkowo powłoka musi być na tyle długa, aby wykluczyć ewentualny wpływ warunków brzegowych na występujący w powłoce stan naprężenia. Jako referencję dobrano powłokę o następującej geometrii:

- Promień  $R = 1.5$  m, wysokość  $H = 6.0$  m i grubość ścianki  $t = 0.003$  m,
- $H/R = 4$ ,
- $t/R = 1:500$ .

Powłoka została podparta zgodnie z warunkami oznaczonymi w PN-EN 1993-1-6 - BC2f [N1], opisanymi jako: radialnie nieprzesuwny, południkowo swobodny, obrotowo swobodny.

Zgodnie z teorią klasyczną naprężenia krytyczne w takiej powłoce można wyznaczyć ze wzoru (2.1):

$$\sigma_{cl} \approx 0.605 \frac{Et}{R} = 254.1 \text{ kPa.}$$

Ta wartość stanowi punkt wyjściowy dla dalszych obliczeń.

W ujęciu Metody Elementów Skończonych to rozwiązanie można otrzymać poprzez analizę zagadnienia własnego układu dyskretnego. W postaci ogólnej zagadnienie własne dla układu, w którym nie występuje tłumienie można zapisać następującym macierzowym równaniem ruchu:

$$M\ddot{q} + Kq = 0, \quad (4.8)$$

gdzie  $M$  jest macierzą mas,  $K$  jest macierzą sztywności,  $q$  jest nieznanym wektorem przemieszczeń. W powyższej formie rozwiązanie zagadnienia własnego jest nieefektywne i może prowadzić do znacznych rozbieżności przy wzroście rozmiarów macierzy [130], dlatego

należy dokonać jego standaryzacji. W tym celu przyjmuje się, że rozwiązanie układu równań jest w postaci 4-9 jak dla opisu drgań harmonicznycch:

$$q = q^0 \cdot e^{j\omega_0 t}, \quad (4.9)$$

gdzie  $q^0$  jest wektorem amplitudy przemieszczeń, a  $\omega_0$  jest częstością drgań własnych. Po podstawieniu tego rozwiązania do równania wyjściowego otrzymujemy:

$$(K - M\omega_0^2)q^0 = 0. \quad (4.10)$$

Dalsze przekształcenia polega na dekompozycji macierzy mas  $M$  na przykład metodą Choleskiego:

$$M = L_\Delta L_\Delta^T, \quad (4.11)$$

gdzie macierz  $L_\Delta$  jest macierzą dolnotrójkątną. Po podstawieniu do równania (4-10) i przekształceniu otrzymujemy równanie w postaci (4-12):

$$(L_\Delta^{-T} \cdot K \cdot L_\Delta^{-1} - I \cdot \omega_0^2) \cdot L_\Delta \cdot q^0 = 0. \quad (4.12)$$

Dla ułatwienia zapisu stosuje się podstawienie:

$$A = L_\Delta^{-T} \cdot K \cdot L_\Delta^{-1}, \quad (4.13a)$$

$$\lambda_l = \omega_0^2, \quad (4.13b)$$

$$x^0 = L_\Delta \cdot q^0. \quad (4.13c)$$

Ostatecznie zagadnienie własne w postaci ustandaryzowanej wyrażone jest wzorem:

$$(A - I \cdot \lambda_l)x^0 = 0. \quad (4.14)$$

W postaci ustandaryzowanej należy przeprowadzić transformację macierzy  $A$  do postaci tridiagonalnej. Historycznie algorytm prowadzący do tridiagonalnej macierzy nazywana jest algorytmem Lanczosa [131], jednak w swojej pierwotnej postaci kolejne kroki algorytmu prowadzą do akumulacji błędu, co jest szczególnie widoczne, gdy rozmiary wektora własnego są znaczne. W programie Nastran stosowany jest algorytm Givensa [132], który posiada znacznie poprawioną dokładność nawet przy zagadnieniach własnych dużych rozmiarów. Do ekstrakcji wartości własnych z tridiagonalnej macierzy  $A$  stosowany jest algorytm QR [133]. W ostatnim kroku wartości własne pochodzące z macierzy  $A$  zostają z powrotem przekształcone do swojej pierwotnej interpretacji fizycznej. Otrzymuje się zatem szereg wartości własnych uporządkowany w kolejności rosnącej:

$$0 \leq \lambda_{l,1} \leq \lambda_{l,2} \leq \dots \leq \lambda_{l,n-1} \leq \lambda_{l,n}. \quad (4.15)$$

W celu kalibracji modelu numerycznego wprowadzono zadaną geometrię do programu Femap Nastran zadając warunki brzegowe:

- na dolnej krawędzi: zablokowana translacja na kierunkach głównych, zwolniony obrót na kierunkach głównych,
- na górnej krawędzi: zablokowana translacja oprócz kierunku osiowego, zwolniony obrót na kierunkach głównych.

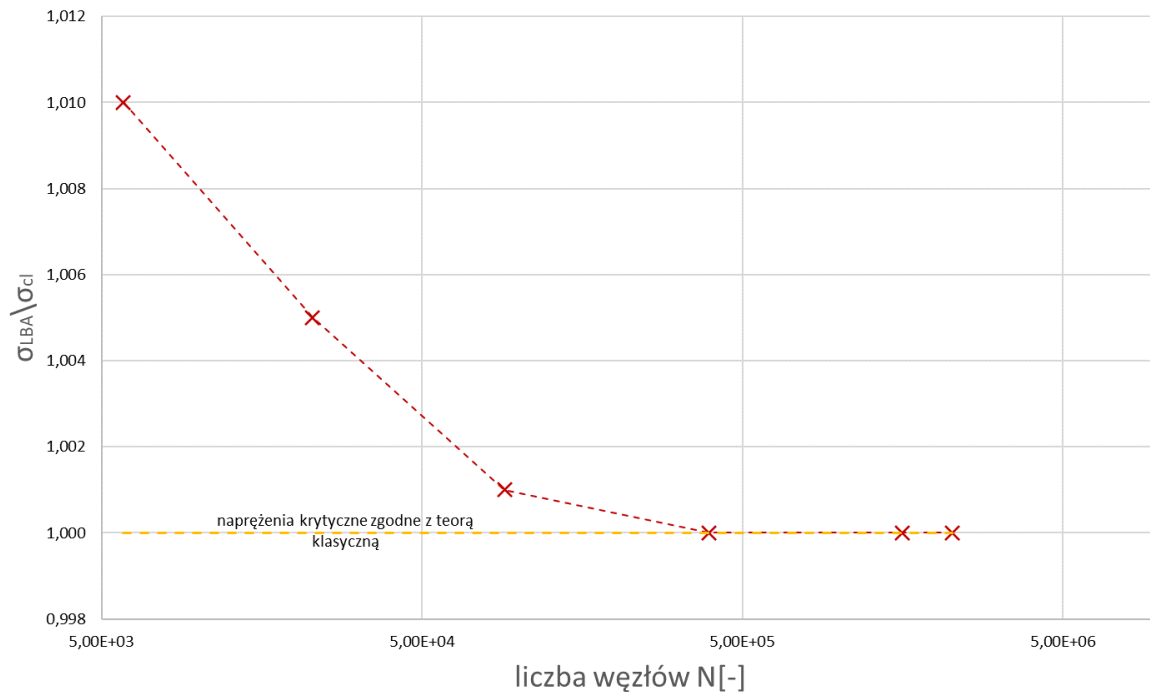
Zadano obciążenie równomiernie rozłożone na górnej krawędzi powłoki o wartości jednostkowej. Model poddano dyskretyzacji siatką elementów skończonych o 6 rozmiarach, które przedstawiono w tabeli 4-4.

Tabela 4-4 Wpływ rozmiaru siatki MES na uzyskane wartości naprężeń krytycznych w analizie LBA

No	rozmiar siatki	węzły	$\sigma_{LBA}$	$\sigma_{cl}$	$\sigma_{LBA}/\sigma_{cl}$
	[m]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
1	0,1	5856	256,74	254,20	1,010
2	0,05	22748	255,47	254,20	1,005
3	0,025	90616	254,45	254,20	1,001
4	0,012	392784	254,20	254,20	1,000
5	0,006	1573572	254,20	254,20	1,000
6	0,005	2262684	254,20	254,20	1,000

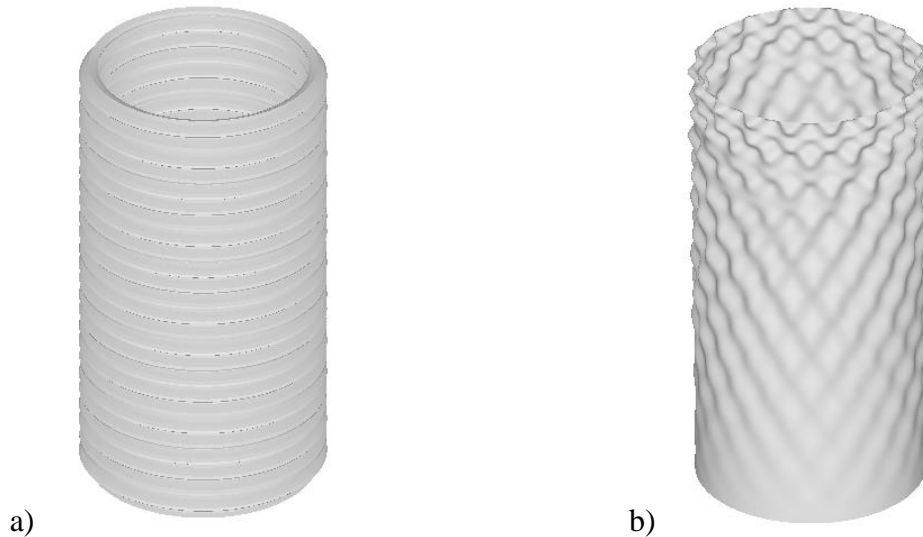
Zbieżność zagadnienia uzyskano „od góry” zgodnie z zasadą Rayleigha-Ritza [134]. To zjawisko można zaobserwować na rysunku 4-6, gdzie został wyrysowany wykres zbieżności zagadnienia w zależności od ilości węzłów siatki elementów skończonych. Zachowanie powłoki w fazie przed utratą stateczności jest całkowicie liniowe i nie występują w niej zaburzenia stanu błonowego, dlatego też nawet przy największym rozmiarze siatki uzyskano wynik odbiegający 1% od założonego. Można zatem wnioskować, że uzyskano poprawne rozwiązanie zagadnienia przy założonych parametrach fizycznych modelu. Dla każdego z rozmiarów siatki dokonano ekstrakcji 10 pierwszych form własnych. Zgodnie z równaniem (4.9), naprężenia krytyczne ułożone są w kolejności rosnącej. Dla rozmiaru siatki #1 pierwszych 10 form własnych uzyskano w przedziale 0,00101 zadanego obciążenia, natomiast dla siatkowania #6 w przedziale obciążenia 0,00038. Oznacza to, że wraz ze wzrostem ilości węzłów uzyskuje się większą ilość form własnych w mniejszym przedziale obciążenia krytycznego. Jest to zgodne z teorią klasyczną, gdyż przy wzroście dokładności rozwiązania

dla pierwszej wartości obciążenia krytycznego powinniśmy uzyskać potencjalnie nieskończoną ilość form własnych.



Rys. 4-6 Zbieżność sprężystego wyboczenia powłoki w analizie MES

Dokonano również jakościowej oceny uzyskanych form własnych. W przypadku siatki elementów skończonych #1 z tabeli 4-4 jako pierwszą uzyskano osiowosymetryczną formę utraty stateczności, którą przedstawiono na rysunku 3-7a. Forma ta nie ma gładkiego przebiegu i widać w niej podział na segmenty związany z dużym rozmiarem elementów skończonych. Wraz ze wzrostem ilości węzłów można zaobserwować stopniowe przejście pierwszej formy utraty stateczności z osiowosymetrycznej, jak na rysunku 4-7a, w nieosiowosymetryczną, jak na rysunku 4-7b. Zaprezentowana nieosiowosymetryczna forma utraty stateczności nie posiada równomiernego rozkładu na całej powierzchni powłoki. Można również zauważyć propagację fali wyboczeniowej od górnej krawędzi powłoki. Komplikacja ta wynika z warunków podparcia, które prowadzą do zaburzenia stanu błonowego powłoki w momencie jej utraty stateczności. W okolicy podparcia model powłoki posiada większą sztywność, co prowadzi do lokalnego przeszacowania wartości naprężeń. Potencjalnie przy dalszym wzroście ilości węzłów siatki można uzyskać dokładne rozwiązanie i poprawne formy utraty stateczności, jednak jest to nieuzasadnione ze względu na czas obliczeń i satysfakcjonującą zbieżność dla zadanego warunku.



Rys. 4-7 Pierwsza forma utraty stateczności powłoki dla: a) siatkowania #1 z tabeli 4-4  
i b) siatkowania #6 z tabeli 4-4

#### **4.5 Analiza GMNIA zadanej geometrii powłoki**

Z natury zjawiska występujące w konstrukcjach budowlanych mają charakter nieliniowy. Ich linearyzacja w analizie niektórych ustrojów nośnych wynika z pewnych uproszczeń, które w praktyce projektowej prowadzą w dalszym ciągu do rozwiązań w granicy dopuszczalnego błędu. Stateczność powłoki cylindrycznej należy jednak do grupy zagadnień nieliniowych, dla których taki zabieg powoduje znaczne rozbieżności w badaniach na modelu numerycznym i rzeczywistością. W celu odpowiedniej analizy tego zjawiska należy uprzednio zgromadzić zasób wiedzy poprzez badania eksperymentalne, obserwację istniejących konstrukcji, przestudiowanie rozwiązań klasycznych, czy sugerować się intuicją inżynierską związaną z dużym doświadczeniem praktycznym. Dobrym punktem wyjścia, który pozwoli lepiej zrozumieć fizykę zjawiska jest prosty model, który da ogólny obraz zachowania konstrukcji. Jeśli jest to możliwe należy skomplikowany układ konstrukcyjny w miarę możliwości rozbić na poszczególne moduły. Daje to większą kontrolę nad rozwiązaniem zagadnienia i jest bardziej ekonomiczne pod względem czasu obliczeń. W przypadku analizy nieliniowej czas obliczeń może być znaczącym czynnikiem, który spowoduje konieczność zmniejszenia modelu elementów skończonych, co wiąże się z redukcją dokładności rozwiązania. Wczesniejsze przemysłenie modelu pod względem miejsc, gdzie spodziewamy się największych deformacji lub znalezienie symetrii rozwiązania może spowodować, że uzyskamy dokładniejsze rozwiązanie w krótszym czasie. Posiadając pewną wiedzę o fizyce zjawiska można zidentyfikować typ nieliniowości, z którą mamy do czynienia w modelu. Głównymi typami

nieliniowości, z którymi można spotkać się w analizie cienkiej powłoki cylindrycznej są nieliniowość materiałowa i geometryczna. Nieliniowość materiałowa w konstrukcji jest identyfikowana przy znacznych wartościach naprężeń, bliskich naprężeniom plastycznym materiału. Nieliniowość geometryczna przejawia się w modelu numerycznym w postaci dużych rotacji elementów skończonych, które powodują duże deformacje. Można to stwierdzić w ocenie jakościowej modelu porównując geometrię wyjściową do deformacji pod obciążeniem. Jeśli w takiej ocenie stwierdzimy, że geometria wyjściowa znacznie różni się od zdeformowanej wpływem obciążenia, to może to świadczyć o konieczności rozpatrzenie wpływu nieliniowości geometrycznej na zachowanie konstrukcji. Nieliniowość geometryczna jest również związana ze zjawiskiem utraty stateczności modelu, gdzie można zauważyć gwałtowną deformację konstrukcji pod obciążeniem. Nie są to oczywiście jedyne typy nieliniowości jakie można zaobserwować w konstrukcjach budowlanych. Innymi przykładami zachowania nieliniowego są pełzanie, zmęczenie czy tarcie kontaktowe, te jednak nie będą poddawane analizie w poniższym przykładzie. Poniżej zostanie przedstawiona metoda rozwiązywania zagadnienia nieliniowości geometrycznej i materiałowej ciała stałego w ujęciu metody elementów skończonych.

Zgodnie z teorią mechaniki ciała stałego znajduje się ono w równowadze, gdy spełnione jest równanie (4.16) [135]:

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dx_{ij}} + b_i = 0, \quad (4.16)$$

gdzie  $\sigma_{ij}$  jest tensorem naprężenia,  $b_i$  jest tensorem sił masowych, i  $x_{ij}$  jest współrzędną w układzie globalnym. Równanie konstytutywne dla materiału idealnie sprężystego można zapisać w postaci:

$$\sigma_{ij} = K_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (4.17)$$

gdzie  $\varepsilon_{kl}$  jest tensorem odkształcenia, a  $K_{ijkl}$  jest macierzą sztywności. Dla małych odkształceń zachodzi relacja zgodności przemieszczeń zgodnie z równaniem (4.17):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{dq_i}{dx_j} + \frac{dq_j}{dx_i} \right), \quad (4.17)$$

gdzie  $q_i$  i  $q_j$  są przemieszczeniami względem odpowiednich współrzędnych. Ten układ równań musi być zaspokojony dla każdego dowolnego podobszaru ciała stałego. Głównie pozyskuje się z niego przemieszczenia poprzez uzupełnienie zadania warunkami brzegowymi, a w zagadnieniu niestacjonarnym warunkami początkowymi. W przypadku analizy nieliniowej

powyższe równania muszą być zaspokojone dla każdego zadanego kroku obliczeniowego. Nieliniowość materiałowa zadawana jest poprzez modyfikację równania konstytutywnego. Ten typ nieliniowości ma wpływ na relację naprężenie-odkształcenie i równania równowagi poprzez zmianę poziomu wytyżenia w trakcie trwania analizy.

Większość rozwiązań znanych z mechaniki ciała stałego uzyskano przy założeniu idealnej geometrii i linearyzacji powyższych równań. Nie jest to jednak właściwym założeniem dla każdego typu zadania, a w szczególności dla utraty stateczności powłoki. Można powiedzieć, że zagadnienie liniowo-sprężyste stanowi wyjątkowy przykład w mechanice ciała stałego, który bardzo rzadko znajduje swoje odzwierciedlenie w rzeczywistości.

W ujęciu elementów skończonych mamy do czynienia z dyskretyzacją ciągłego obszaru. W przypadku, gdy brany jest pod uwagę efekt nieliniowy, wtedy dyskretyzacja nie obejmuje jedynie ciała stałego, ale także czasu, obciążenia czy właściwości materiału. Krzywe opisujące te zjawiska zostają przybliżone odcinkami prostymi, gdzie różniczkowe równania równowagi mogą zostać zastąpione prostymi równaniami algebraicznymi. Ta prosta w swojej idei metoda wymaga jednak skomplikowanych algorytmów obliczeniowych, które wymagają dużej mocy obliczeniowej komputera. Na szczęście ogólnodostępne procesory doskonale radzą sobie z tego typu operacjami liniowymi. Istnieje też możliwość wspomaganie obliczeń przez kartę graficzną, która tak naprawdę również jest procesorem o innej architekturze.

W metodzie elementów skończonych energia zgromadzona przez ośrodek ciągły może być wyrażona wzorem (4.18):

$$\Pi = U - W, \quad (4.18)$$

gdzie  $U$  jest pracą sił wewnętrznych, a  $W$  jest pracą wykonaną przez siły zewnętrzne. W sformułowaniu wariacyjnym równania równowagi mogą zostać przekształcone do postaci (4.19):

$$d\Pi = 0 \quad \text{lub} \quad \frac{d\Pi}{d\{q\}} = 0. \quad (4.19)$$

Z równania tego wynika, że lokalnie energia ciała stałego w warunkach stacjonarnych musi być równa zero. W zagadnieniu trójwymiarowym z uwzględnieniem nieliniowości, warunek stacjonarności można zapisać w postaci (4.20):

$$\int_V \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} dV = \int_V b_i d\dot{q}_i dV + \int_V o_i d\dot{q}_i dS + \sum_i p_i d\dot{q}_i, \quad (4.20)$$



gdzie lewa strona równania pokazuje energię sił wewnętrznych, a prawa pracę sił zewnętrznych w sformułowaniu wariacyjnym, gdzie zostały ujęte siły objętościowe  $b_i$  (np. grawitacja), siły powierzchniowe  $o_i$  (np. parcie cieczy) i siły skupione  $p_i$ . Pozostaje zatem znalezienie funkcji wyrażających funkcjonal  $\Pi$ , które będą prowadziły do poprawnego rozwiązania dla każdego stanu  $\{q_i\}$  przy zadanych warunkach brzegowych. W metodzie elementów skończonych przyjmując założenie małych przemieszczeń z równania (4.20) uzyskujemy (4.21a):

$$\{F\}^e = \{P\}^e, \quad (4.21a)$$

gdzie:

$$\{F\}^e = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV \quad (4.21b)$$

i:

$$\{P\}^e = \int_V [N]^T \{b\} dV + \int_V [N_s]^T \{o\} dS + \{p\}, \quad (4.21c)$$

w którym  $[N_s]$  jest interpolacją powierzchniowych sił tarcia. W tym miejscu warto zauważyć, że równanie równowagi dla przyjętego kroku obciążenia przyjmuje postać (4.22):

$$\{\dot{F}\} = \int_V [B]^T \{\dot{\sigma}\} dV = \{\dot{P}\}, \quad (4.22)$$

gdzie  $\{\dot{\sigma}\}$  stanowi element naprężenia wynikający ze zgodności obrotów. Macierz sztywności elementów można uzyskać przez podstawienie równań konstytutywnych do równania (4.22).

$$\{\dot{\sigma}\} = [K]\{\dot{\varepsilon}\}, \quad (4.23)$$

gdzie:

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z; \tau_{xy}; \tau_{yz}; \tau_{zx}] \quad (4.24)$$

i  $[K]$  jest styczną macierzą materiałową. Siły w węzłach elementów mogą być wyrażone w postaci:

$$\{\dot{F}\}^e = \int_V [B]^T \{\dot{\sigma}\} dV = [K]^e \{\dot{u}\}, \quad (4.25)$$

gdzie sztywność elementu jest wyrażona wzorem:

$$[K]^e = \int_V [B]^T [K] [B] dV. \quad (4.26)$$

Przedstawiona macierz sztywności elementu w takiej postaci nie uwzględnia w sobie nieliniowych efektów materiałowych, które zostaną uwzględnione później. Macierz sztywności

w każdym kroku obliczeniowym zostaje zaktualizowana do postaci  $[K^d]$  na podstawie wstępnego stanu naprężenia wynikającego z kroku poprzedzającego.

Warunki równowagi muszą być zaspokojone w każdym kroku obliczeniowym dla całej historii obciążenia zewnętrznego. Globalne równania równowagi uzyskuje się dla agregacji układu dyskretnego:

$$\sum_m \int_V [B]^T \{\sigma\} dV = \sum_m \{P\}^e, \quad (4.27)$$

gdzie  $\sum_m$  wskazuje na sumę po wszystkich elementach. Dla kolejnych kroków obliczeniowych równanie to może zostać zastąpione postacią inkrementalną:

$$\sum_m \int_V [B]^T \{\sigma - \sigma^0\} dV = \{\Delta P\}, \quad (4.28)$$

gdzie:

$$\{\Delta P\} = \sum_m \{P\}^e - \sum_m \int_V [B]^T \{\sigma^0\} dV, \quad (4.29)$$

$\{\sigma^0\}$  należy interpretować jako stan naprężenia występujący w poprzedzającym kroku obliczeniowy. Przez zastosowanie kryterium zbieżności, dla każdego kroku obliczeniowego z równania równowagi tej postaci można otrzymać rozwiązanie z dowolną dokładnością.

Jednym z algorytmów rozwiązywania równań ruchu w zadaniu nieliniowym jest metoda Newtona-Raphsona [136,137]. Równania równowagi dla kolejnych kroków obliczeniowych nie są od razu zaspokojone, dlatego konieczne jest zastosowanie algorytmu iteracyjnego. Mając informację, że ciało stałe w każdym kolejnym położeniu ma znajdować się w stanie równowagi statycznej można zdefiniować funkcję błędu w postaci niezrównoważonej siły:

$$\{R_\Delta\}^i = \{P\}^i - \{F\}^i. \quad (4.30)$$

W metodzie Newtona-Raphsona w oryginalnej postaci układ równań liniowych dla kolejnych położений rozwiązywany jest metodą eliminacji Gaussa. Styczna macierz sztywności traktowana jest jako Jakobian wektora błędu zgodnie z równaniem (4.31a):

$$[K_T] \{\Delta u^i\} = \{R_\Delta^{i-1}\}, \quad (4.31a)$$

gdzie:

$$[K_T] = - \left[ \frac{dR_\Delta}{du} \right]_{u=u^i} = \left[ \frac{dF}{du} \right]_{u=u^i}, \quad (4.31b)$$

$$\{\Delta u^i\} = \{u^i\} - \{u^{i-1}\}, \quad (4.31c)$$

stąd:

$$\{R_{\Delta}^i\} = \{P\} - \{F(u^i)\}. \quad (4.31d)$$

Proces iteracyjny należy kontynuować do momentu, gdy błąd rozwiązania  $\{R_{\Delta}\}$  będzie dostatecznie mały, a przyrost przemieszczenia  $\{\Delta u\}$  będzie pomijalny, co jest istotne w kontekście stwierdzenia zbieżności zagadnienia.

Styczna macierz sztywności jest złożeniem sztywności geometrycznej i sztywności materiałowej, więc można ją zapisać wyrażeniem, w którym dokonano przekształcenia układu odniesienia (4.32):

$$[K_T] = \frac{d}{du} \int_V [B]^T \{\sigma\} dV = [K^m + K^d]. \quad (4.32)$$

Materiałową macierz sztywności można interpretować zgodnie z równaniem (4.26), w którym  $[K]$  jest styczną sztywnością materiałową. Sztywność geometryczną (różnicową), która wynika ze wstępnego stanu naprężenia, można zatem zapisać jako:

$$[K^d] = \int_V \left[ \frac{dB_N}{du} \right]^T \{\sigma\} dV = \int_V [G]^T [N] [G] dV, \quad (4.33)$$

gdzie  $[B_N]$  to macierz efektów drugiego rzędu wynikających z relacji naprężenie-odkształcenie,  $[G]$  zawiera pochodne funkcji kształtu i  $[N]$  jest funkcją stanu naprężenia.

Podstawowe kryterium zbieżności w procesie iteracyjnym Newtona-Raphsona w metodzie elementów skończonych zadaje się na podstawie wektora sił zrównoważenia. Dla liniowego sformułowania elementów skończonych wektor sił węzłowych wyrażony jest wzorem:

$$\{F\} = [K]\{u\}. \quad (4.34)$$

Wektor sił zrównoważenia można zatem zapisać jako:

$$\{C\} = \{F\} - [K]\{u\}. \quad (4.35)$$

Proces iteracyjny rozpoczyna się dla zadanych warunków początkowych:

$\{u^0\}$  = przemieszczenie uzyskane w poprzedzającym kroku iteracyjnym,

$$\{R_{\Delta}^0\} = P - F(u^0) = \{\Delta P\} + \{R_{\Delta e}\}, \quad (4.36a)$$

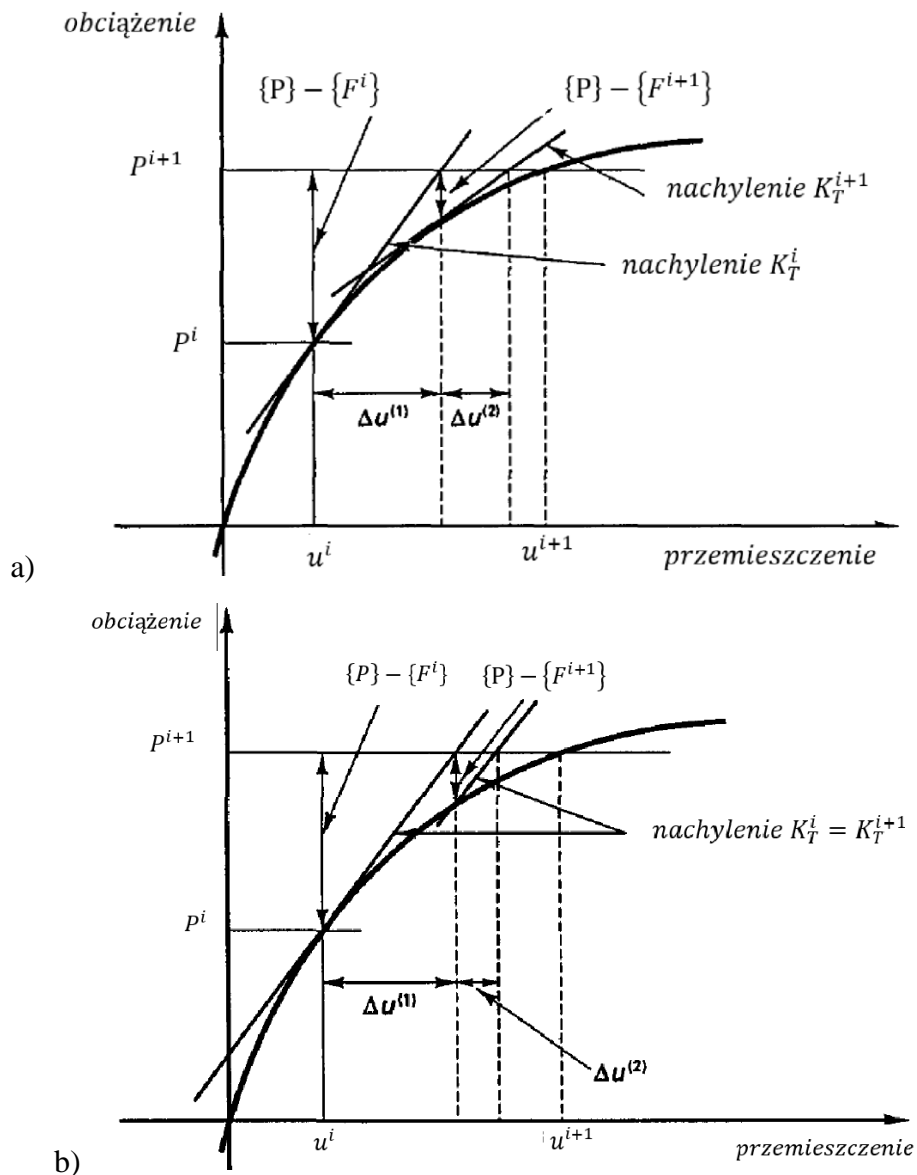
gdzie  $\{\Delta P\}$  jest wartością siły wynikającą z zadanego kroku obliczeniowego, a  $\{R_{\Delta e}\}$  jest kumulacją błędu z poprzednich kroków iteracyjnych. Kumulujący się błąd można zapisać zgodnie z równaniem:

$$\{R_{\Delta}^{i+1}\} = \{P\} - \{F^i\}. \quad (4.36b)$$

Błąd zostaje zatem przeniesiony do kolejnego kroku iteracyjnego.

Z praktycznego punktu widzenia aktualizacji stycznej macierzy sztywności i jej odwracanie przy każdej iteracji może zajmować sporo czasu obliczeniowego, dlatego powstała również modyfikacja dla metody Newtona-Raphsona (z ang. *modified Newton-Raphson*). Modyfikacja polega na ustaleniu stycznej macierzy sztywności jedynie dla warunków początkowych procesu iteracyjnego  $\{u^0\}$  i wykorzystanie jej bez aktualizowania dla całego procesu, do momentu uzyskania zbieżności w punkcie  $\{\Delta u^i\}$ . Graficzne przedstawienie metody Newtona-Raphsona i zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona można znaleźć na wykresie na rysunku 4-8.

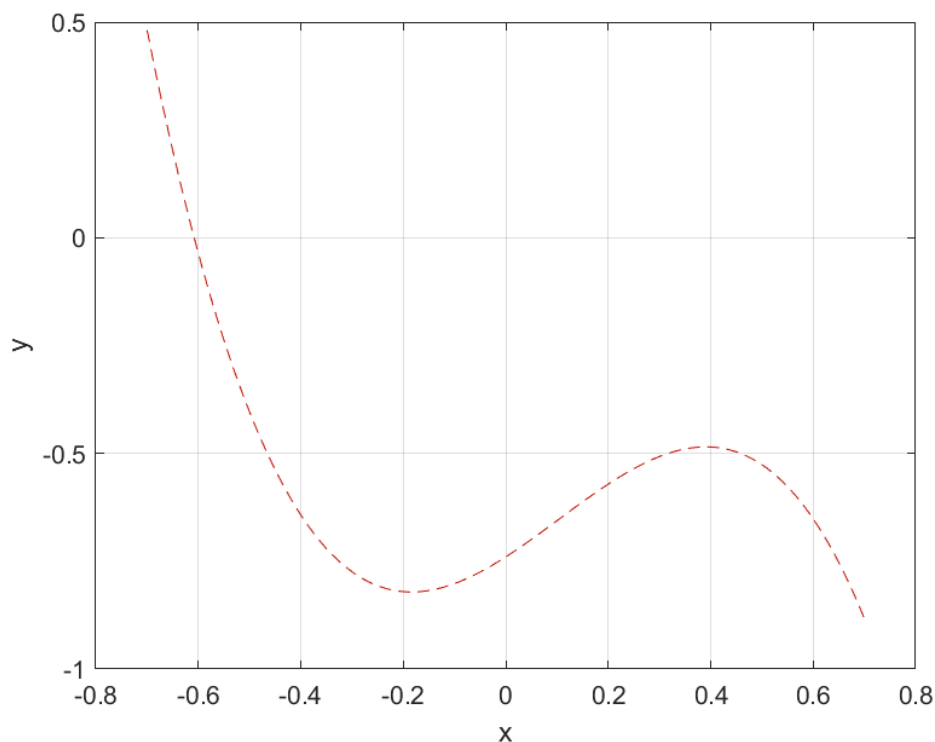
Podjęcie inkrementalne do równań równowagi daje ogromne możliwości zastosowania przy modelowaniu nieliniowych zjawisk. Podstawowy problem stanowi jednak dobór odpowiedniego algorytmu iteracyjnego, który pozwoli na uzyskanie poszukiwanego rozwiązania. Optymalizacja w postaci doboru kroku obciążenia w stosunku do ilości iteracji jest równie ważna, ze względu na dokładność uzyskanego rozwiązania i czas obliczeń. Proces iteracyjny i dobór kroku obliczeniowego są ze sobą w ścisłej relacji. Dobór relatywnie dużego kroku obciążenia wymaga zwiększenia ilości wymaganych iteracji, by uzyskać zbieżność. Zbyt mały krok obliczeniowy jest z kolei nieuzasadniony ekonomicznie, ponieważ przy dłuższym czasie obliczeń nie uzyskujemy dokładniejszego rozwiązania. Odpowiedni dobór parametrów analizy nieliniowej wynika z doświadczenia i wiedzy inżynierskiej na temat rozpatrywanego zagadnienia. Kierując się ogólną oceną, analiza zjawisk silnie nieliniowych powinna być rozpatrywana z dużą dokładnością obliczeniową, natomiast gdy spodziewamy się odpowiedzi liniowej konstrukcji, proces iteracyjny nie jest wymagany.



Rys. 4-8 Schemat iteracyjny a) metody Newtona-Raphsona b) zmodyfikowanej metody Newtona-Raphsona, źródło: [138]

### Przykład obliczeniowy 3

Rozpatrywana jest funkcja w postaci  $f(x) = -3,55x^3 + 1,1x^2 + 0,765x - 0,74$ , dla której należy znaleźć miejsce zerowe w okolicy  $x = 5/9$ . Pochodna funkcji ma postać:  $f'(x) = -10,65x^2 + 2,2x + 0,765$ . Funkcja została przedstawiona na rysunku 4-9.

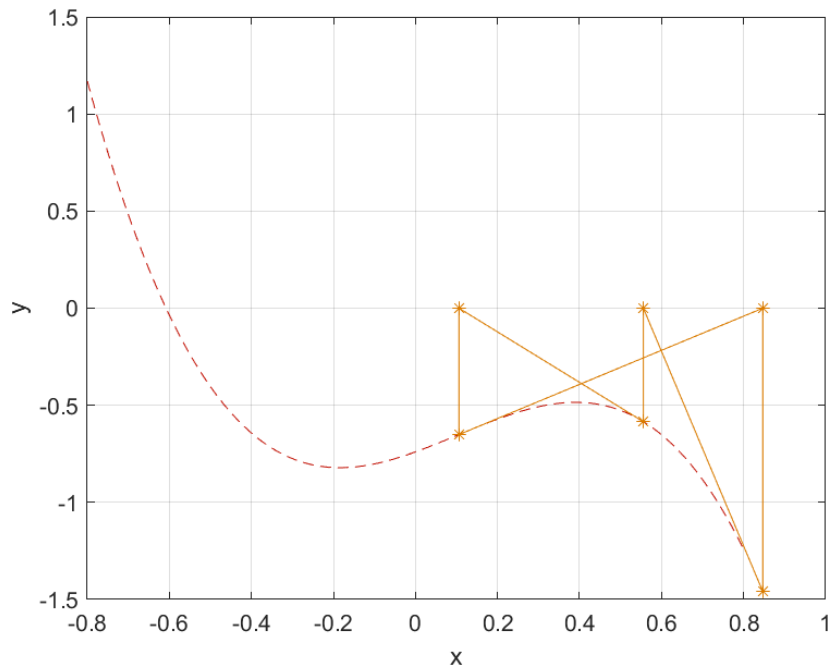


Rys. 4-9 wykres funkcji  $f(x)$  dla przykładu obliczeniowego 3

Postępując zgodnie z procesem iteracyjnym metody Newtona-Raphsona w kolejnych krokach obliczeniowych otrzymujemy:

$$\begin{aligned}x_0 &= 5/9, \\x_1 &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0,1061, \\x_2 &= x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0,8468, \\x_3 &= x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 0,5555, \\x_4 &= x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 0,1059, \\x_5 &= x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = 0,8467, \\x_6 &= x_5 - \frac{f(x_5)}{f'(x_5)} = 0,5554, \\x_7 &= x_6 - \frac{f(x_6)}{f'(x_6)} = 0,1065,\end{aligned}$$

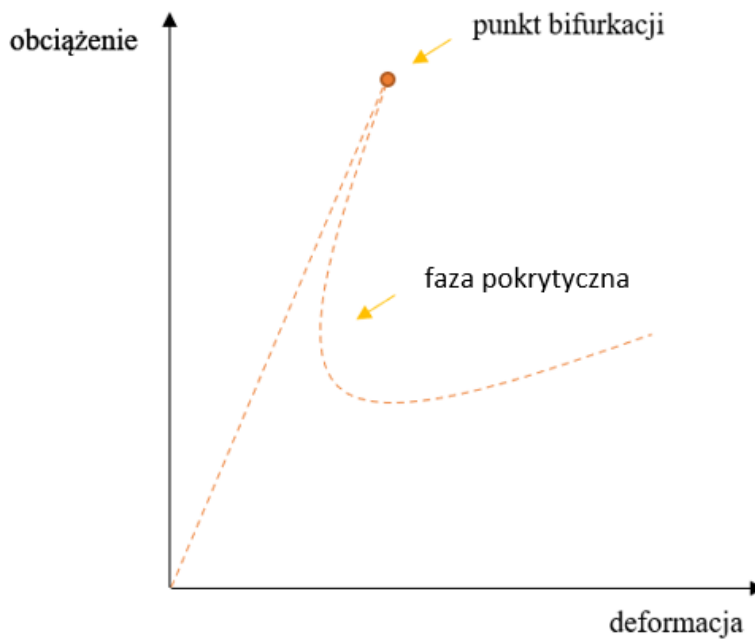
...



Rys. 4-10 Zastosowanie metody Newtona-Raphsona dla przykładu obliczeniowego 3

W zadanym przykładzie można zauważyć, że algorytm prowadzi do oscylacji wokół lokalnego ekstremum dla zadanej funkcji. Algorytm Newtona-Raphsona nie znajdzie również zbieżności w przypadku skomplikowanych przebiegów funkcji, w szczególności gdy występują w nich nieciągłości. Ważnym elementem analizy nieliniowej powłoki cylindrycznej jest możliwość uzyskania ścieżki równowagi statycznej do utraty stateczności przez konstrukcję. W tym momencie analizy macierz styczna jest osobliwa i stosując metodę Newtona-Raphsona nie znajdziemy zbieżności rozwiązania poza tym punktem. Nie można zatem zastosować tego algorytmu chcąc uzyskać ścieżkę pokrytyczną, która w analizie konstrukcji powłokowych dostarcza wielu informacji niezbędnych do rozpatrzenia. W niektórych algorytmach zastosowanych w programach obliczeniowych w metodzie Newtona-Raphsona nie jest możliwe również zdefiniowanie ujemnych wartości dla stycznej macierzy sztywności, a jest to wynik uzyskiwany jeśli w analizie zostało osiągnięte jedynie lokalne ekstremum.

Na rysunku 4-11 przedstawiona została przykładowa ścieżka równowagi statycznej dla powłoki idealnej. W rozpatrywaniu tego zagadnienia można zauważyć, że w pierwszej fazie obciążenia odpowiedź konstrukcji na obciążenie jest liniowa. Nie ma zatem wpływu na wynik jaki algorytm zostanie dobrany do analizy tej fazy. Można również przyjąć stosunkowo duży krok obciążenia uzyskując przy tym dokładne rozwiązanie.



Rys. 4-11 Przykładowa ścieżka równowagi statycznej powłoki, źródło: PN-EN 1993-1-6 [N1]

W okolicy lokalnego ekstremum, jakim jest punkt bifurkacji, należy dobrać odpowiednio mały krok obciążenia w celu uzyskania zbieżności. W punkcie bifurkacji styczna macierz sztywności jest osobliwa i aby uzyskać dalszy przebieg ścieżki równowagi statycznej w fazie po-krytycznej konieczne jest zastosowanie odpowiedniego algorytmu obliczeniowego. Chcąc uzyskać ścieżkę równowagi statycznej jak na rysunku 4-11 nie można użyć metod Newtonowskich sterowanych obciążeniem z wielu względów, co pokazano chociażby w przykładzie obliczeniowym. Należy zastosować jedną z metod przyrostowo-iteracyjnych sterowanych parametrem ścieżki. Jednym z takich algorytmów jest algorytm Riksa [32], który należy do grupy metod sterowanych długością łuku (z ang. *Arc-Length Methods*). W tej metodzie równania równowagi zostają rozszerzone o dodatkowe równanie związane z funkcją więzów i jednocześnie przyrost parametru obciążenia na każdym kroku iteracyjnym traktuje się jako nową niewiadomą. W związku z tym, że zagadnienie zostaje rozszerzone o dodatkowe układy równań metody te zajmują więcej czasu obliczeniowego, ale są za to skuteczne w śledzeniu ścieżki równowagi statycznej w fazie po utracie stateczności.

Rozważając zatem ponownie wektor sił rezydualnych, jako błąd rozwiązania otrzymujemy:

$$R(u, \mu) = P(u, \mu) - F(u), \quad (4.37)$$

gdzie  $F$  jest wektorem sił wewnętrznych, a  $P$  jest wektorem sił zewnętrznych, który można zapisać w postaci:



$$P(u, \mu) = P_0 + \mu \Delta P, \quad (4.38)$$

gdzie  $P_0$  reprezentuje siłę na końcu poprzedzającego kroku obliczeniowego,  $\Delta P$  jest zadany krokem obciążenia dla rozpatrywanego procesu iteracyjnego, a  $\mu$  jest parametrem obciążenia przyjmującym zazwyczaj wartość z przedziału  $\mu \in (0,1)$ . Można w tym miejscu dokonać uproszczenia równania siły niezrównoważonej do postaci liniowego równania różniczkowego:

$$R(u + \Delta u, \mu + \Delta \mu) \cong R(u, \mu) + \frac{dR}{du} \Delta u + \frac{dR}{d\mu} \Delta \mu. \quad (4.39)$$

Dla stanu równowagi z równań (4.37) i (4.39) otrzymujemy:

$$R(u, \mu) + \frac{dP}{du} \Delta u - \frac{dF}{du} \Delta u + \frac{dP}{d\mu} \Delta \mu = 0, \quad (4.40)$$

gdzie  $\left[\frac{dP}{du}\right]$  jest macierzą śledzącą,  $\left[\frac{dF}{du}\right]$  jest macierzą sztywności  $[K]$ , i  $\left[\frac{dP}{d\mu}\right] = \Delta P$ . Można zatem przekształcić to równanie do postaci, która zostanie wykorzystana w procesie iteracyjnym:

$$\left[K - \frac{dP}{du}\right] \Delta u = R(u, \mu) + \Delta \mu \Delta P, \quad (4.41)$$

w którym macierz śledząca może zostać pominięta. Rozdzielając to równanie można ustalić proces iteracyjny w postaci dwóch równań:

$$K \Delta u_R = R(u, \mu) \quad \text{i} \quad K \Delta u_p = \Delta P. \quad (4.42)$$

Próbne rozwiązanie uzyskuje się poprzez:

$$u^i = u^{i-1} + \Delta u, \quad (4.43)$$

w którym:

$$\Delta u = \Delta u_R + \Delta \mu \Delta u_p, \quad (4.44)$$

gdzie  $\Delta \mu$  można uzyskać z równań podparcia. W algorytmie Riksa krok przemieszczenia jest ograniczony przez równanie podparcia:

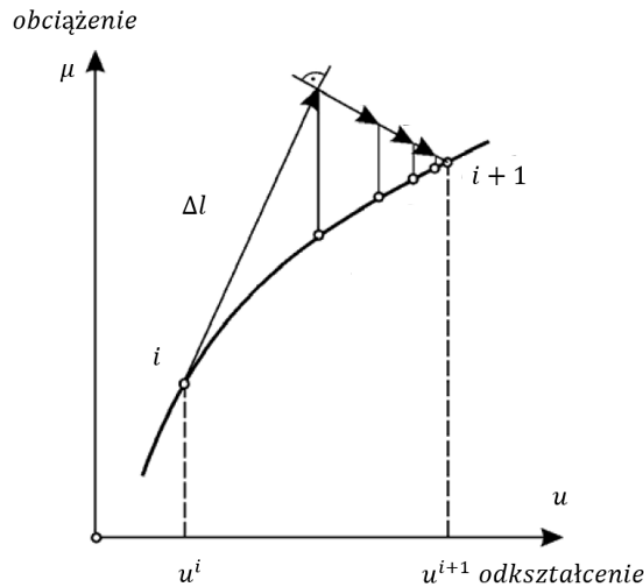
$$\{\Delta u^1\}^T \{\Delta u^1\} + (s_0 \Delta \mu^1)^2 = \Delta l^2, \quad (4.45)$$

gdzie  $s_0$  jest współczynnikiem skali zadany na początku obliczeń, a długość łuku  $\Delta l$  jest wyrażona wzorem:

$$\Delta l^2 = (\Delta \mu^1)^2 \left[ \{\Delta u_p^1\}^T \{\Delta u_p^1\} + s_0^2 \right].$$

Wartość początkowa  $\Delta \mu$  jest znana. W odróżnieniu do metody Newtona równanie (4.45) jest rozdzielone względem przemieszczenia i obciążenia. Zastosowanie współczynnika skali

pozwała na zdominowanie równania przez czynnik obciążenia, gdzie w skrajnym wypadku otrzymamy metodę Newtona. Jako domyślną wartość współczynnika skali przyjmuje się  $s_0 = 0$ , co pozwala na wyeliminowanie czynnika obciążenia. W takim wypadku proces iteracyjny postępuje w postaci płaszczyzn równoległych do pierwotnej stycznej, jak zostało to przedstawione na rysunku 4-12.

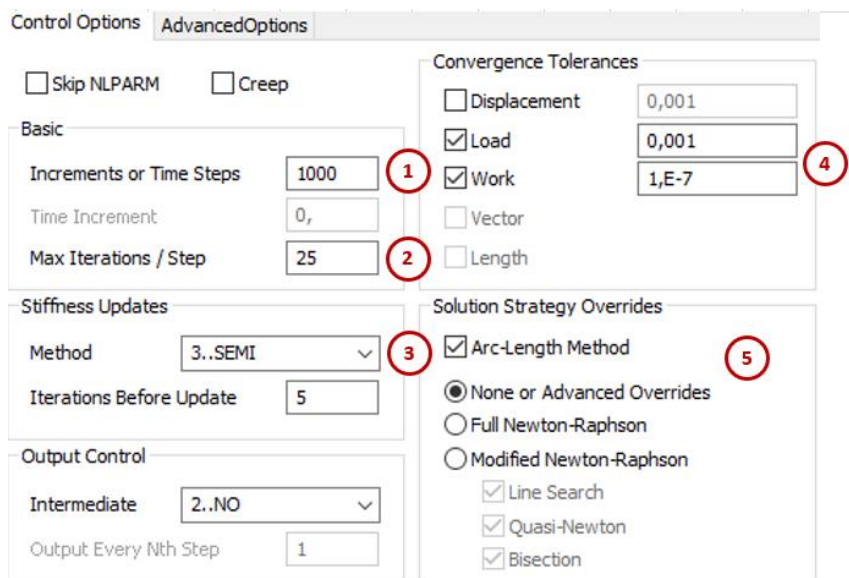


Rys. 4-12 Schemat iteracyjny metody Riksa, źródło: [138]

Alternatywnie płaszczyzna styczna może być aktualizowana przy każdym kroku iteracji. Mamy wtedy do czynienia z tzw. zmodyfikowanym algorytmem Riksa (z ang. *modified Riks Method*). Algorytm Riksa nie jest jedyną metodą iteracyjną sterowaną parametrem ścieżki. Do najbardziej popularnych należą metody: M. A. Crisfielda [31], E. Ramma [30], K. J. Bathe i E. N. Dvorkina [139], czy J. L. Batoza i G. Dhatta [140]. Zmodyfikowany algorytm Riksa będzie stosowany do śledzenia ścieżki równowagi statycznej przy rozpatrywaniu powłoki obciążonej i podpartej równomiernie, ponieważ jest on obsługiwany przez użyty do obliczeń program - NX Nastran. Alternatywę stanowi algorytm Crisfielda, jednak wymaga on większej mocy obliczeniowej ze względu na zastosowane równania kwadratowe. Jego implementacja w środowisku NX Nastran posiadała również pewne problemy ze zbieżnością [141]. Algorytm Riksa znajduje szerokie zastosowanie w śledzeniu ścieżki równowagi statycznej dla zagadnień utraty stateczności i uzyskane wyniki przy jego wykorzystaniu uznaje się za wiarygodne [142–146].

W programie NX Nastran przy definicji zagadnienia nieliniowego należy dobrać odpowiednie parametry analizy, które z jednej strony pozwolą na uzyskanie poprawnego wyniku, a z drugiej

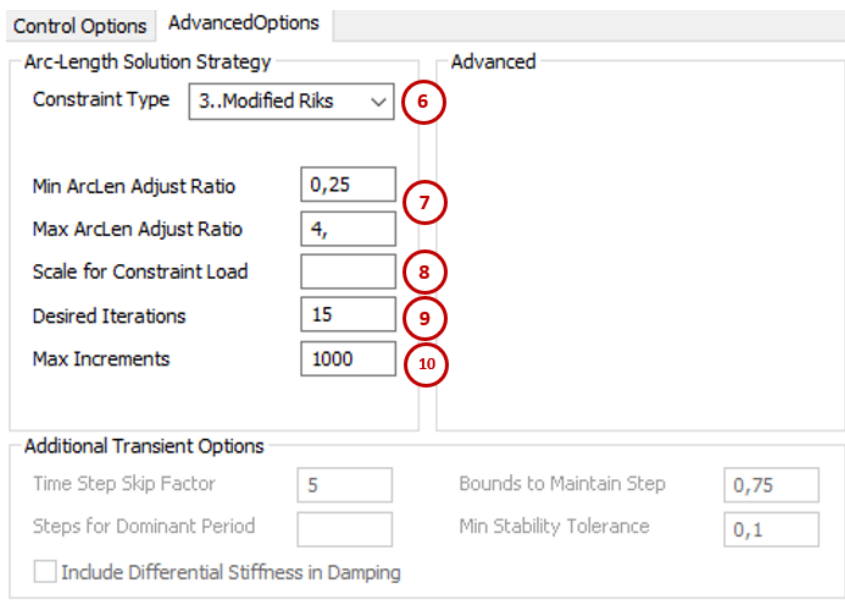
zredukują czas obliczeń. Parametry podzielone są na dwie grupy: ogólne parametry analizy nieliniowej i parametry zaawansowane dostępne przy zastosowaniu jednego z algorytmów sterowanych parametrem ścieżki. W pierwszej kolejności należy dobrać rozmiar kroku analizy nieliniowej (rys. 4-13 ad. 1). Całkowite obciążenie zadane w konkretnej analizie podzielone przez tę liczbę całkowitą da rozmiar kroku obciążenia w analizie nieliniowej. Jest on w relacji z liczbą koniecznych iteracji (rys. 4-13 ad. 2) do momentu uzyskania założonej zbieżności.



Rys. 4-13 Ogólne parametry analizy nieliniowej, źródło: NX Nastran

W zależności od rozmiaru dobranego kroku obciążenia i tego jak bardzo nieliniowego zachowania konstrukcji oczekujemy należy dobrać odpowiednią ilość iteracji. Można również podzielić zadanie na fazy w celu optymalizacji czasu obliczeń. W pierwszej fazie obciążenia konstrukcji powłokowej jej odpowiedź jest liniowa, można zatem dobrać duży krok obciążenia i pomimo tego uzyskać założoną zbieżność w kilku iteracjach. W programie NX Nastran możliwe jest zdefiniowanie przy ilu iteracjach algorytm ma dokonać aktualizacji macierzy sztywności z równania (4.42). Zalecaną metodą w podręczniku użytkownika jest metoda półautomatyczna. Przy każdej iteracji algorytm dokonuje estymacji czasu obliczeń potrzebnego do uzyskania zbieżności bez aktualizacji macierzy sztywności i porównuje go z czasem potrzebnym do zaktualizowania macierzy sztywności. Ta estymacja dokonywana jest na podstawie dwóch pierwszych kroków iteracyjnych, dla których zawsze następuje aktualizacja macierzy sztywności. Jeśli algorytm zaczyna uzyskiwać rozbieżne wyniki lub zauważy, że nie uzyska zbieżności przy założonym kroku obliczeniowym, automatycznie decyduje o aktualizacji macierzy. Dodatkowo w przypadku opcji pół-automatycznej można wymusić na

algorytmie maksymalną ilość iteracji bez aktualizacji (rys. 4-13 ad.3). Przy każdym kroku iteracyjnym NX Nastran przeprowadza test zbieżności zgodnie z zadanymi parametrami (rys. 4-13 ad.4). Możliwe jest niezależne zadanie warunków zbieżności przemieszczenia, obciążenia i energii układu. Aby uzyskać zbieżność w danym kroku obliczeniowym wszystkie z zadanych warunków muszą zostać spełnione. W przypadku wyboru innej metody rozwiązywania układów równań nieliniowych niż Newtonowska lub quasi-Newtonowska aktywowane zostają parametry specyficzne dla algorytmów sterowanych długością łuku (rys. 4-13 ad.5).



Rys. 4-14 Zaawansowane parametry analizy nieliniowej, źródło: NX Nastran

NX Nastran obsługuje trzy algorytmy sterowane długością łuku: Riksa, zmodyfikowany Riksa i Crisfielda (rys. 4-14 ad.6). Długość łuku jest dobierana automatycznie z przedziału (rys. 4-14 ad.7) na podstawie zależności:

$$\min ALR \leq \frac{\Delta l_{new}}{\Delta l_{old}} \leq \max ALR. \quad (4.46)$$

w którym  $\min ALR$  i  $\max ALR$  są zakresem, dla którego dobierana jest nowa wartość długości łuku z równania (4.45). Współczynnik skali (rys. 4-14 ad.8) domyślnie przyjmuje wartość 0, co pozwala wyeliminować czynnik obciążenia z równania (4.45), jak wspomniano wcześniej. Długość łuku powinna być nieustannie korygowana przez algorytm na podstawie informacji uzyskanych z poprzedzającego kroku obliczeniowego. Jeśli zbieżność wymaga zbyt dużej ilości iteracji, można dokonać redukcji długości łuku zgodnie z równaniem:

$$\Delta l_{new} = \sqrt{\frac{I_d}{I_{max}}} \Delta l_{old}, \quad (4.47)$$

gdzie  $I_d$  jest pożądaną ilością iteracji dla uzyskania określonej zbieżności (rys. 4-14 ad.9), a  $I_{max}$  jest ilością iteracji koniecznych do uzyskania zbieżności w kroku poprzedzającym. Ostatnim parametrem analizy jest maksymalna ilość zadanych kroków obliczeniowych (rys. 4-14 ad.10). W przypadku powłoki w momencie utraty stateczności konstrukcja nie powraca na ścieżkę, która pozwoli na dokończenie analizy rozumianej jako zadanie pełnego obciążenia wejściowego. W takim wypadku konieczne jest zadanie maksymalnej liczby kroków obciążenia, co pozwala na dokończenie analizy w skończonym czasie.

Wszystkie materiały stosowane w inżynierii charakteryzują się nieliniowym zachowaniem. W zależności od poziomu ich wyężenia uwzględnienie ich nieliniowego zachowania może być zasadne. Z matematycznego punktu widzenia odbywa się ono poprzez równania konstytutywne (4.22), które charakteryzują zachowanie materiału wynikające z jego mikroskopowej struktury. W zależności od stopnia skomplikowania zagadnienia do zamodelowania zachowania materiału może wystarczyć jego wyidealizowany model, który w dobrym stopniu oddaje jego rzeczywistą odpowiedź na zadane wyężenie. Najprostszą jego postacią jest poprzednio zaprezentowany model liniowo-sprężysty (4.23), dla którego zawsze prawdziwe jest prawo Hooke'a. W miarę wzrostu wyężenia można jednak zauważyć nieliniowe zachowania materiałów: nieliniowo-sprężyste jeśli ich odkształcenie jest odwracalne lub nieliniowo-plastyczne jeśli odkształcenia są nieodwracalne. Nieliniowe efekty materiałowe uwzględniane są poprzez dekompozycję równań konstytutywnych względem odkształcenia  $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^E + d\varepsilon_{ij}^P$ , wtedy otrzymuje się postać inkrementalną równania:

$$d\sigma_{ij} = K_{ijrs}^E (d\varepsilon_{rs} - d\varepsilon_{rs}^P), \quad (4.48)$$

gdzie  $K^E$  jest macierzą materiałową, a  $d\varepsilon_{ij}$ ,  $d\varepsilon_{ij}^E$ ,  $d\varepsilon_{ij}^P$  stanowią składowe sprężyste i plastyczne odkształcenia. Równanie konstytutywne w postaci inkrementalnej (4.48) pozwala na zamodelowanie nieliniowo-plastycznego zachowania materiału. W ogólnej postaci matematyczny opis modelu materiału wyrażony jest funkcją wielu zmiennych w czasie  $t$ :

$${}^t f_y({}^t \sigma_{ij}, {}^t \varepsilon_{ij}^P, \dots), \quad (4.49)$$

gdzie „...” oznacza, że zmiennych może być wiele więcej, a jest to uzależnione od przyjętego stopnia skomplikowania problemu. Dla rozpatrywanego zagadnienia cienkiej powłoki cylindrycznej zastosowano wyidealizowany model nieliniowego zachowania materiału:

sprężysto-idealnie plastyczny nazywany też modelem biliniowym bez wzmocnienia. Charakteryzuje się on tym, że w fazie przed osiągnięciem wartości naprężeń plastyczności odkształcenia są sprężyste i liniowo zależne od naprężeń. W momencie osiągnięcia naprężeń równych, co do wartości granicy plastyczności materiałów nie wykazuje dodatkowego wzmocnienia.

Posiadając pełną wiedzę na temat współczynników przyjętych w analizie nieliniowej geometrycznie i materiałowo przeprowadzono obliczenia dla powłoki idealnej, której model skalibrowano w punkcie 4.4.2 niniejszej pracy. Powłoka posiada następującą geometrię:

- Promień  $R = 1.5$  m, wysokość  $H = 6.0$  m i grubość ścianki  $t = 0.003$  m,
- $H/R = 4$ ,
- $t/R = 1:500$ .

Granica plastyczności stali wynosi  $f_y = 235$  MPa i jej moduł sprężystości  $E = 210$  GPa. Powłoka została podparta zgodnie z warunkami oznaczonymi w PN-EN 1993-1-6 - BC2f, opisany jako: radialnie nieprzesuwny, południkowo swobodny, obrotowo swobodny.

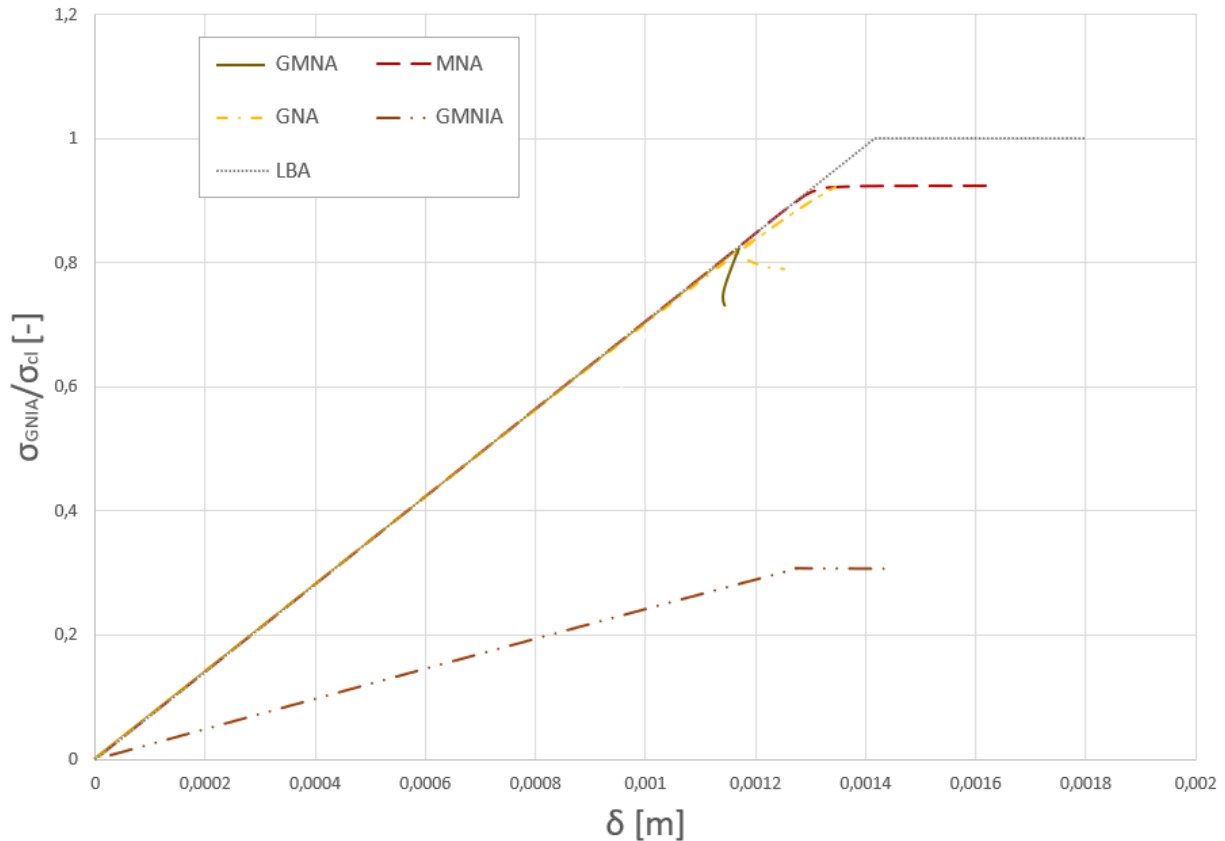
Badana powłoka jest obciążona i podparta równomiernie. Ze względu na swoją geometrię została sklasyfikowana jako powłoka średniej smukłości. Zgodnie z przeprowadzonymi obliczeniami dla przykładu obliczeniowego 1, dla powłoki o tej geometrii uzyskano wartości smukłości odpowiednio:

- $\bar{\lambda}_0 = 0,2$ ,
- $\bar{\lambda}_p = 0,61$ ,
- $\bar{\lambda}_x = 0,96$ .

Porównując te wyniki z generyczną postacią krzywej wyboczeniowej z rysunku 4-15 można stwierdzić, że przy wyboczeniu analizowanej powłoki będą przeważały nieliniowe efekty geometryczne. W celu sprawdzenia tego efektu dla rozpatrywanej powłoki przeprowadzono obliczenia wstępne, które obejmowały:

- Liniowo-sprężystą analizę wyboczeniową (LBA),
- Analizę nieliniową geometryczną (GNA),
- Analizę nieliniową materiałową (MNA),
- Analizę nieliniową geometryczno-materiałową (GMNA),
- Analizę nieliniową geometryczno-materiałową z imperfekcją wstępną (GMNIA).

W wyniku przeprowadzonych analiz uzyskano ścieżki równowagi statycznej, które posłużą następnie do porównania wpływu każdego z tych efektów na nośność wyboczeniową powłoki. Wyniki analiz zostały przedstawione na rysunku 4-15.



Rys. 4-15 Ścieżki równowagi statycznej uzyskane w różnych rodzajach analizy MES

Na rysunku 4-15 można zauważyć, że uwzględnienie nieliniowości w modelu znacząco obniża jego nośność w stosunku do liniowo-sprężystej analizy wyboczeniowej. Powłoka nie wykazuje pełnej nośności plastycznej, co jest związane z jej smukłością. Na utratę stateczności mają wpływ efekty nieliniowości geometrycznej. Najniższą nośność powłoki idealnej uzyskano w analizie nieliniowej z uwzględnieniem efektów geometrycznych i materiałowych, zatem taką też analizę przeprowadzono dla modelu z imperfekcjami. Wprowadzenie do modelu imperfekcji geometrycznej spowodowało znaczne obniżenie jej nośności w nieliniowej analizie wyboczeniowej. Można również zauważyć, że zmieniła się styczna macierz sztywności co spowodowało znacznie większe odkształcenia w powłoce w miarę przyrostu obciążenia. Na ścieżce równowagi można jednoznacznie zaobserwować punkt bifurkacji, który wskazuje kiedy powłoka doznaje wyboczenia (z ang. *snap-through*) i przechodzi na ścieżkę po-krytyczną. Nie wykazuje ona wzmocnienia, które można by zauważyć poprzez trend

wznoszący na ścieżce równowagi w fazie po wyboczeniu. Stanowiłoby to dodatkową trudność w ustaleniu nośności powłoki [147]. W kolejnej części badań nad statecznością modeli z imperfekcjami zostanie przeprowadzona analiza GMNIA o takich samych parametrach obliczeń, która pozwoli stwierdzić jaka jest ich nośność graniczna.

Analiza ścieżki po-krytycznej w głębokiej fazie po wyboczeniu powłoki może dostarczyć wielu informacji, które są przydatne do określenia wpływu imperfekcji na jej nośność. W literaturze występują dwie teorie biorące swoje źródło w analizie ścieżki po-krytycznej powłoki idealnej: analiza globalna i analiza lokalna. Zgodnie z metodą analizy globalnej zaproponowanej przez Karmana i Tsiena [148] ze ścieżki po-krytycznej powłoki idealnej można wywnioskować jak znaczący będzie wpływ imperfekcji na nośność tej powłoki. Na jej podstawie można również stwierdzić jaki będzie maksymalny wpływ deformacji wstępnych na nośność rozpatrywanej powłoki, ponieważ nie może on przekroczyć minimalnej wartości mnożnika obciążenia na ścieżce po-krytycznej powłoki idealnej. Niestety zaproponowana przez Karmana i Tsiena teoria zakłada liniowe zachowanie materiału zarówno w fazie przed jak i po wyboczeniu powłoki dlatego można ją stosować w ograniczonym zakresie. Rozpatrując zachowanie powłoki w głębokiej fazie po utracie stateczności pominięcie nieliniowych efektów materiałowych prowadzi do niepoprawnych wyników. Karman i Tsien zakładali również, że powłoka posiada jedną postać wyboczenia, która towarzyszy najniższemu obciążeniu krytycznemu. Założenie to również nie jest prawdziwe, ponieważ powłoki posiadają wiele ścieżek równowagi statycznej i na każdej z nich można wyznaczyć punkt utraty stateczności [104]. Druga metoda bierze swoje źródło w pracy Koitera [14]. Stosowanie teorii analizy lokalnej ograniczone jest do powłok, w których występują imperfekcje o niewielkiej amplitudzie. Dla dużych wartości odchyłek jest ona nieprawdziwa ze względu na brak uwzględnienia nieliniowości materiałowej. Ze względu na swoje ograniczenia metoda analizy lokalnej i globalnej zwracają uwagę na fakt, że jedynie przy uwzględnieniu obydwu typów nieliniowości: geometrycznej i materiałowej można uzyskać poprawne ścieżki równowagi statycznej dla powłok z imperfekcjami.

Zaawansowane algorytmy służące do rozwiązywania równań równowagi umożliwiają śledzenie ścieżki równowagi statycznej w głębokiej fazie po utracie stateczności powłoki. Na uzyskanej ścieżce równowagi statycznej można zauważyć, że tuż po utracie stateczności następuje stromy spadek wartości obciążenia, co jest związane z propagacją powstałej przy wyboczeniu deformacji. Można zatem wnioskować, że jeśli taki kształt deformacji zostanie zadany jako wstępna imperfekcja, to zmodyfikowana w ten sposób geometria nie będzie posiadała większej zdolności do przenoszenia obciążenia niż powłoka idealna. Im bardziej



stromy spadek mnożnika obciążenia na ścieżce równowagi statycznej tym bardziej widoczna będzie różnica pomiędzy nośnością powłoki idealnej a nośnością powłoki z imperfekcjami przy zwiększaniu ich amplitudy. Analogicznie jak w przypadku analizy globalnej można spodziewać się, że przy dużych wartościach amplitudy imperfekcji wyznaczane nośności powłok będą asymptotycznie zbliżać się do wartości minimalnego obciążenia widocznego na ścieżce równowagi z rysunku 4-15 w fazie po utracie stateczności. Można oczekiwać takiego wyniku głównie za sprawą stosunkowo niewielkiego wpływu nieliniowych efektów materiałowych dla powłoki o zadanej geometrii. Należy jednak pamiętać, że rozpatrywany przypadek nie stanowi uogólnienia. Przy niskich wartościach amplitudy imperfekcji uzyskane z analiz nośności powinny być bliskie punktu utraty stateczności zaobserwowanemu na ścieżce równowagi powłoki idealnej. Przy dużych wartościach amplitudy deformacji wstępnych uzyskiwane wyniki powinny być bliskie najniższej wartości mnożnika obciążenia, który można odczytać na ścieżce równowagi dla powłoki idealnej w fazie po wyboczeniu. W pozostałych przypadkach rozpatrywanych wartości amplitud imperfekcji uzyskiwane nośności będą stanowiły wartości pośrednie.

Analiza modelu idealnego powłoki stanowi również weryfikację metody przyjętej do analizy zagadnienia, ponieważ wiele powłok o zróżnicowanych geometriach zostało już zbadanych i wynikami tych badań można posłużyć się do celów porównawczych. Istnieje wiele źródeł literaturowych, które potwierdzają przyjętą metodę jako poprawną do rozpatrywania stateczności powłoki z imperfekcjami. Zastosowany algorytm Riksa służący do rozwiązywania nieliniowych równań równowagi jest powszechnie używany przy analizie stateczności powłok, ponieważ pozwala nie tylko na uzyskanie nośności wyboczeniowej, ale również na śledzenie ścieżki równowagi w fazie po-krytycznej. Istnieją jednak źródła literaturowe, w których preferowane jest również inne podejście. W przypadku analizy statycznej nie są brane pod uwagę siły bezwładności modelu. Wynika to z pewnego uproszczenia, które polega na wykluczeniu powstania sił bezwładności, gdy konstrukcja przechodzi przez kolejne stany równowagi. Nie budzi to szczególnych zastrzeżeń, gdy rozpatrujemy fazę pracy powłoki przed jej utratą stateczności. Jednak w fazie po wyboczeniu siły bezwładności przyczyniają się do pogłębiania niestabilności modelu i ich wpływ może być znaczący. W efekcie analizując zjawisko utraty stateczności w analizie statycznej, czyli bez uwzględnienia sił bezwładności może dochodzić do błędów. Przez niektórych autorów [66,149,150] preferowana do badania tego zjawiska jest analiza quasi-statyczna nazywana też analizą *implicit*.

## **4.6 Wpływ parametrów modelu imperfekcji lokalnej na nośność powłoki walcowej w analizie GMNIA**

W tej części opracowania zostanie przeprowadzona analiza wpływu parametrów modelu imperfekcji lokalnych przedstawionych w podrozdziale 4.3 na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo. Dla każdego kształtu rozpatrywanych imperfekcji analizowany będzie przedział amplitud w celu uzyskania krzywych wpływów imperfekcji. Analizowany będzie wpływ parametru kształtu imperfekcji lokalnej na zachowanie powłoki poddanej ścisaniu osiowemu. W kolejnej części analizowany będzie wpływ długości południkowej i obwodowej imperfekcji na nośność wyboczeniową powłoki. Zadaniem tej analizy jest sprawdzenie, czy propagacja imperfekcji w jednym z zadanych kierunków głównych jest bardziej niekorzystna w kontekście nośności powłoki.

### **4.6.1 Wpływ parametru kształtu imperfekcji lokalnej na nośność powłoki walcowej**

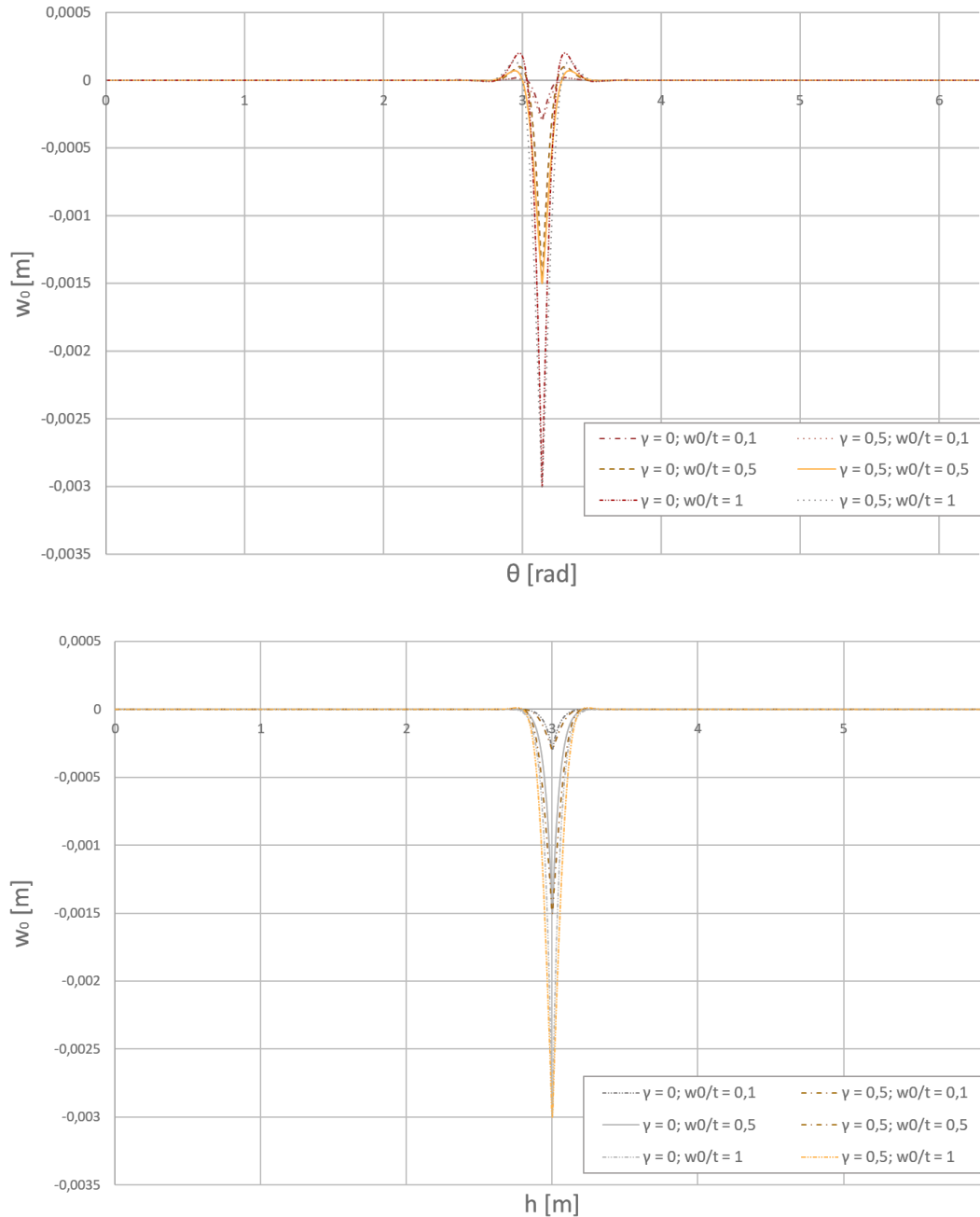
W celu zbadania wpływu parametru kształtu na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo w środku wysokości powłoki wprowadzono pojedynczą imperfekcję w postaci lokalnego wgłębienia. Takie umiejscowienie lokalnej imperfekcji ma wykluczyć wpływ warunków brzegowych na deformację i rozkład naprężeń w jej pobliżu. Kalibracji modelu o zadanej geometrii dokonano w punkcie 4.4.2. Geometria badanej powłoki jest następująca:

- Promień  $R = 1.5$  m, wysokość  $H = 6.0$  m i grubość ścianki  $t = 0.003$  m,
- $H/R = 4$ ,
- $t/R = 1:500$ .

Powłoka została podparta zgodnie z warunkami oznaczonymi w PN-EN 1993-1-6 - BC2f. Referencyjna powłoka jest klasyfikowana jako średniej długości. Model materiału - stali jest sprężysto-idealnie plastyczny o module Younga  $E = 210$  GPa i współczynniku Poissona 0,3. Dla ustalenia nośności wyboczeniowej powłoki z imperfekcją została przeprowadzona analiza GMNIA. Parametry analizy GMNIA zostały przyjęte tak samo jak dla powłoki idealnej analizowanej w punkcie 4.5.

Przyjęte imperfekcje mają kształt jak na rysunku 4-16. Przyjęto, że rozkład osiowy i obwodowy imperfekcji ma taką samą długość. W zamodelowanej deformacji niezależnie od amplitudy przyjęto wartość współczynników  $\kappa_\omega; \kappa_\varphi = 1\lambda_0$ . Przedstawione na rysunkach imperfekcje zostały wyrysowane dla zastosowanej siatki elementów skończonych. Każdy z węzłów został

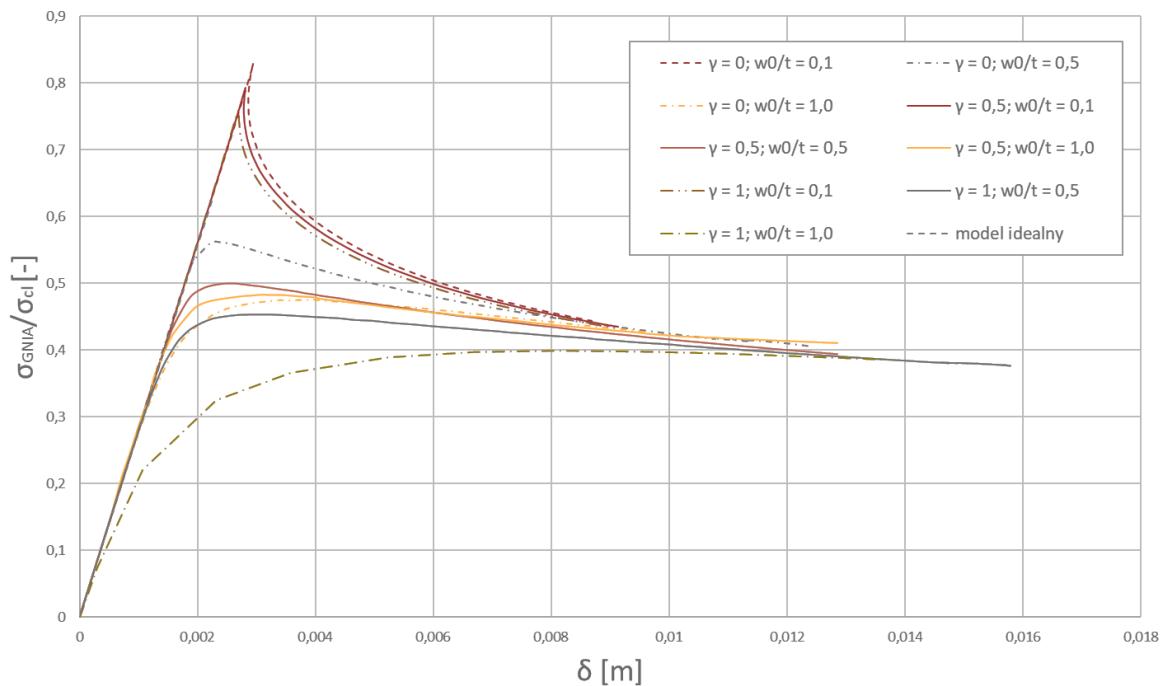
przemieszczony zgodnie z równaniem 4.6 przy pomocy stworzonego do tego celu programu komputerowego napisanego w języku Matlab. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w załączniku A.



Rys. 4-16 Przekrój osiowy i obwodowy imperfekcji lokalnej o zmiennej amplitudzie i parametrze kształtu

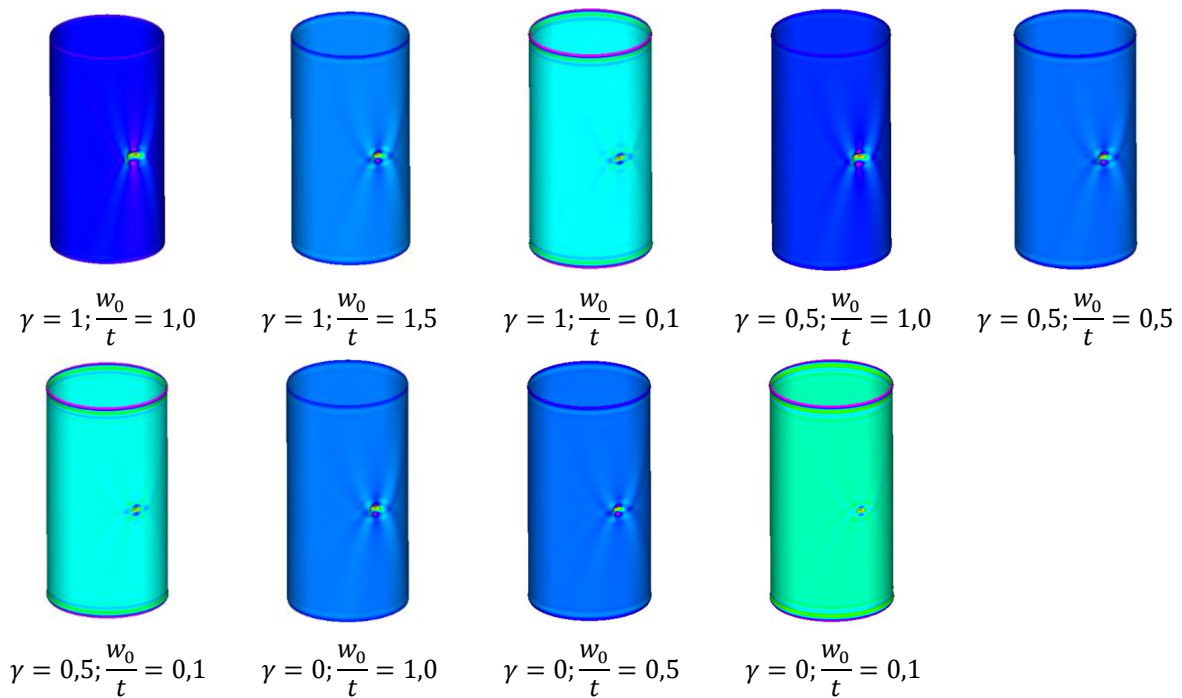
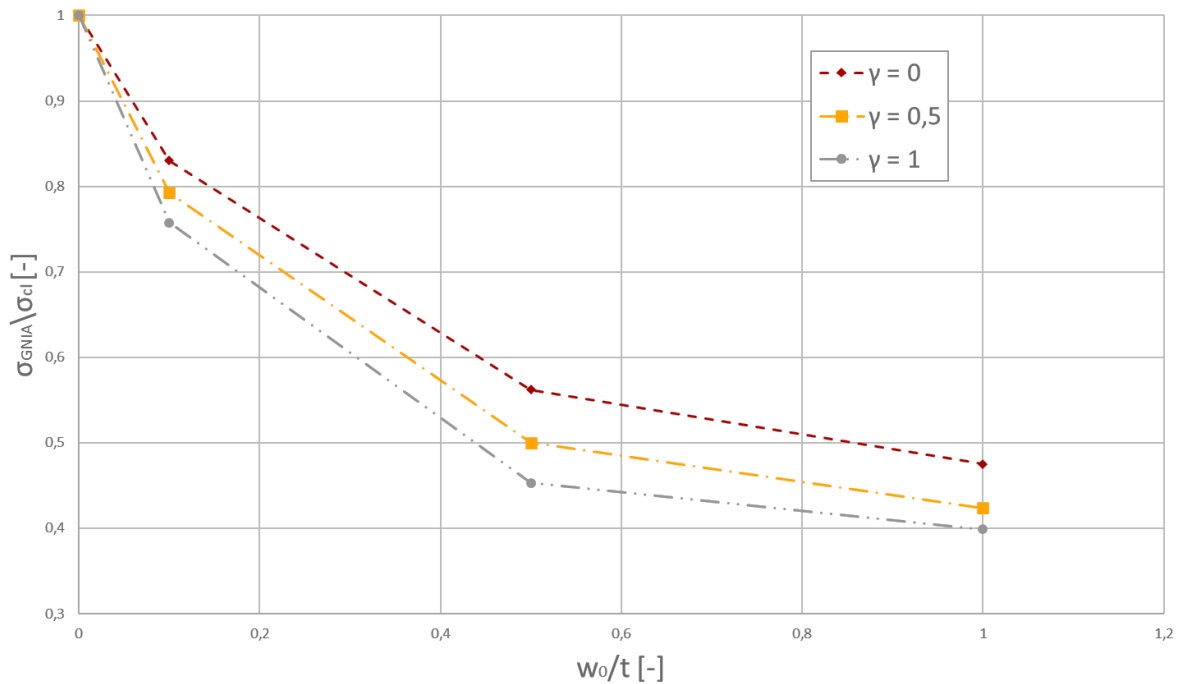
W wyniku przeprowadzonych analiz otrzymano ścieżki równowagi statycznej dla każdego z modeli, które przedstawiono na rysunku 4-17. Zestawiono na nim wyniki analiz dla modeli o zróżnicowanym parametrze kształtu  $\gamma \in \{0; 0,5\}$  i modelu idealnego bez imperfekcji. Dla

każdego z modeli można wyraźnie zauważyć moment uraty stateczności wyznaczający wartość graniczną naprężeń wyboczeniowych. W modelach wraz ze wzrostem amplitudy imperfekcji można zauważyć wcześniejsze zaburzenie liniowej pracy powłoki. Jest to oczekiwany efekt zaburzenia stanu błonowego w powłoce, który jest wyraźniejszy dla powłok, w których zastosowano imperfekcje o większej amplitudzie. Wprowadzenie imperfekcji do modelu powoduje określony mechanizm jej zniszczenia. Niezależnie od amplitudy imperfekcji zniszczenie przybiera formę lokalną, co można zaobserwować na rysunku 4-17. Dostrzec można na nim punkty, w których powłoka z zastosowaną imperfekcją osiąga swoją nośność graniczną. Dla łatwiejszego zobrazowania lokalnego modelu zniszczenia pod wykresem przedstawiono deformacje powłoki, które towarzyszyły odczytanej nośności granicznej na ścieżce równowagi statycznej.



Rys. 4-17 Ścieżki równowagi statycznej modeli ze zróżnicowanym parametrem kształtu i amplitudą imperfekcji

Wyniki przeprowadzonych analiz zestawiono na rysunku 4-18 w postaci krzywych wpływu imperfekcji. Można zauważyć, że mają one oczekiwany przebieg w analizowanym zakresie. Wraz ze wzrostem amplitudy imperfekcji spada nośność graniczna powłoki. Na podstawie krzywych wpływu imperfekcji można stwierdzić, że dla całego zakresu rozpatrywanych amplitud imperfekcji do największej redukcji nośności doprowadził rozkład deformacji z przyjętą wartością parametru kształtu  $\gamma = 0$ .

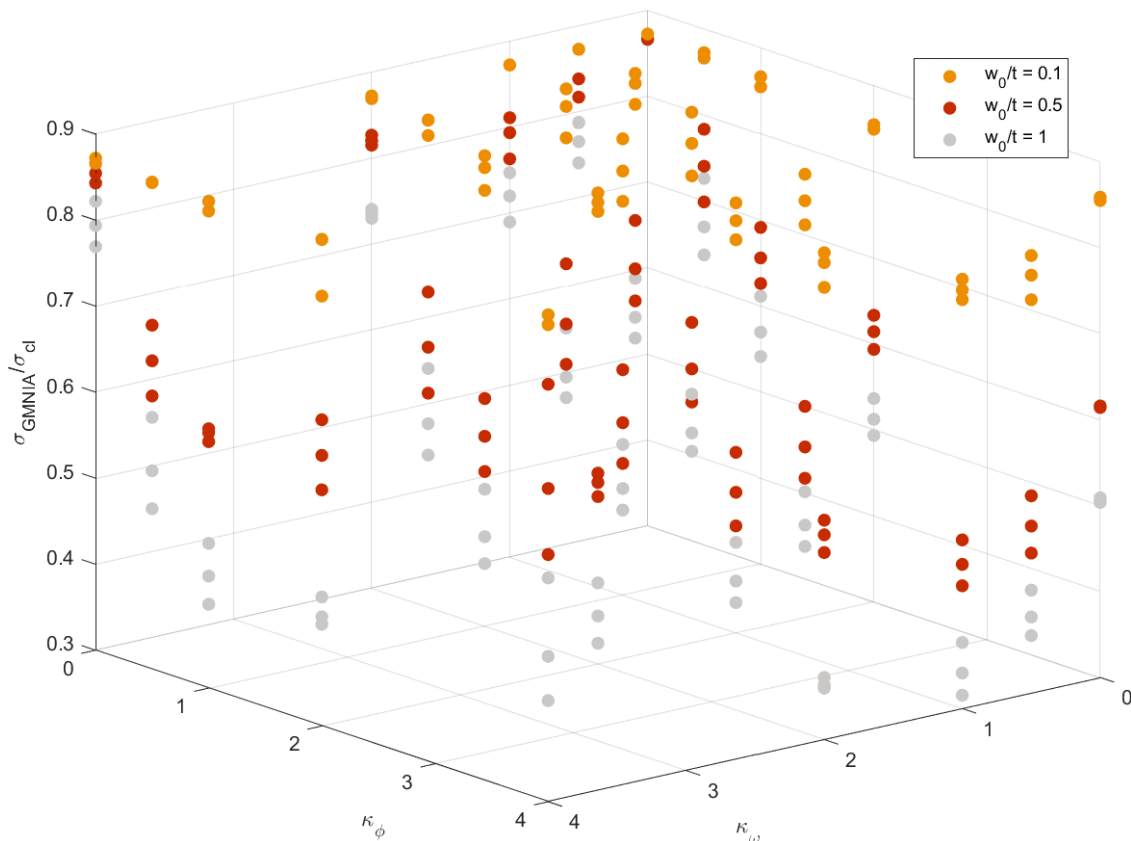


Rys. 4-18 Krzywe wpływu imperfekcji dla zróżnicowanego parametru kształtu  $\gamma$

W rozpatrywanym modelu lokalnej deformacji można zauważyć wpływ parametru kształtu na nośność powłoki o zadanej geometrii. Nie można wykluczyć, że w powłokach równomiernie podpartych o innym stosunku  $R/t$  wpływ parametru kształtu byłby wyraźniejszy. W obliczeniach przyjęta imperfekcja miała taką samą długość obwodową i osiową, co pozwoliło uzyskać porównywalne wyniki. W następnej części niniejszego opracowania rozpatrzone zostaną imperfekcje, których długość obwodowa i osiowa będą zmienne.

#### 4.6.2 Wpływ długości osiowej i obwodowej imperfekcji lokalnej na nośność powłoki walcowej

W celu sprawdzenia wpływu długości obwodowej i osiowej imperfekcji lokalnej na nośność powłoki walcowej zastosowano zmienne wartości parametrów  $\kappa_\omega$  i  $\kappa_\phi$  z równania 4.6. Modyfikacja tych współczynników powoduje odpowiednio zmianę długości osiowej i obwodowej imperfekcji lokalnej. Wartości  $\kappa_\omega$  i  $\kappa_\phi$  przyjmowano ze zbioru  $\kappa_\omega, \kappa_\phi \in \{0.001; 0.5; 1; 2; 4\}$ . Dla każdego z modeli przeprowadzono analizę GMNIA w celu ustalenia nośności granicznej. Analogicznie jak w poprzednich przypadkach nośność wyoboczeniową powłoki z imperfekcjami odczytywano ze ścieżki równowagi statycznej jako maksymalną wartość obciążenia. Uzyskane wyniki z włączeniem modeli rozpatrywanych w podrozdziale 4.6.1 przedstawiono na wykresie na rysunku 4-19.



Rys. 4-19 Nośność wyoboczeniowa powłoki w zależności od parametrów  $\kappa_\omega$  i  $\kappa_\phi$

Z analizy uzyskanych wyników można zauważyć znaczący spadek nośności powłoki przy wzroście amplitudy imperfekcji oznaczonych odpowiednimi kolorami. Przy niewielkich wartościach amplitudy imperfekcji zależność pomiędzy nośnością powłoki a wzrostem parametrów długości nie jest widocznie zarysowana. Dla uzyskanego zbioru danych

przeprowadzono test korelacji zmiennych by wykryć istniejące zależności. Wyniki testu korelacji zestawiono w tabeli 4-5.

Tabela 4-5 Współczynniki korelacji zmiennych parametrów modelu

	$w_0/t$	$\kappa_\omega$	$\kappa_\varphi$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$
$w_0/t$	1	0	0	-0,7221
$\kappa_\omega$	0	1	0	-0,0017
$\kappa_\varphi$	0	0	1	-0,3608
$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$	-0,7221	-0,0017	-0,3608	1

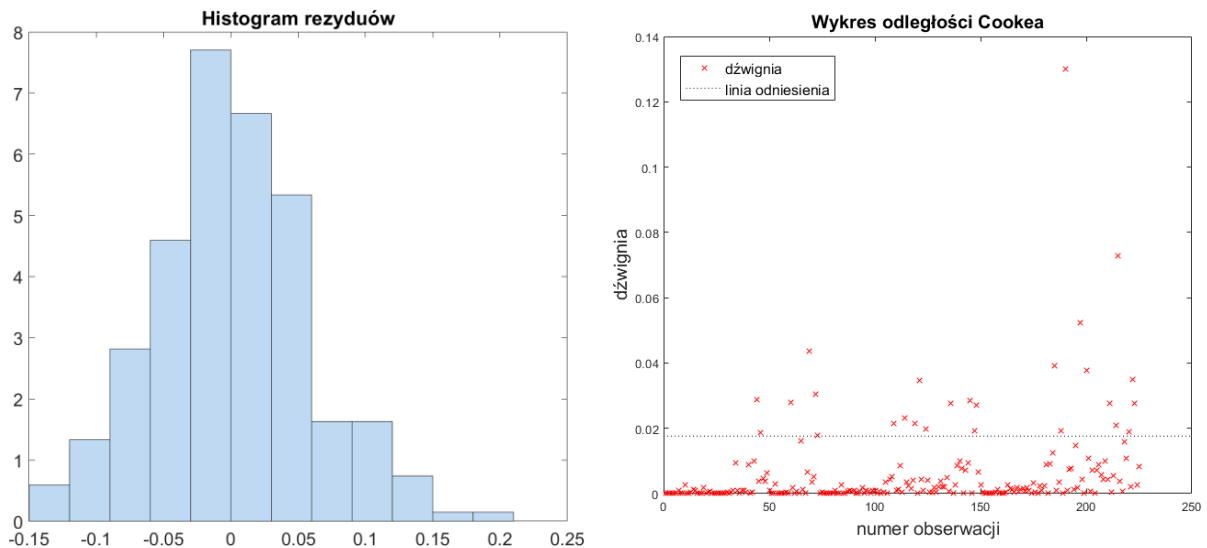
Zgodnie z oczekiwaniami można zaobserwować silną zależność pomiędzy nośnością powłoki a amplitudą imperfekcji. Te zmienne są ze sobą ujemnie skorelowane, a więc wraz ze wzrostem amplitudy imperfekcji maleje nośność względna. Zauważalny jest również wpływ parametru długości obwodowej  $\kappa_\varphi$  na nośność względną powłoki. Ujemna wartość współczynnika daje informację o tym, że wraz ze wzrostem parametru długości obwodowej spada nośność powłoki. Ta korelacja jest zdecydowanie słabsza niż w przypadku amplitudy imperfekcji. Test korelacji wskazuje również, że parametr długości osiowej imperfekcji wykazuje niski związek z nośnością względną. Oznacza to, że ten parametr może zostać pominięty w tworzeniu modelu statystycznego, ponieważ amplituda imperfekcji i jej parametr długości obwodowej opisują nośność powłoki zdecydowanie lepiej. Test korelacji jest testem liniowym widać zatem, że nie ma możliwości znalezienia odpowiedniego modelu statystycznego korzystając jedynie z funkcji liniowych. Z dalszych poszukiwań zależności został wykluczony parametr długości osiowej  $\kappa_\omega$ .

W początkowej fazie badań statystycznych nad wynikami zaproponowano model nieliniowy uzależniony od dwóch zmiennych  $\kappa_\varphi$  i  $w_0/t$ . Zakładana postać zależności pomiędzy nośnością powłoki a parametrami kształtu imperfekcji jest wyrażona wzorem:

$$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = \beta_1 + \beta_2 \frac{w_0}{t} \cdot \kappa_\varphi + \beta_3 \frac{w_0}{t} e^{-\beta_4 \frac{w_0}{t}} + \beta_5 \kappa_\varphi e^{-\beta_6 \kappa_\varphi} \quad (4.50)$$

Dla zadanej funkcji w programie Matlab przeprowadzono obliczenia, aby otrzymać współczynniki równania dla najlepszego dopasowania modelu. Zastosowano przy tym algorytm Levenberg-Marquardta najmniejszych kwadratów [151]. W pierwszym procesie

iteracyjnym uzyskano współczynnik dopasowania modelu  $r^2 = 0.85$ , dlatego podjęto decyzję o dalszej analizie danych wejściowych. W pierwszej kolejności przeanalizowany został histogram rezyduów regresji, który pozwolił stwierdzić, że istnieją w obserwacjach wartości odstające. W kolejnym kroku przeprowadzono analizę dźwigni Cooka [152], która pozwoliła na zidentyfikowanie konkretnych wartości odstających w populacji wyników. Zdecydowano się na wyeliminowanie wartości odstających, ponieważ obciążają one wartości współczynników regresji. Na wykresie odległości Cooka wyrysowano standardową linię odniesienia, którą obliczono ze wzoru:  $3 \cdot \sum_n CD_n / n$ , gdzie  $CD_n$  to odległość Cooka dla n-tego pomiaru, a  $n$  to liczba pomiarów. Pomiaru, dla których odległość Cooka przekracza linię odniesienia zostały wykluczone z dalszych analiz. Wyniki przeprowadzonych analiz zestawiono na rysunku 4-20.



Rys.4-20 Wstępna analiza statystyczna jakości modelu regresji nieliniowej

Po wykluczeniu wartości odstających ponownie obliczono współczynniki regresji dla wzoru 4.50, otrzymując wartości przedstawione w tabeli 4-6.



Tabela 4-6 Statystyki parametrów modelu regresji nieliniowej

$\beta_i$	Estymacja	SE	tStat	p-Value
	[-]	[-]	[-]	[-]
$\beta_1$	1,0116	0,014277	70,855	4,09E-147
$\beta_2$	-0,079345	0,007297	-10,874	4,44E-22
$\beta_3$	-0,73746	0,080935	-9,1118	7,10E-17
$\beta_4$	0,93242	0,093172	10,008	1,76E-19
$\beta_5$	-0,3093	0,029559	-10,464	7,69E-21
$\beta_6$	0,74314	0,065477	11,35	1,59E-23

W tabeli przedstawiono wartość błędu standardowego SE i statystykę testową tStat. Błąd standardowy przyjmuje stosunkowo niewielką wartość w porównaniu do wartości poszczególnych współczynników regresji. Zakłada się, że statystyka testowa ma rozkład t-Studenta o stopniach swobody równym liczebność próby – 2, stąd można wyznaczyć wartość p (p – Value), której wartość zestawiono w tabeli 4-6 dla każdego współczynnika regresji. W przypadku testowania istotności współczynników regresji nieliniowej założono standardową wartość współczynnika istotności  $\alpha_i = 0.05$ . Porównując go z otrzymanymi wartościami p w tabeli 4-6 można zauważyć, że każdy współczynnik regresji spełnia warunek istotności. Dla uzyskanych parametrów model przyjmuje zatem postać:

$$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = 1,00 - 0,079 \frac{w_0}{t} \cdot \kappa_\varphi - 0,737 \frac{w_0}{t} e^{-0,932 \frac{w_0}{t}} - 0,309 \kappa_\varphi e^{-0,743 \kappa_\varphi}, \quad (4.51)$$

w którym  $\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$  jest względną wartością nośności powłoki,  $w_0/t$  jest amplitudą imperfekcji względem grubości powłoki, a  $\kappa_\varphi$  jest parametrem długości obwodowej. Dla uzyskanego modelu współczynnik  $r^2 = 0,89$ , natomiast wartość  $p = 4,74e - 96$ , co wskazuje, że przy założonym równaniu regresji nie uda się uzyskać lepszego współczynnika  $r^2$ .

Chcąc uzyskać „dolne” oszacowanie nośności, na współczynnik regresji narzucono przedział ufności 95%,  $\alpha_i = 0.05$ . W celu uzyskania przedziałów ufności dla współczynników regresji, posłużono się programem Matlab. Pozwala on na wyznaczenie wartości współczynników z wykorzystaniem metody Walda [153] przy założonym współczynniku ufności  $\alpha_i$ . Dla zadanego współczynnika ufności  $\alpha_i = 0.05$  uzyskano wyniki przedstawione w tabeli 4-7.

Tabela 4-7 Przedziały ufności parametrów regresji nieliniowej modelu

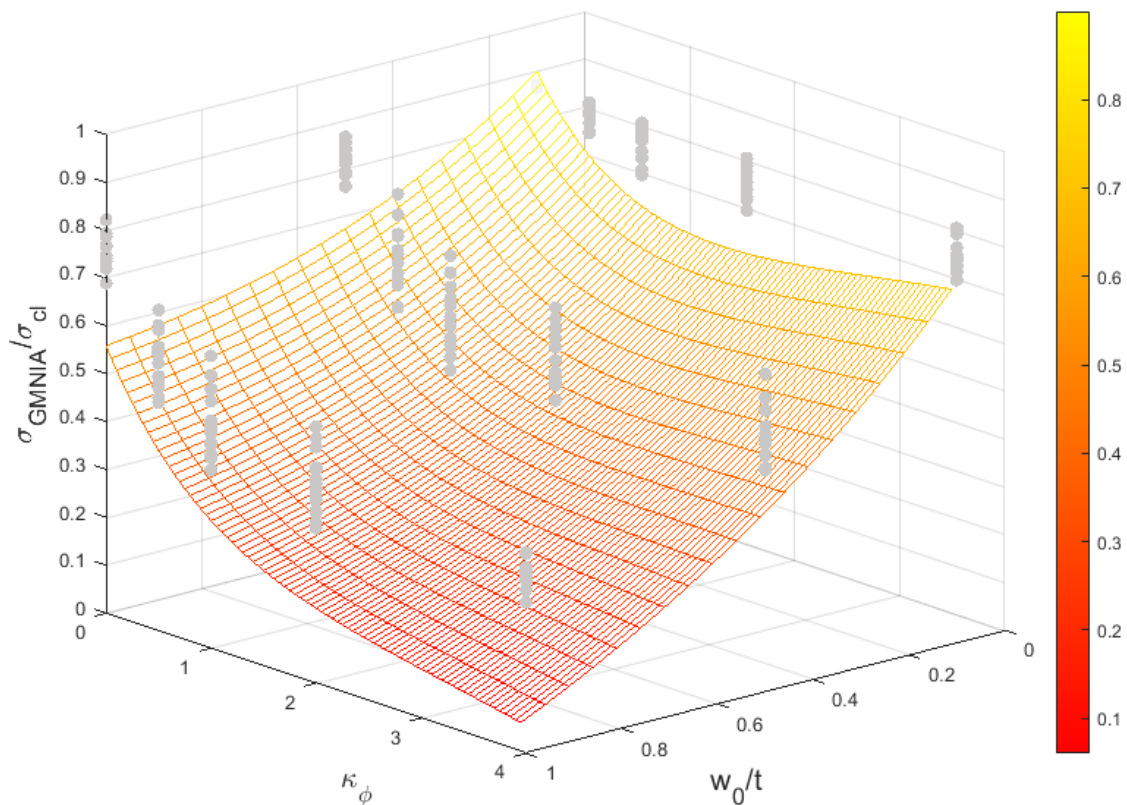
$\beta_i$	„dolny” przedział [-]	„górnny” przedział [-]
$\beta_1$	0,983476	1,039771
$\beta_2$	-0,09373	-0,06496
$\beta_3$	-0,89703	-0,5779
$\beta_4$	0,748728	1,116102
$\beta_5$	-0,36758	-0,25103
$\beta_6$	0,614048	0,872224

Uzyskano dolne oszacowanie nośności powłoki poprzez podstawienie wartości z tabeli 4-7 do wzoru (4.50). Ostateczna postać wzoru pozwalająca oszacować nośność powłoki wykorzystując parametry kształtu imperfekcji jest następująca:

$$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = 0,983 - 0,094 \frac{w_0}{t} \cdot \kappa_\varphi - 0,897 \frac{w_0}{t} e^{-0,749 \frac{w_0}{t}} - 0,368 \kappa_\varphi e^{-0,614 \kappa_\varphi} \quad (4.52)$$

Obliczoną w ten sposób powierzchnię wraz z uzyskanymi wynikami analiz GMNIA z wykluczeniem elementów odstających przedstawiono na rysunku 4-21. Uzyskany wzór może posłużyć jako oszacowanie wpływu kształtu zaobserwowanej imperfekcji na nośność powłoki podpartej równomiernie o współczynniku  $R/t = 1/500$ . W celu znalezienia uogólnień należałoby przeprowadzić dalsze badania, które zweryfikują zaproponowany model dla innych wartości smukłości powłok walcowych.

W przeprowadzonym badaniu parametrów modelu deformacji lokalnej można zauważyć, że kształt imperfekcji istotnie wpływa na nośność powłoki wyznaczonej w analizie GMNIA. Głównym parametrem oddziaływującym na nośność jest amplituda imperfekcji ale można również zauważyć wyraźny efekt związany z jej długością obwodową. Ostateczna propozycja oceny nośności powłoki cylindrycznej ściskanej osiowo uwzględnia te cechy modelu deformacji lokalnej. Zdecydowano się porównać uzyskane wyniki z proponowaną przez normę [N1] procedurą wyznaczania nośności powłoki na podstawie połowych pomiarów imperfekcji i powiązanej procedury analitycznej.



Rys. 4-21 Wyniki analiz GMNIA dla powłok z imperfekcjami z naniesioną powierzchnią regresji nieliniowej ze wzoru (4.52)

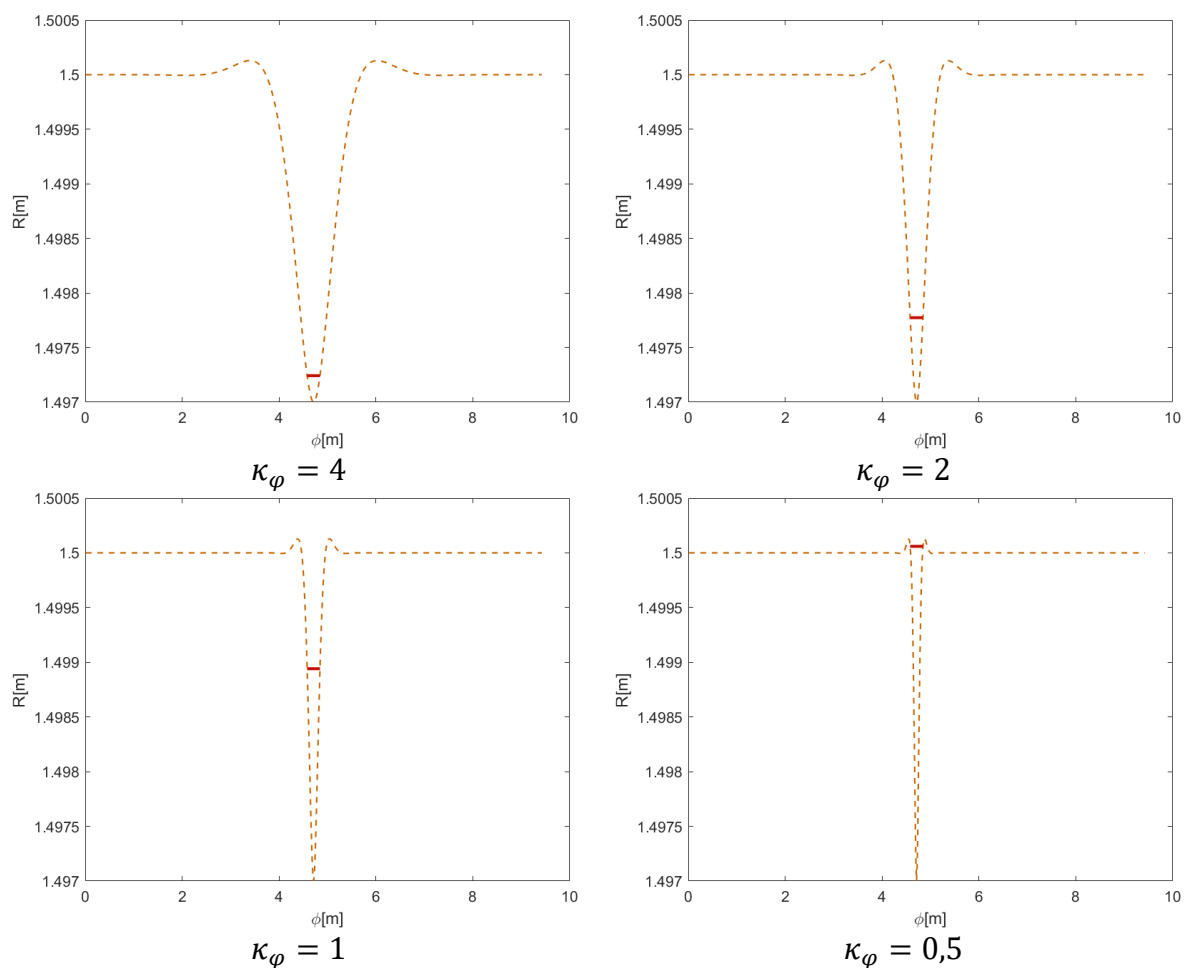
#### 4.6.3 Analiza uzyskanych wyników w kontekście normy PN-EN 1993-1-6 [N1]

W celu oszacowania nośności powłoki już wykonanej dokonuje się jej prostych pomiarów, które przedstawiono w punkcie 2.4.3. Te zasady wyznaczania amplitudy imperfekcji dotyczą również tak zwanej imperfekcji zastępczej, czyli deformacji wstępnej wprowadzonej do modelu metody elementów skończonych. Modelowanie zdeformowanej konstrukcji może służyć dwóm celom. Pierwszy z nich to proces oceny nośności konstrukcji już wykonanej. Konstrukcja zostaje sklasyfikowana do klasy jakości wykonania przez ustalenie parametru jakości wykonania. Klasa jakości wykonania konstrukcji następnie bezpośrednio przekłada się na wyznaczoną nośność powłoki. Graniczne wartości parametrów jakości wykonania zostały przedstawione w tabeli 2-4. Drugim przypadkiem jest proces wymiarowania konstrukcji, w którym przyjmuje się wartości parametrów jakości z tabeli 2-5. Wartości z tabeli 2-5 mają większe wartości niż z tabeli 2-4, co powoduje zwiększenie amplitudy imperfekcji zastępczej. Zgodnie z badaniami przedstawionymi w tej pracy, wraz ze wzrostem amplitudy imperfekcji występuje zauważalny spadek nośności powłoki, a więc takie postępowanie jest uzasadnione.

Wątpliwa jest natomiast metoda wyznaczania samej amplitudy imperfekcji. Przymiary geometryczne mają określoną z góry długość, która jest porównywalna z długością fali wybozeniowej wynikającej z rozwiązania klasycznego.

W niniejszej pracy rozważane były zróżnicowane kształty imperfekcji geometrycznej. Oprócz amplitudy imperfekcji rozpatrywany był wpływ parametry kształtu  $\gamma$  i parametrów długości obwodowej  $\kappa_\varphi$  i osiowej  $\kappa_\omega$  na nośność powłoki walcowej. Można było przy tym zauważyć, że zmiana parametrów wpływa na przekrój imperfekcji. Przy ustalonej wartości amplitudy najbardziej zauważalny jest wpływ parametru długości obwodowej  $\kappa_\varphi$  na nośność powłoki. Zwiększenie jego wartości powoduje, że wgłębienie zajmuje większy obszar na powierzchni powłoki. Stała wartość długości przymiaru geometrycznego może powodować w takiej sytuacji zmniejszenie odczytanej wartości amplitudy imperfekcji wraz ze wzrostem jej długości. Rozpatrzmy zatem imperfekcje, których amplituda względem powierzchni środkowej wynosi  $\frac{w_0}{t} = 1.0$ . Dla zadanych imperfekcji przeprowadzono pomiar ich amplitud zgodnie z wytycznymi normowymi. Zastosowano przymiar geometryczny o długości  $l_{gx} = 4\sqrt{rt} = 0,268m$  mierząc kolejne imperfekcje o zmiennej długości obwodowej. Na rysunku 4-22 czerwoną linią zaznaczono miejsce, gdzie pomiar wskazuje największą amplitudę imperfekcji.

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*



Rys. 4-22 Pomiar amplitudy imperfekcji o zróżnicowanym parametrze długości obwodowej  $\kappa_\phi$

Względem przyjętej metody pomiarowej imperfekcje posiadają różne amplitudy, natomiast względem teoretycznej powierzchni środkowej są one takie same. W celu sklasyfikowania powłoki do określonej klasy należy wyznaczyć wartość parametrów jakości dla każdego z rozpatrywanych przypadków. Wyniki klasyfikacji przedstawiono w tabeli 4-8.

Tabela 4-8 Klasyfikacja powłoki względem zmierzonej imperfekcji przy zmiennym parametrze długości

$\kappa_\phi$	$\Delta w_{0,x}$	$U_{0,x}$	klasa
[-]	[-]	[-]	[-]
4	0,0002	0,001	A
2	0,0008	0,003	A
1	0,0019	0,007	B
0,5	0,0031	0,011	C

Klasa jakości wykonania powłoki w analitycznej procedurze normowej przekłada się pośrednio na szacowaną nośność powłoki. Względem wyników badań przedstawionych w poprzednim podrozdziale nośność powłoki powinna spadać wraz ze wzrostem parametru długości obwodowej. Imperfekcja, która doprowadziła do największego obniżenia nośności powłoki zakwalifikowała ją do najwyższej klasy jakości wykonania. Z drugiej strony mamy do czynienia z sytuacją odwrotną, imperfekcja o najniższej wartości parametru długości obwodowej powinna spowodować również najmniejsze obniżenie nośności konstrukcji. W przyjętej metodzie pomiarowej z normy [N1] powłoka z taką deformacją wstępną sklasyfikowana została do najniższej klasy jakości wykonania, a więc powinna cechować się najmniejszą nośnością. Podobną zależność można zaobserwować, gdy zastosowano przymiar o długości  $l_{gw} = 25t$ . Zdecydowano zatem dokładniej przeanalizować zaobserwowaną zależność.

Rozpatrywana powłoka jest równomiernie podparta i równomiernie ściskana, zatem konieczne jest zastosowanie przymiaru o długości  $l_{gx}$  przy jej klasyfikacji. Rozpatrywane imperfekcje mają swoje źródło w deformacjach spawalniczych, a więc powinny zostać skontrolowane również przymiarem  $l_{gw}$ . W powłoce nie występują obwodowe naprężenia ściskające ani ścinanie, a więc względem wytycznych normowych nie bada się jej deformacji przy zastosowaniu przymiaru o długości  $l_{g\theta}$ . W poprzednim podrozdziale przedstawiono wyniki analiz GMNIA 225 modeli, do których wprowadzono pojedynczą imperfekcję o zróżnicowanych parametrach geometrycznych. Każdą z tych imperfekcji zmierzono przymiarem o długości  $l_{gw}$  i  $l_{gx}$  względem współrzędnej osiowej i obwodowej. Po dokonaniu pomiaru wyznaczono dla każdej powłoki parametr jakości  $U_{0,x}$ , który pozwolił na jej klasyfikację. Do tego celu stworzono algorytm w programie Matlab, który można znaleźć w załączniku A. Dla 75 modeli uzyskany parametr jakości wskazywał, że powłoka znajduje się poza klasyfikacją, czyli  $U_{0,x/w} > 0,016$ . Wykluczono je z kolejnego kroku rozważań statystycznych, ponieważ metoda normowa nie uwzględnia analizy powłok znajdujących się poza klasą C. Chcąc sprawdzić czy występuje zależność liniowa pomiędzy któryś z pomiarów, a nośnością powłoki przeprowadzono test korelacji, którego wyniki znajdują się w tabeli 4-9.

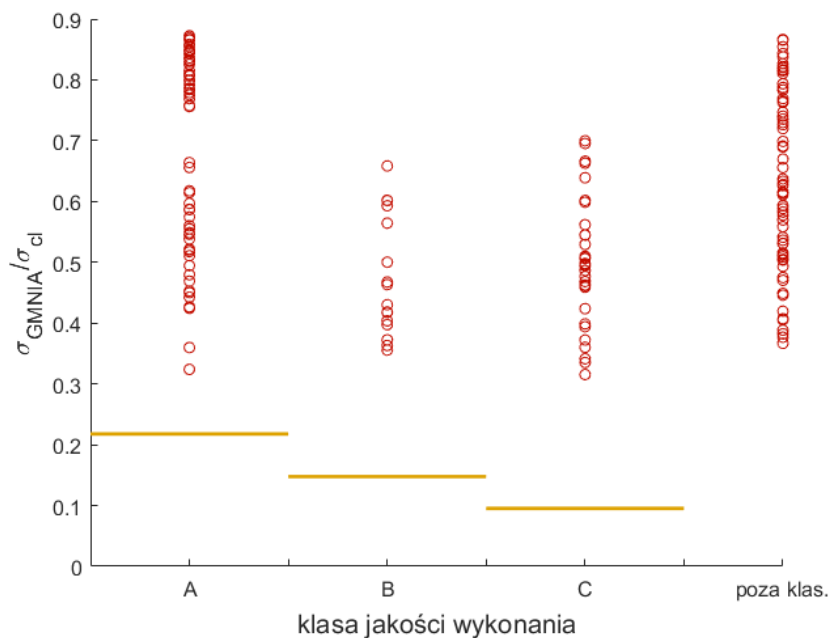
Tabela 4-9 Współczynniki korelacji parametrów jakości i nośności względnej

	$U_{0x,h}$	$U_{0w,h}$	$U_{0x,\varphi}$	$U_{0w,\varphi}$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$
$U_{0x,h}$	1	0,8485	0,6473	0,4372	-0,5953
$U_{0w,h}$	0,8485	1	0,4724	0,3262	-0,2971
$U_{0x,\varphi}$	0,6473	0,4724	1	0,814	-0,2618
$U_{0w,\varphi}$	0,4372	0,3262	0,814	1	0,1349
$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$	-0,5953	-0,2971	-0,2618	0,1349	1

W tabeli jako  $U_{0x,h}$  i  $U_{0x,\varphi}$  oznaczono odpowiednio pomiar z użyciem przymiaru  $l_{gx}$  względem współrzędnej osiowej i obwodowej, natomiast  $U_{0w,h}$  i  $U_{0w,\varphi}$  jako odpowiednio pomiar z użyciem przymiaru  $l_{gw}$  względem współrzędnej osiowej i obwodowej. Ze względu na znaczną ilość wykluczonych modeli dla współczynników korelacji przeprowadzono statystyczny test istotności [152], który przy założonym poziomie  $\alpha_i = 0,05$  był pozytywny dla wszystkich parametrów z tabeli 4-9. Pomiaru wykonywane przy pomocy  $l_{gx}$  względem współrzędnej osiowej wykazują słabą zależność liniową, ale ujemna wartość współczynnika wskazuje na prawidłowy jej kierunek, który wskazuje, że wraz ze wzrostem wartości  $U_{0x,h}$  spada nośność powłoki. Pozostałe współczynniki odpowiadające pomiarowi  $l_{gx}$  względem współrzędnej obwodowej i oba pomiary przy użyciu  $l_{gw}$  wykazują brak związku liniowego z nośnością względną. Dodatkowo można zauważyć, że współczynnik korelacji dla pomiaru obwodowego przy użyciu  $l_{gw}$  ma wartość dodatnią. Wskazywałoby to, że wraz ze wzrostem wartości parametru jakości  $U_{0w,\varphi}$  wzrasta również nośność powłoki. Przeprowadzono jeszcze jeden test korelacji, w którym sprawdzono czy występuje liniowy związek pomiędzy klasą jakości wykonania powłoki a jej nośnością. Klasę jakości wykonania ustalono na podstawie maksymalnego parametru jakości  $U_{0x/w,h/\varphi}$  otrzymanego z pomiarów. Uzyskano przy tym wartość współczynnika korelacji  $r_s = -0,4107$ , zatem występuje pomiędzy nimi słaba zależność liniowa.

W podrozdziale 2.4.3 została przedstawiona procedura normowa wyznaczania nośności powłoki na podstawie jej klasy jakości wykonania. Model zaproponowany w normie ma charakter schodkowy, a więc powłoka wykazuje określoną nośność, która jest stała na

przedziałach względem klas. Uzyskane w analizie GMNIA nośności powłok z imperfekcjami zestawiono dla porównania z nośnością uzyskaną w analitycznej procedurze normowej na rysunku 4-23. Na wykresie nie można łatwo zauważyć powiązania pomiędzy nośnością powłoki wyznaczoną w analizie GMNIA a jej klasą jakości wykonania. Uzasadnia to otrzymaną niską wartość współczynnika korelacji. Na przedziałach klas można zauważyć, że nośność charakteryzuje się stosunkowo wysoką wariancją. Dla każdej z klas najniższa wartość nośności jest porównywalna i nie pokazuje zależności opadającej. Na rys. 4-23 wyrysowano również wykres nośności powłoki wyznaczonej w procedurze analitycznej. Zgodnie z oczekiwaniami stanowi on bezpieczne oszacowanie nośności, ponieważ w analizie GMNIA nie udało się uzyskać niższej od niego wartości. Kwestią sporną pozostaje jednak stopień odwzorowania danych przez model. Nie jest również uzasadniony pod względem ekonomicznym uzyskany zapas bezpieczeństwa. Jak wcześniej wspomniano, dla części spośród zmierzonych imperfekcji otrzymany parametr jakości wykraczał poza maksymalną wartość przypisaną do klasy C. Spowodowało to brak sklasyfikowania 75 powłok, a więc  $\frac{1}{3}$  z całej zbadanej próby. Na wykresie można zauważyć, że nie cechują się one nośnością znacznie odbiegającą od wyników uzyskanych dla powłok sklasyfikowanych.



Rys. 4-23 Zestawienie nośności powłok z imperfekcjami uzyskanych w analizie GMNIA i w analitycznej procedurze normowej



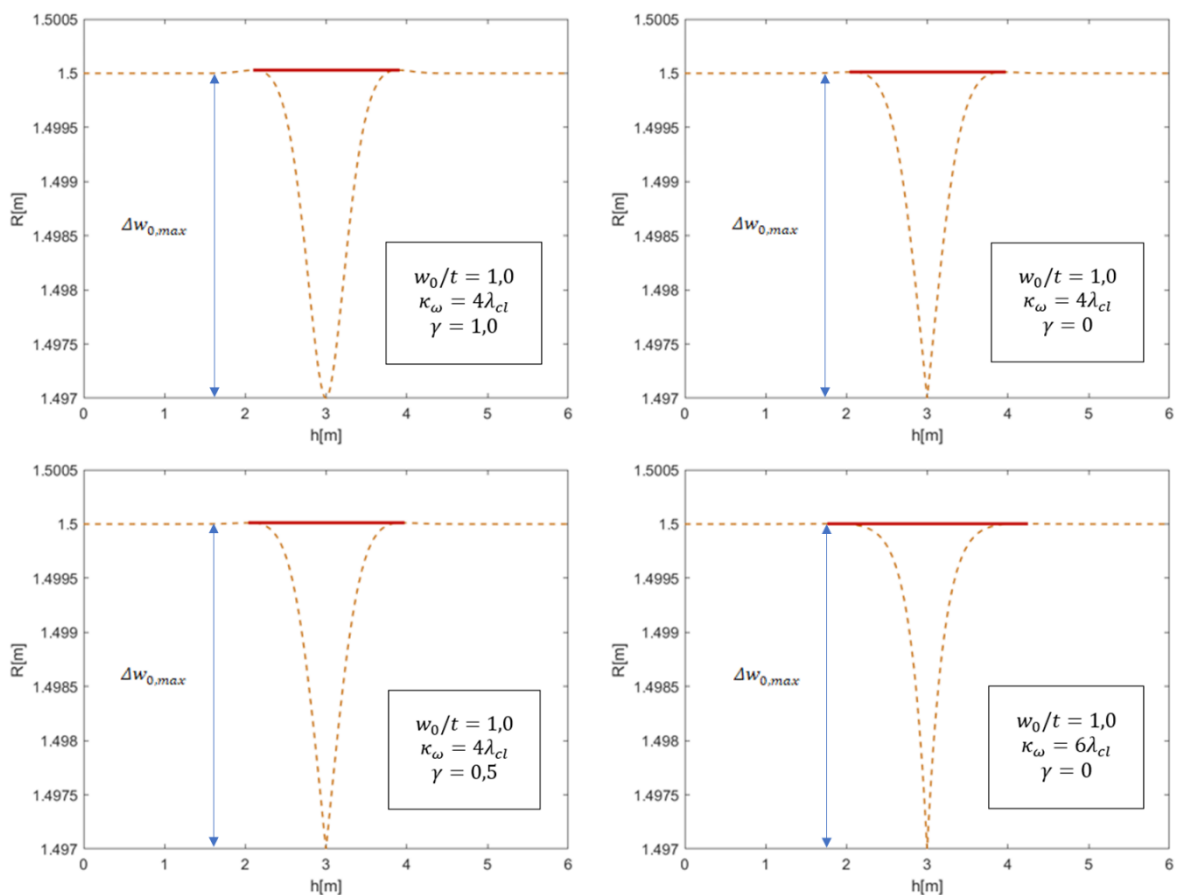
W procesie oceny jakości wykonania powłoki istniejącej zdarzają się przypadki, że zmierzona amplituda imperfekcji nie pozwala na jej klasyfikację. Procedura normowa nie określa w jaki sposób należy postępować w takiej sytuacji. Z tej części badań można wnioskować, że pojedyncza imperfekcja, która powoduje dyskwalifikację powłoki nie zaniża jej nośności w sposób znacznie odbiegający od imperfekcji klasyfikujących. Niejednokrotnie próba zmniejszenia amplitudy imperfekcji poprzez doginanie powłoki w istniejącej konstrukcji jest niemożliwa do wykonania ze względu na trudność dostępu do miejsca zdeformowanego lub wiąże się ze znacznymi dodatkowymi kosztami. W takim przypadku konieczne jest wypracowanie procedury postępowania, która pozwoli ocenić, jaki jest rzeczywisty wpływ imperfekcji poza klasą normową na nośność powłoki. W postępowaniu inżynierskim czasem podejmuje się próbę oceny nośności wprowadzając do modelu numerycznego zaobserwowaną deformację. Niezbędny jest wtedy dokładny pomiar miejsca, w którym występuje imperfekcja. Zmierzoną geometrię powłoki wprowadza się następnie do programu numerycznego i przeprowadza szereg analiz nieliniowych. Takie postępowanie ułatwia podjęcie decyzji, czy zdeformowana powłoka jest w stanie bezpiecznie przenieść obciążenia oddziaływujące w trakcie jej eksploatacji. Nie ma jednak jednoznacznych badań, które pozwalają ocenić, czy takie postępowanie jest bezpieczne [73]. Z drugiej strony w kontekście przeprowadzonych badań dyskwalifikacja powłoki na podstawie lokalnie zmierzonej pojedynczej imperfekcji nie jest uzasadniona. Zaproponowany w poprzednim podrozdziale model regresji nieliniowej może posłużyć do oceny wpływu lokalnej imperfekcji na nośność powłoki równomiernie podpartej o współczynniku  $R/t = 500$ . Chcąc uzyskać szerszy zakres stosowania metody należałoby przeprowadzić dodatkowe badania dla powłok o zróżnicowanej smukłości.

Zaletą badań z wykorzystaniem przymiaru geometrycznego jest łatwość ich przeprowadzenia w warunkach polowych. Prowadzą one jednak do zbyt dużego uproszczenia kształtu imperfekcji. Do jej opisu wykorzystana jest jedynie amplituda przy ustalonej długości obwodowej i osiowej. W skutek tej symplifikacji w badanej próbie powłok nie można znaleźć silnej zależności pomiędzy ustaloną jakością wykonania powłoki a jej nośnością. Zdecydowanie silniejszy wpływ na nośność wykazuje sama amplituda imperfekcji liczona względem powierzchni środkowej, co przedstawiono w punkcie 4.6.2 tej pracy. Jak wcześniej wspomniano powłoka wykonana stanowi pewną wypadkową wszystkich imperfekcji w niej występujących a założonym kształtem cylindrycznym. Znalezienie powierzchni środkowej w takim przypadku jest bardzo trudnym zadaniem. Na potrzeby projektowania lub ekspertyzy bardzo rzadko zdarza się zlecenie dokładnego skanu laserowego całej powłoki, ale nawet posiadając takie wyniki

ciężko jest określić jej położenie. Chcąc zastosować model regresji opisany równaniem (4.52) do oceny nośności konieczne jest opracowanie metody pomiaru imperfekcji lokalnej, która będzie możliwa do zastosowania w warunkach polowych i przy okazji nie będzie zbyt skomplikowana.

#### 4.6.4 Autorska metoda pomiaru imperfekcji lokalnej

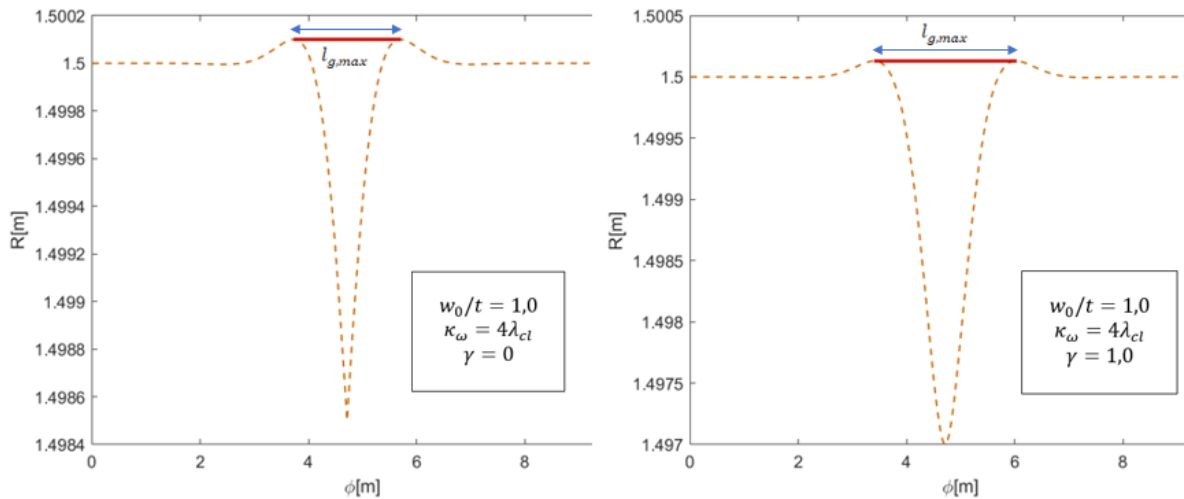
W tym podrozdziale zostanie zaprezentowana metoda pomiaru imperfekcji lokalnej, która opiera się na dwóch pomiarach względem współrzędnej obwodowej i osiowej. Po zidentyfikowaniu miejsca, w którym odchyłka przybiera swoją wartość maksymalną należy wyznaczyć jej amplitudę. Do tego celu należy posłużyć się prostą łata, której długość obejmuje całą długość osiową imperfekcji jak zostało to przedstawione na przykładach na rysunku 4-24. Pomiaru należy dokonać w punkcie, gdzie odchyłka przyjmuje swoją największą wartość.



Rys. 4-24 Przykładowe pomiary amplitudy imperfekcji względem współrzędnej osiowej

Po dokonaniu pomiaru amplitudy imperfekcji należy zmierzyć jej długość obwodową. W tym celu należy posłużyć się linijką, której promień krzywizny jest równy promieniowi założonej

powierzchni środkowej powłoki. Długość linijki nie powinna przekraczać 2,63 m, ponieważ badania przeprowadzano na imperfekcjach, których długość nie przekracza tej wartości. Linijkę należy przyłożyć do powłoki prostopadle do uprzednio dokonanego pomiaru osiowego. Środek linijki powinien znajdować się w miejscu odczytu amplitudy imperfekcji. Należy dokonać odczytu długości obwodowej imperfekcji zgodnie z przykładami przedstawionymi na rysunku 4-25.



Rys. 4-25 Przykładowe pomiary długości obwodowej imperfekcji

Pomiary pozwalają na uzyskanie dwóch wartości:

- $\Delta w_{0,max}$  – amplituda imperfekcji mierzona względem współrzędnej osiowej,
- $l_{g,max}$  – maksymalna długość obwodowa imperfekcji.

Te wartości są silnie związane z wartościami  $\frac{w_0}{t}$  i  $\kappa_\varphi$ , które można znaleźć we wzorze (4.52). Posiadając ten zestaw informacji można skonstruować model regresji analogiczny do przedstawionego w punkcie 4.6.2, który pozwoli na oszacowanie nośności powłoki przy użyciu wartości  $\Delta w_{0,max}$  i  $l_{g,max}$ .

#### 4.6.5 Oszacowanie nośności powłoki walcowej na podstawie autorskiej metody pomiaru imperfekcji lokalnej

W celu znalezienia nieliniowej zależności pomiędzy  $\Delta w_{0,max}$  i  $l_{g,max}$ , a nośnością względną powłoki  $\sigma_{GMNIA}/\sigma_{cl}$  przeprowadzono procedurę postępowania analogiczną do procedury z punktu 4.6.2. W pierwszej kolejności dokonano pomiaru każdej imperfekcji zgodnie z procedurą zaprezentowaną w punkcie 4.6.4. Do tego celu stworzony został skrypt

w programie Matlab. Pozwolił on na zbadanie wszystkich 225 kształtów imperfekcji pod kątem pomiarów  $\Delta w_{0,max}$  i  $l_{g,max}$ , dla których wyznaczono nośność w analizie GMNIA. W następnej kolejności zbadano korelację pomiędzy wartościami  $\Delta w_{0,max}$  i  $l_{g,max}$  a nośnością powłoki. Wyniki korelacji zostały przedstawione w tabeli 4-10. Zgodnie z oczekiwaniami widać silną korelację pomiędzy nośnością powłoki a wartością amplitudy imperfekcji. Świadczy to o silnym związku liniowym pomiędzy nośnością powłoki a uzyskaną z zaproponowanych pomiarów wartością amplitudy imperfekcji. Korelacja pomiędzy nośnością a długością obwodową imperfekcji jest słaba o czym świadczy niewielka wartość współczynnika. Efekt ten jednak jest w dalszym ciągu zauważalny i zostanie uwzględniony w modelu regresji.

Tabela 4-10 Współczynniki korelacji  $\Delta w_{0,max}$ ,  $l_{g,max}$  i  $\sigma_{GMNIA}/\sigma_{cl}$

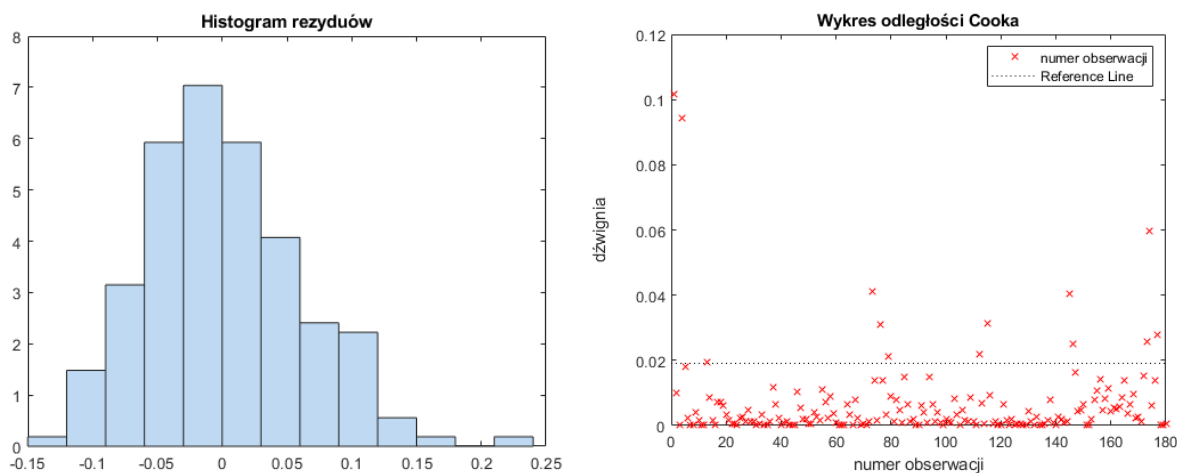
	$\Delta w_{0,max}$	$l_{g,max}$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$
$\Delta w_{0,max}$	1	0	-0,8618
$l_{g,max}$	0	1	-0,1634
$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$	-0,8618	-0,1634	1

Postać modelu regresji założono analogicznie do wzoru (4.50). Wartości  $\frac{w_0}{t}$  i  $\kappa_\varphi$  zostały odpowiednio zastąpione przez  $\frac{\Delta w_{0,max}}{t}$  i  $l_{g,max}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = & \beta_1 + \beta_2 \frac{\Delta w_{0,max}}{t} \cdot l_{g,max} + \beta_3 \frac{\Delta w_{0,max}}{t} e^{-\beta_4 \frac{\Delta w_{0,max}}{t}} \\ & + \beta_5 l_{g,max} e^{-\beta_6 l_{g,max}}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

W programie Matlab zastosowano algorytm Levenberg-Marquardta najmniejszych kwadratów [151] w celu uzyskania współczynników równania regresji. W pierwszym procesie iteracyjnym uzyskano współczynnik dopasowania modelu  $r^2 = 0.88$ . Nie jest to dostateczny współczynnik odwzorowania danych przez model, dlatego podjęto decyzję o dalszej analizie danych wejściowych. Przeanalizowany został histogram rezyduów regresji, który pozwolił stwierdzić, że istnieją w obserwacjach wartości odstające. W kolejnym kroku przeprowadzono analizę dźwigni Cooka [152], która pozwoliła na zidentyfikowanie konkretnych wartości odstających w zbadanej próbie. Zdecydowano się na wyeliminowanie wartości odstających, ponieważ obciążają one wartości współczynników regresji. Na wykresie odległości Cooka wyrysowano

standardową linię odniesienia, którą obliczono ze wzoru:  $3 \cdot \sum_n CD_n / n$ , gdzie  $CD_n$  to odległość Cooka dla  $n$ -tego pomiaru, a  $n$  to liczba pomiarów. Pomiarzy, dla których odległość Cooka przekracza linię odniesienia zostały wykluczone z dalszych analiz. Wyniki przeprowadzonych analiz zestawiono na rysunku 4-26.



Rys.4-26 Wstępna analiza statystyczna jakości modelu regresji nieliniowej

Po wykluczeniu wartości odstających ponownie obliczono współczynniki regresji dla wzoru (4.53), otrzymując wartości przedstawione w tabeli 4-11.

Tabela 4-11 Statystyki parametrów modelu regresji nieliniowej

$\beta_i$	Estymacja [-]	SE [-]	tStat [-]	p-Value [-]
$\beta_1$	1,081	0,025	44,049	2,74E-96
$\beta_2$	-0,058	0,014	-4,066	7,24E-05
$\beta_3$	-0,994	0,088	-11,320	1,29E-22
$\beta_4$	0,915	0,074	12,376	1,22E-25
$\beta_5$	-0,471	0,076	-6,201	3,97E-09
$\beta_6$	0,919	0,078	11,733	8,59E-24

W tabeli przedstawiono wartość błędu standardowego SE i statystykę testową tStat. Błąd standardowy przyjmuje stosunkowo niewielką wartość w porównaniu do wartości poszczególnych współczynników regresji. Zakłada się, że statystyka testowa ma rozkład t-Studenta o stopniach swobody równym liczebność próby – 2, stąd można wyznaczyć wartość p (p – Value), której wartość zestawiono w tabeli 4-11 dla każdego współczynnika regresji. W przypadku testowania istotności współczynników regresji nieliniowej założono standardową wartość współczynnika istotności  $\alpha_i = 0.05$ . Porównując go z otrzymanymi wartościami p

w tabeli 4-11 można zauważyć, że każdy współczynnik regresji spełnia warunek istotności. Dla uzyskanych parametrów model przyjmuje postać:

$$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = 1,081 - 0,058 \frac{\Delta w_{0,max}}{t} \cdot l_{g,max} - 0,994 \frac{\Delta w_{0,max}}{t} e^{-0,915 \frac{\Delta w_{0,max}}{t}} - 0,471 l_{g,max} e^{-0,919 l_{g,max}}, \quad (4.54)$$

w którym  $\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$  jest względną wartością nośności powłoki,  $\Delta w_{0,max}/t$  jest amplitudą imperfekcji wynikającą z pomiaru przedstawionego w punkcie 4.6.4 względem grubości powłoki, a  $l_{g,max}$  jest zmierzoną długością obwodową imperfekcji. Dla uzyskanego modelu współczynnik  $r^2 = 0,91$ , natomiast wartość  $p = 9,71e - 84$ , co wskazuje, że przy założonym równaniu regresji nie uda się uzyskać współczynnika  $r^2$  bliższego jedności.

Chcąc otrzymać „dolne” oszacowanie nośności, na współczynnik regresji narzucono przedział ufności 95%,  $\alpha_i = 0.05$ . W celu uzyskania współczynników równania dla zadanych przedziałów ufności, posłużono się ponownie programem Matlab. Pozwala on na wyznaczenie wartości współczynników z wykorzystaniem metody Walda [153] przy założonym współczynniku ufności  $\alpha_i$ . Dla zadanego współczynnika ufności  $\alpha_i = 0.05$  uzyskano wyniki przedstawione w tabeli 4-12.

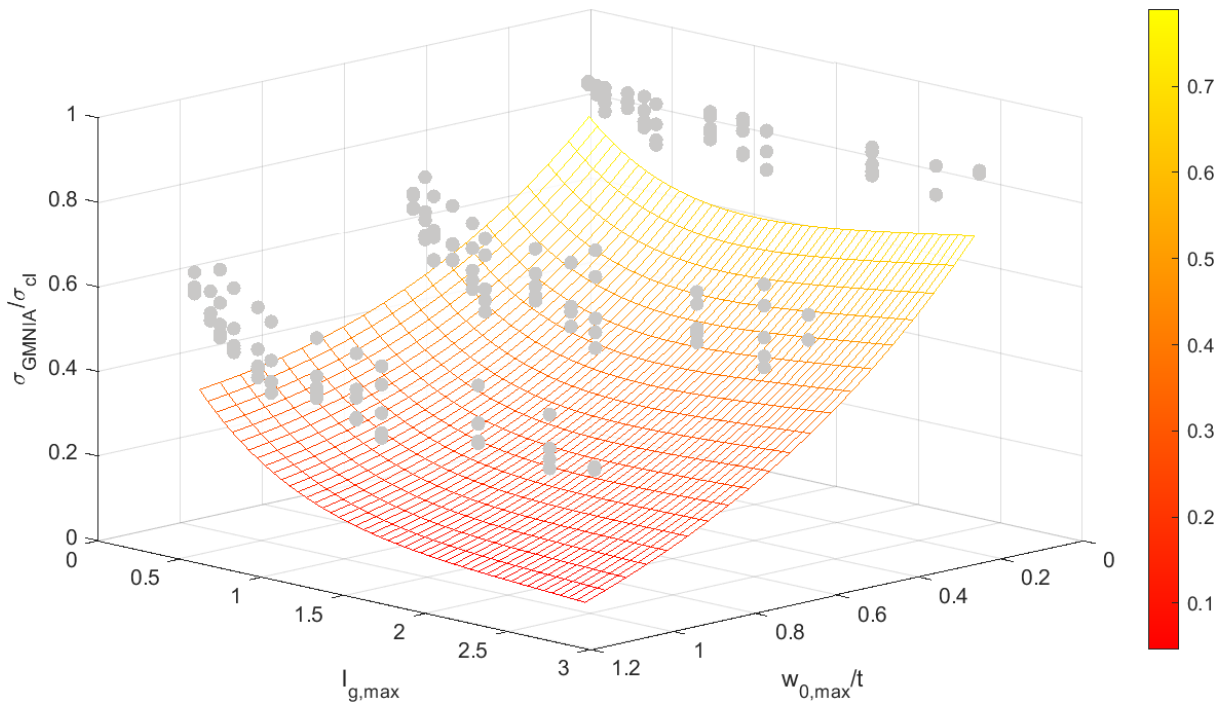
Tabela 4-12 Przedziały ufności parametrów regresji nieliniowej modelu

$\beta_i$	„dolny” przedział [-]	„górnny” przedział [-]
$\beta_1$	1,024	1,111
$\beta_2$	-0,099	-0,045
$\beta_3$	-1,143	-0,838
$\beta_4$	0,783	1,043
$\beta_5$	-0,595	-0,303
$\beta_6$	0,832	1,168

Uzyskano dolne oszacowanie nośności powłoki poprzez podstawienie wartości z tabeli 4-12 do wzoru (4.54). Ostateczna postać wzoru pozwalająca wyznaczyć nośność powłoki wykorzystując pomiary powłoki dokonane zgodnie z punktem 4.6.4 jest następująca:

$$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = 1,024 - 0,099 \frac{\Delta w_{0,max}}{t} \cdot l_{g,max} - 1,143 \frac{\Delta w_{0,max}}{t} e^{-0,783 \frac{\Delta w_{0,max}}{t}} - 0,595 l_{g,max} e^{-0,832 l_{g,max}}. \quad (4.55)$$

Obliczoną w ten sposób powierzchnię wraz z uzyskanymi wynikami analiz z wykluczeniem elementów odstających przedstawiono na rysunku 4-27. Uzyskany wzór może posłużyć jako oszacowanie nośności powłoki na podstawie pomiarów połowych wykonanych zgodnie z procedurą przedstawioną w punkcie 4.6.4. Wzór powinien być stosowany dla powłoki podpartej i obciążonej równomiernie o współczynniku  $R/t = 1/500$ . W celu uogólnienia metody należałoby przeprowadzić dalsze badania, które zweryfikują zadaną hipotezę dla innych wartości smukłości powłok walcowych.



Rys. 4-27 Wyniki analiz GMNIA dla powłok z imperfekcjami z naniesioną powierzchnią regresji nieliniowej stanowiącą oszacowanie nośności na podstawie zmierzonych wartości

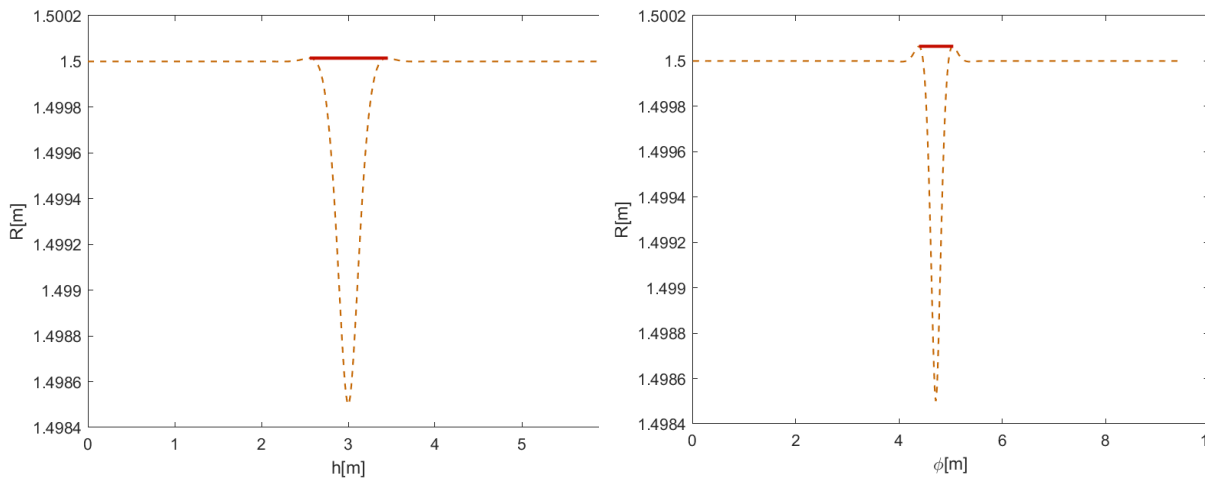
$$\Delta w_{0,max} \text{ i } l_{g,max}$$

Na rysunku 4-27 można wyraźnie zauważyć, że wraz ze wzrostem amplitudy zmierzonej imperfekcji spada nośność powłoki. Długość obwodowa imperfekcji wynikająca z pomiaru ma na nią drugorzędny wpływ, jednak nie jest on pomijalny w przypadku stwierdzenia znacznych wartości  $l_{g,max}$ . Zaproponowana procedura pomiaru imperfekcji lokalnej daje informacje konieczne do zastosowania wzoru (4.55) do oszacowania nośności powłoki. Znaczna część imperfekcji, które rozpatrywane były w modelach powodowała ich wykroczenie poza klasy tolerancji wymiarowych proponowanych przez normę [N1]. Można było przy tym zauważyć, że w analizie GMNIA ich nośność nie odbiega znacząco od powłok klasyfikowanych, ale pomimo to procedura normowa nie pozwalała na oszacowanie ich nośności. Zaproponowany

wzór pozwala na wyznaczenie nośności takich powłok, a więc potencjalnie może być szerzej stosowany.

#### Przykład obliczeniowy 4

W powłoce o promieniu  $R = 1,5$  m, grubości ścianki  $t = 0,003$  m i wysokości  $h = 6,0$  m zaobserwowano imperfekcję, której geometrię wyrysowano na rys. 4-28. Powłoka jest podparta i obciążona równomiernie. Należy dokonać oceny jej nośności przy zadanych warunkach brzegowych.



Rys. 4-28 Rysunek poglądowy zaobserwowanej imperfekcji dla przykładu obliczeniowego 4

W pierwszej kolejności dokonano pomiarów geometrii imperfekcji zgodnie z procedurą przedstawioną w punkcie 4.6.4. Na rysunku 4-28 czerwoną linią zostały zaznaczone miejsca przykładania linijki względem współrzędnej osiowej i obwodowej. Najpierw dokonano odczytu wartości amplitudy imperfekcji. W tym celu prosta łąta o długości 2m została przyłożona do powierzchni powłoki i dokonano odczytu wartości maksymalnej odchyłki. Odczytana wartość wynosi  $\Delta w_{0,max} = 0,0015$  m. W kolejnym kroku do powłoki została przyłożona linijka o promieniu krzywizny równemu  $R = 1,5$  m. Jej środek znajduje się w miejscu, gdzie dokonano odczytu maksymalnej wartości odchyłki. Przy jej pomocy dokonano odczytu długości obwodowej imperfekcji zgodnie ze schematem na rysunku 4-28. Odczytana długość wynosi  $l_{g,max} = 0,6612$  m. Posiadając komplet informacji podstawiono otrzymane wartości pomiarów do wzoru (4.55) otrzymując:

$$\frac{\sigma_{gr.}}{\sigma_{cl}} = 1,024 - 0,099 \frac{0,0015}{0,003} \cdot 0,6612 - 1,143 \frac{0,0015}{0,003} e^{-0,783 \frac{0,0015}{0,003}} - 0,595$$

$$\cdot 0,6612 e^{-0,832 \cdot 0,6612} = 1,025 - 0,033 - 0,386 - 0,227 = 0,379$$



Aby otrzymać wartość naprężeń granicznych należy przemnożyć otrzymaną wartość przez naprężenia krytyczne obliczane na podstawie wzoru 2.1  $\sigma_{cl} \approx 0.605 \frac{Et}{R} = 254.1 \text{ kPa}$ , stąd wartość naprężeń krytycznych wynosi:

$$\sigma_{gr.} = 96,34 \text{ MPa.}$$

Otrzymaną wartość naprężeń granicznych można następnie porównać z wynikiem otrzymanym w procedurze analitycznej proponowanej w normie [N1]. W pierwszej kolejności dokonano oceny jakości wykonania powłoki stosując przymiary normowe. Decydujący okazał się pomiar z wykorzystaniem przymiaru o długości  $l_{gx}$  względem współrzędnej osiowej, ponieważ dał on największą wartość parametru jakości. Parametr jakości wykonania przyjął dla niego wartość  $U_{0,x} = 0,00263$ , co pozwoliło na sklasyfikowanie powłoki do klasy A. Wykonano następnie procedurę analityczną analogiczną do procedury przedstawionej w Przykładzie 1 otrzymując wartość granicznych naprężeń charakterystycznych równą:

$$\sigma_{x,Rk} = 55,35 \text{ MPa.}$$

W zaprezentowanym przykładzie posłużono się imperfekcją, której geometria była już wcześniej analizowana. Imperfekcja ma następujące parametry geometryczne stosowane w równaniu (4.6):  $\kappa_{\omega} = 2$ ;  $\kappa_{\varphi} = 1$ ;  $\frac{w_0}{t} = 0,5$ ;  $\gamma = 1$ . Dla powłoki z tą deformacją wstępną przeprowadzono analizę GMNIA i otrzymano graniczną wartość naprężeń równą  $\sigma_{GMNIA} = 0,47959 \cdot \sigma_{cl} = 121,91 \text{ MPa}$ .

Biorąc za wartość odniesienia wyniki analizy GMNIA, oszacowanie nośności powłoki przy pomocy autorskiej procedury daje wyniki bliższy niż procedura analityczna zaproponowana w normie. W dalszym ciągu jednak wartość nośności jest zaniżona o 21%. Jest to za sprawą przyjętej niskiej wartości współczynnika ufności  $\alpha_i = 0,05$ , który pozwala uzyskać bezpieczną estymację na przedziale ufności. Wartość nośności otrzymana w procedurze normowej pomimo sklasyfikowania powłoki do najwyższej klasy jakości wykonania daje wynik zdecydowanie niższy niż pozostałe zastosowane metody. Stosując procedurę normową do rozpatrywanych imperfekcji zawsze otrzymujemy bezpieczną wartość nośności niezależnie od kształtu odchyłki, na który składają parametry zawarte w równaniu (4.6). Pomiary normowe, w świetle przedstawionych badań, pozwalają na prawidłowe zmierzenie niewielkiego zakresu geometrii imperfekcji. Prawdopodobnie w wyniku błędu ekstrapolacji lokalnego pomiaru, który sam w sobie obarczony jest błędem, w stosunku do całej geometrii wyjściowej powłoki nie jesteśmy w stanie otrzymać poprawnego oszacowania nośności. W takim przypadku stosowanie

procedury normowej okazuje się być nieekonomiczne i zaleca się przeprowadzenie analizy GMNIA lub skorzystanie ze wzoru (4.55).

W tej części pracy badaniom podlegało 225 zróżnicowanych geometrii imperfekcji. Spośród nich  $\frac{1}{3}$  powodowała brak sklasyfikowania powłoki względem wytycznych normy PN-EN 1993-1-6 [N1]. W takich przypadkach nie jest możliwe przeprowadzenie procedury analitycznej i należy posłużyć się inną metodą, która pozwoli ocenić, czy wykonana konstrukcja jest w stanie bezpiecznie przenosić obciążenia w czasie jej eksploatacji. Jak można zaobserwować na rysunku 4-23, wartości nośności uzyskane przy zastosowaniu wzorów z normy są zdecydowanie niższe od tych wynikających z analizy GMNIA, nawet dla powłok niesklasyfikowanych. W takich wypadkach dla celów poglądowych zaleca się zastosowanie przedstawionej w tej pracy procedury pomiarowej i powiązanej z nią oceny nośności z zastosowaniem wzoru (4.55).

W tej części badań do modelu powłoki wprowadzona została pojedyncza imperfekcja. Rzeczywiste konstrukcje znacznie bardziej odbiegają od idealnego kształtu cylindrycznego. W wykonanej powłoce znajduje się wiele imperfekcji będących ze sobą w interakcji, czego efektem jest wypadkowa geometria wyjściowa. Pokazana procedura pomiarowa może pozwolić na uzyskanie wartości nośności w przypadku, gdy w powłoce istniejącej zostanie zaobserwowana imperfekcja wykraczająca poza klasę normową. Innym przypadkiem zastosowania jest sytuacja, w której procedura normowa powoduje zniżenie wartości nośności powłoki po jej sklasyfikowaniu na podstawie pomiarów połowych. Każda z opisanych okoliczności ma miejsce po wykonaniu konstrukcji. Proces projektowania konstrukcji jest sytuacją znacznie bardziej złożoną ze względu na brak możliwości określenia geometrii powłoki zanim ona powstanie. W następnym etapie badań sprawdzony zostanie wpływ analizowanych imperfekcji lokalnych na nośność powłoki według równania (4.6) w porównaniu do innych rozkładów deformacji wstępnych pochodzących z literatury. Ma to na celu sprawdzenie, czy przedstawiona metoda może również posłużyć do celów bezpiecznego projektowania konstrukcji. Zgodnie z zapisem, który możemy znaleźć w normie [N1] w procesie projektowania poszukiwany jest możliwie najgorszy rozkład imperfekcji. Porównanie zaproponowanego modelu deformacji wstępnej z równania (4.6) z innymi modelami imperfekcji pozwoli stwierdzić, czy powoduje ona największe obniżenie nośności.

#### **4.7 Analiza GMNIA powłoki z imperfekcjami przyjmowanymi z form własnych**

W normie PN-EN 1993-1-6 [N1] możemy znaleźć zapis, który mówi, że gdy brakuje innych przesłanek należy rozpatrywać imperfekcje, których kształt wynika z liniowo-sprężystej analizy wyboczeniowej (LBA). Jak można było to zauważyć w podrozdziale 4.4.2 niniejszej pracy, formy własne stanowią potencjalnie nieskończony zbiór uszeregowany w kolejności rosnącej pod względem wartości krytycznej obciążenia. Zazwyczaj w praktyce projektowej rozpatruje się kilka pierwszych form własnych z analizy LBA. Norma [N1] nie uściśla jaka liczba kształtów imperfekcji jest dostateczna w analizach. Można w niej jedynie znaleźć zapis, który mówi, że należy rozpatrzyć dostateczną ich ilość. Formy własne mogą różnić się w zależności od siatkowania modelu, więc przy tych samych parametrach fizycznych możemy otrzymać inne deformacje służące jako potencjalne kształty imperfekcji w analizach. Rozwiązania uzyskane metodą elementów skończonych są obarczone błędem związanym z dyskretyzacją. Na rozwiązanie mają wpływ warunki brzegowe, które powodują, że wygenerowane z analiz formy własne odbiegają od form uzyskanych z rozwiązań analitycznych. W niniejszej pracy zostanie przedstawiona propozycja systematyzacji, jakie formy własne należy rozpatrzyć w modelach numerycznych jako deformacje wstępne.

Rozwiązanie zgodne z teorią klasyczną obejmuje formy własne, których deformacja osiowa i obwodowa jest funkcją sinusoidalną równomierną w całym obszarze. W ogólnym wypadku można ją opisać wzorem:

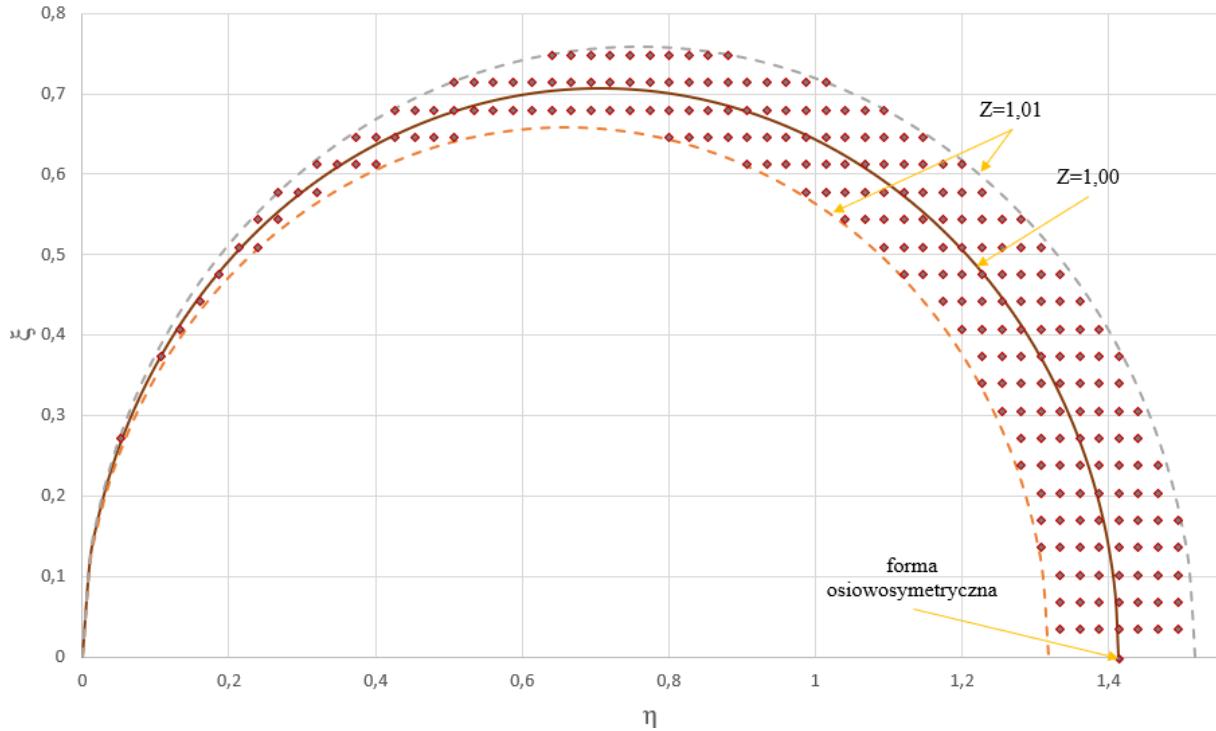
$$\delta = \delta_0 \sin(\pi x/l) \cdot \sin(\pi \theta/b), \quad (4.56)$$

gdzie  $\delta$  oznacza deformację,  $x$ ;  $\theta$  są odpowiednio współrzędnymi osiową i obwodową, a  $l$  i  $b$  są odpowiednio długością fali wyboczeniowej w kierunku osiowym i obwodowym, które zostaną dokładnie opisane w dalszej części tego podrozdziału. Spośród tego nieskończonego zbioru można wyodrębnić rozwiązania, którym towarzyszy najmniejsza wartość naprężeń krytycznych. Są to rozwiązania leżące na kole Koitera [14], które dla powłoki o nieskończonej długości stanowią obszar ciągły. Biorąc pod uwagę warunki brzegowe na obu końcach powłoki, nie ma możliwości otrzymania wszystkich form wyboczenia wynikających z klasycznej teorii. Rozwiązania przyjmują formę punktów tworzących równomierną siatkę na przestrzeni  $\xi; \eta$  z rysunku 2-3. Wynikają one z podziału wysokości i długości powłoki na równe części będące wielokrotnością liczb całkowitych, co powoduje równomierny rozkład fal wyboczeniowych na całej powierzchni powłoki. W dalszym ciągu mamy jednak do czynienia z nieskończoną ilością rozwiązań, które mogą posłużyć jako deformacje wstępne. Należy zatem dokonać kolejnych

założeń by zmniejszyć ten zbiór. Rozwiązania, które leżą na kole Koitera cechują się najmniejszą siłą krytyczną, a więc te powinny być brane pod uwagę w pierwszej kolejności. Oczywistym rozwiązaniem, które należy rozpatrzeć jest punkt przecięcia koła Koitera z osią  $\eta = 0$ . Otrzymujemy wtedy formę własną w postaci osiowosymetrycznej fali sinusoidalnej. Zakłada się, że poszukiwane wartości charakteryzujące się najmniejszą siłą krytyczną spośród rozwiązań o rozkładzie dwuosiowym  $\xi; \eta$  z rysunku 2-3, powinny się znaleźć w przedziale ograniczonym przez kontur  $Z=1.01$ , który odpowiada dwóm kołom. Podsumowując te informacje można otrzymać zbiór postaci wyboczenia nieosiowosymetrycznego i jedno rozwiązanie osiowosymetryczne, które będą się charakteryzowały określonymi długościami półfali wyboczeniowej wynikającymi z równego podziału powłoki względem współrzędnej obwodowej i południkowej. Przyjmijmy zatem powłokę skończonej długości swobodnie podpartą BC2f, którą rozpatrywano w poprzednich podrozdziałach:

- Promień  $R = 1.5$  m, wysokość  $H = 6.0$  m i grubość ścianki  $t = 0.003$  m,
- $H/R = 4$ ,
- $t/R = 1:500$ .

Model materiału - stali jest sprężysto idealnie plastyczny o module Younga  $E = 210$  GPa i współczynnika Poissona 0,3. Dla powłoki o tej geometrii, koło Koitera i odpowiednio zakres, w którym będą poszukiwane formy wyboczenia został zaznaczony na rysunku 4-29. W ten sposób zostało wyznaczone 241 form wyboczenia nieosiowosymetrycznego i jedna forma osiowosymetryczna. Formy własne, które wybrano do dalszych analiz zostały zaznaczone na rysunku 4-29.



Rys. 4-29 Wybrane formy własne z przedziału dla kół Koitera  $Z = 1,01$

Wartości  $\xi; \eta$  na wykresie są względnymi współrzędnymi osiową i obwodową zgodnie ze wzorami:

$$\xi = \frac{\lambda_0}{l}; \eta = \frac{\lambda_0}{b}, \quad (4.57)$$

gdzie  $l$  i  $b$  są odpowiednio długością fali wyboczeniowej w kierunku osiowym i obwodowym wynikającym z równego podziału powłoki, stąd:

$$l = \frac{h}{m}; b = \frac{2\pi R}{n}. \quad (4.58)$$

Wartości  $m$  i  $n$  są dodatnimi liczbami całkowitym, które należy interpretować jako liczbę fal wyboczeniowych w kierunku osiowym i obwodowym. Wybrane formy własne zestawiono w tabeli 4-13 w zależności od liczby fal wyboczeniowych na kierunku osiowym i obwodowym wynikającej z równomiernego podziału.

Tabela 4-13 Zestawienie nośności powłoki z imperfekcjami pochodzącymi z form własnych pod względem liczby fal wyboczeniowych w kierunku osiowym i obwodowym

No.	$m$	$n$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$	No.	$m$	$n$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$
	[-]	[-]			[-]	[-]	
<b>1</b>	53	0	0,19911	<b>122</b>	44	14	0,37749
<b>2</b>	2	8	0,59194	<b>123</b>	44	15	0,40184
<b>3</b>	4	11	0,48147	<b>124</b>	44	16	0,43572
<b>4</b>	5	12	0,46990	<b>125</b>	44	17	0,48612
<b>5</b>	6	13	0,28922	<b>126</b>	44	18	0,54556
<b>6</b>	7	14	0,32800	<b>127</b>	45	12	0,36650
<b>7</b>	8	15	0,28852	<b>128</b>	45	13	0,37728
<b>8</b>	9	15	0,26712	<b>129</b>	45	14	0,39190
<b>9</b>	9	16	0,24804	<b>130</b>	45	15	0,41614
<b>10</b>	10	16	0,23838	<b>131</b>	45	16	0,45569
<b>11</b>	10	17	0,23561	<b>132</b>	45	17	0,49961
<b>12</b>	11	17	0,23276	<b>133</b>	45	18	0,56400
<b>13</b>	12	17	0,23185	<b>134</b>	46	10	0,35241
<b>14</b>	12	18	0,22905	<b>135</b>	46	11	0,36752
<b>15</b>	13	18	0,23416	<b>136</b>	46	12	0,37974
<b>16</b>	14	18	0,24240	<b>137</b>	46	13	0,39204
<b>17</b>	14	19	0,24149	<b>138</b>	46	14	0,40357
<b>18</b>	15	18	0,24684	<b>139</b>	46	15	0,43196
<b>19</b>	15	19	0,25182	<b>140</b>	46	16	0,46763
<b>20</b>	16	19	0,25995	<b>141</b>	46	17	0,49463
<b>21</b>	16	20	0,26431	<b>142</b>	47	9	0,33723
<b>22</b>	17	19	0,26865	<b>143</b>	47	10	0,36173
<b>23</b>	17	20	0,27629	<b>144</b>	47	11	0,37862
<b>24</b>	18	19	0,28016	<b>145</b>	47	12	0,39469
<b>25</b>	18	20	0,28378	<b>146</b>	47	13	0,40461
<b>26</b>	19	19	0,28620	<b>147</b>	47	14	0,42103
<b>27</b>	19	20	0,29631	<b>148</b>	47	15	0,44519
<b>28</b>	19	21	0,30604	<b>149</b>	47	16	0,48577
<b>29</b>	20	20	0,30436	<b>150</b>	48	7	0,30253
<b>30</b>	20	21	0,31880	<b>151</b>	48	8	0,31402
<b>31</b>	21	20	0,31568	<b>152</b>	48	9	0,34712
<b>32</b>	21	21	0,33189	<b>153</b>	48	10	0,37131
<b>33</b>	22	20	0,32784	<b>154</b>	48	11	0,39076
<b>34</b>	22	21	0,34327	<b>155</b>	48	12	0,40655
<b>35</b>	23	20	0,33679	<b>156</b>	48	13	0,42166
<b>36</b>	23	21	0,35900	<b>157</b>	48	14	0,43276
<b>37</b>	24	20	0,34572	<b>158</b>	48	15	0,46461
<b>38</b>	24	21	0,37050	<b>159</b>	48	16	0,50033
<b>39</b>	24	22	0,39203	<b>160</b>	49	4	0,26429
<b>40</b>	25	20	0,35298	<b>161</b>	49	5	0,28701
<b>41</b>	25	21	0,38620	<b>162</b>	49	6	0,30086
<b>42</b>	25	22	0,40418	<b>163</b>	49	7	0,30977
<b>43</b>	26	20	0,35185	<b>164</b>	49	8	0,32361
<b>44</b>	26	21	0,39868	<b>165</b>	49	9	0,35657
<b>45</b>	26	22	0,42066	<b>166</b>	49	10	0,38066
<b>46</b>	27	20	0,36356	<b>167</b>	49	11	0,40043
<b>47</b>	27	21	0,41240	<b>168</b>	49	12	0,42203
<b>48</b>	27	22	0,43825	<b>169</b>	49	13	0,43455
<b>49</b>	28	20	0,36053	<b>170</b>	49	14	0,45159
<b>50</b>	28	21	0,43083	<b>171</b>	49	15	0,47742
<b>51</b>	28	22	0,45479	<b>172</b>	50	1	0,20934
<b>52</b>	29	20	0,37561	<b>173</b>	50	2	0,25039
<b>53</b>	29	21	0,44676	<b>174</b>	50	3	0,27519

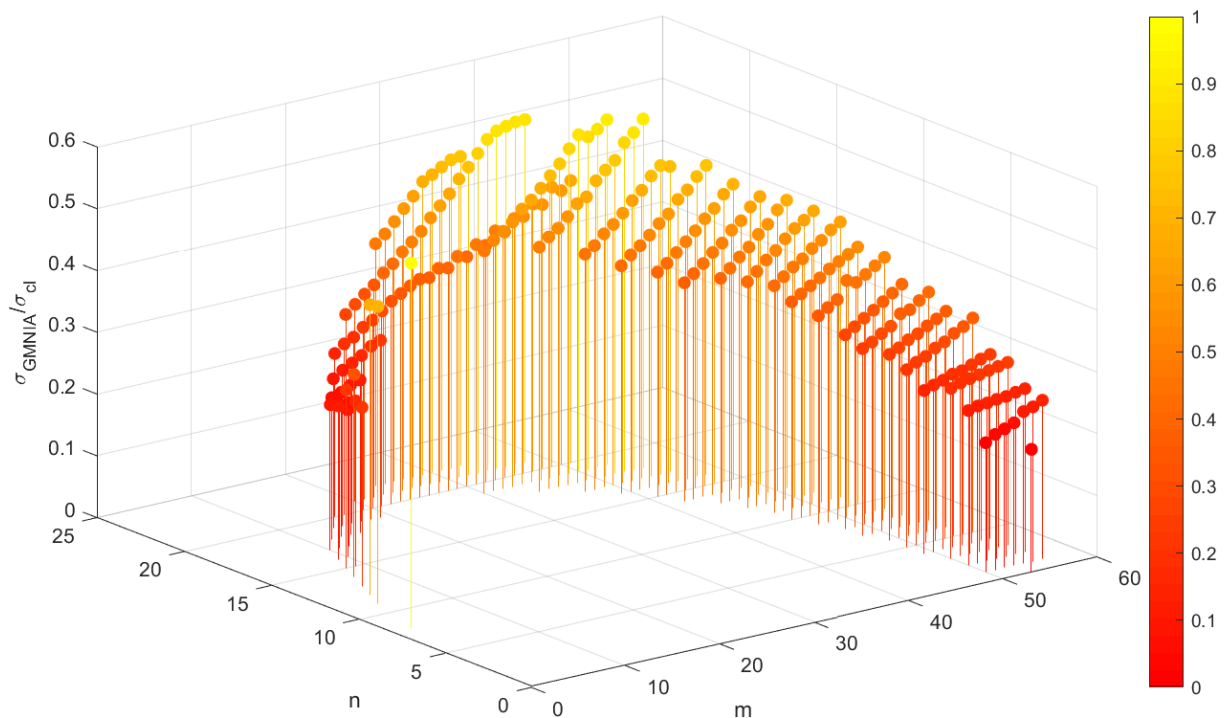
Tabela 4-13 cd. Zestawienie nośności powłoki z imperfekcjami pochodzącymi z form własnych pod względem liczby fal wyboczeniowych w kierunku osiowym i obwodowym

No.	$m$	$n$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$	No.	$m$	$n$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$
	[-]	[-]			[-]	[-]	
<b>54</b>	29	22	0,47487	<b>175</b>	50	4	0,26954
<b>55</b>	30	19	0,39204	<b>176</b>	50	5	0,29566
<b>56</b>	30	20	0,37175	<b>177</b>	50	6	0,30798
<b>57</b>	30	21	0,46262	<b>178</b>	50	7	0,31991
<b>58</b>	30	22	0,48260	<b>179</b>	50	8	0,33384
<b>59</b>	31	19	0,40579	<b>180</b>	50	9	0,38382
<b>60</b>	31	20	0,38793	<b>181</b>	50	10	0,39160
<b>61</b>	31	21	0,48305	<b>182</b>	50	11	0,41372
<b>62</b>	31	22	0,49144	<b>183</b>	50	12	0,43522
<b>63</b>	32	19	0,41685	<b>184</b>	50	13	0,45426
<b>64</b>	32	20	0,38325	<b>185</b>	50	14	0,46486
<b>65</b>	32	21	0,49879	<b>186</b>	51	1	0,21928
<b>66</b>	32	22	0,49956	<b>187</b>	51	2	0,25425
<b>67</b>	33	19	0,42839	<b>188</b>	51	3	0,28040
<b>68</b>	33	20	0,40311	<b>189</b>	51	4	0,27390
<b>69</b>	33	21	0,51747	<b>190</b>	51	5	0,30152
<b>70</b>	33	22	0,50161	<b>191</b>	51	6	0,31741
<b>71</b>	34	18	0,39525	<b>192</b>	51	7	0,32836
<b>72</b>	34	19	0,44570	<b>193</b>	51	8	0,34334
<b>73</b>	34	20	0,39802	<b>194</b>	51	9	0,37731
<b>74</b>	34	21	0,53662	<b>195</b>	51	10	0,40016
<b>75</b>	35	18	0,40816	<b>196</b>	51	11	0,42335
<b>76</b>	35	19	0,45704	<b>197</b>	51	12	0,44519
<b>77</b>	35	20	0,41606	<b>198</b>	51	13	0,46639
<b>78</b>	35	21	0,54689	<b>199</b>	52	1	0,22469
<b>79</b>	36	18	0,41882	<b>200</b>	52	2	0,25557
<b>80</b>	36	19	0,47252	<b>201</b>	52	3	0,28396
<b>81</b>	36	20	0,41581	<b>202</b>	52	4	0,28035
<b>82</b>	36	21	0,55091	<b>203</b>	52	5	0,31141
<b>83</b>	37	17	0,38436	<b>204</b>	52	6	0,32370
<b>84</b>	37	18	0,43403	<b>205</b>	52	7	0,34508
<b>85</b>	37	19	0,48929	<b>206</b>	52	8	0,35358
<b>86</b>	37	20	0,43237	<b>207</b>	52	9	0,38683
<b>87</b>	37	21	0,55420	<b>208</b>	52	10	0,40814
<b>88</b>	38	17	0,39465	<b>209</b>	52	11	0,43681
<b>89</b>	38	18	0,45148	<b>210</b>	52	12	0,45662
<b>90</b>	38	19	0,50502	<b>211</b>	53	1	0,23103
<b>91</b>	38	20	0,42804	<b>212</b>	53	2	0,25794
<b>92</b>	38	21	0,55471	<b>213</b>	53	3	0,28682
<b>93</b>	39	16	0,36947	<b>214</b>	53	4	0,28223
<b>94</b>	39	17	0,41010	<b>215</b>	53	5	0,31799
<b>95</b>	39	18	0,45897	<b>216</b>	53	6	0,33292
<b>96</b>	39	19	0,52588	<b>217</b>	53	7	0,34817
<b>97</b>	39	20	0,45267	<b>218</b>	53	8	0,36406
<b>98</b>	40	16	0,38350	<b>219</b>	53	9	0,39732
<b>99</b>	40	17	0,42198	<b>220</b>	53	10	0,41657
<b>100</b>	40	18	0,48153	<b>221</b>	53	11	0,44613
<b>101</b>	40	19	0,54508	<b>222</b>	54	1	0,24554
<b>102</b>	40	20	0,44358	<b>223</b>	54	2	0,25905
<b>103</b>	41	15	0,36307	<b>224</b>	54	3	0,29011
<b>104</b>	41	16	0,39494	<b>225</b>	54	4	0,28826
<b>105</b>	41	17	0,43649	<b>226</b>	54	5	0,32833
<b>106</b>	41	18	0,49541	<b>227</b>	54	6	0,34062

Tabela 4-13 cd. Zestawienie nośności powłoki z imperfekcjami pochodzącymi z form własnych pod względem liczby fal wyboczeniowych w kierunku osiowym i obwodowym

No.	$m$ [-]	$n$ [-]	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$	No.	$m$ [-]	$n$ [-]	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$
107	41	19	0,53811	228	54	7	0,35943
108	41	20	0,45646	229	54	8	0,37485
109	42	14	0,35342	230	54	9	0,40735
110	42	15	0,37405	231	55	1	0,24981
111	42	16	0,40850	232	55	2	0,26234
112	42	17	0,45345	233	55	3	0,29322
113	42	18	0,50770	234	55	4	0,29415
114	42	19	0,54706	235	55	5	0,33566
115	43	14	0,36475	236	55	6	0,34972
116	43	15	0,38780	237	55	7	0,36960
117	43	16	0,42367	238	56	1	0,25699
118	43	17	0,46660	239	56	2	0,26469
119	43	18	0,53288	240	56	3	0,29621
120	43	19	0,55882	241	56	4	0,29821
121	44	13	0,36444	242	56	5	0,34618

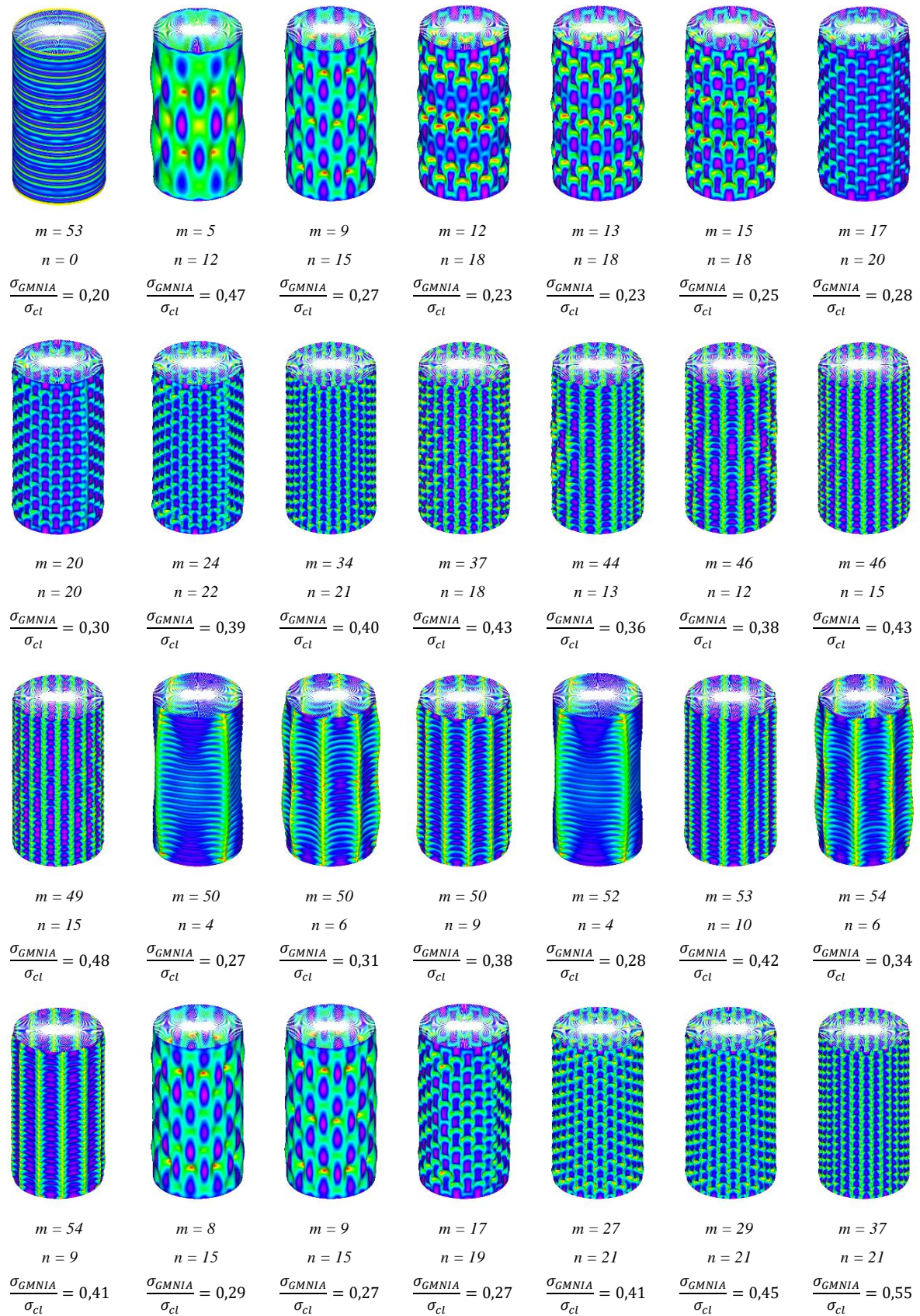
Wszystkie wybrane formy własne zostały przeskalowane do wymiaru imperfekcji  $w_0$ . Uzyskane na podstawie równania (4.56) formy własne zostały bezpośrednio wprowadzone do modelu numerycznego przy pomocy programu komputerowego, który można znaleźć w załączniku A niniejszej pracy.



Rys. 4-30 Zestawienie nośności analizowanej powłoki z imperfekcjami przyjmowanymi z form własnych



*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*



Rys. 4-31 Odształcenia towarzyszące utracie stateczności powłoki z imperfekcjami przyjmowanymi z form własnych

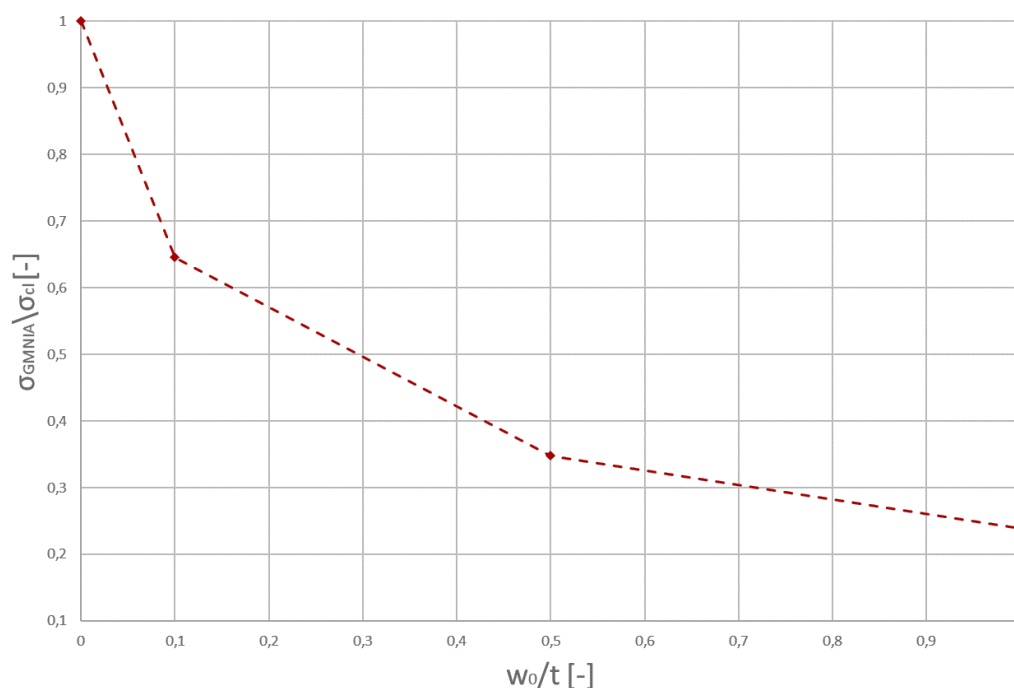
Wyniki analizy LBA mogą różnić się od form własnych pochodzących z rozwiązania analitycznego. Deformacje opisane wzorem (4.56) stanowią ściśle rozwiązanie, a więc nie będą różniły się dla powłok o tej samej geometrii, jak to może mieć miejsce w analizie LBA z powodu różnic w dyskretyzacji zagadnienia. Amplitudę imperfekcji w tym przypadku rozpatrywano jako maksymalną wartość deformacji wstępnej w stosunku do powierzchni środkowej powłoki. Chcąc wybrać deformację, która spowoduje największą utratę nośności powłoki w pierwszej kolejności przeprowadzono obliczenia GMNIA dla wszystkich form własnych przyjmując amplitudę imperfekcji  $\frac{w_0}{t} = 1,5$ . W analizie GMNIA otrzymano dla każdej powłoki z imperfekcjami graniczną wartość obciążenia, którą przedstawiono w tabeli 4-13 i na wykresie na rysunku 4-30.

Dla każdej z powłok z imperfekcjami w analizie GMNIA otrzymano ścieżkę równowagi, z której odczytano wartość maksymalną obciążenia. Dla części wyników odkształcenia towarzyszące utracie stateczności przedstawiono na rysunku 4-31. W każdym z przypadków odczyt wartości granicznej nośności był bezpośredni, powłoka po utracie stateczności nie wykazywała wzmocnienia w fazie pokrytycznej. Najniższą nośność wykazała powłoka, w której zadano imperfekcje w postaci osiowosymetrycznej. Otrzymano dla niej nośność na poziomie  $\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = 0,20$ . Dla zadanych imperfekcji nieosiowosymetrycznych otrzymano porównywalną redukcję nośności przy niskich ilościach fal obwodowych  $n \rightarrow 0$ . Można stąd wnioskować, że imperfekcje zbliżone do formy osiowosymetrycznej będą dawały porównywalne redukcje nośności. Wraz ze wzrostem ilości fal obwodowych imperfekcje nie powodują tak znacznej redukcji nośności powłoki. Dla rozpatrywanego przypadku powłoki podpartej i obciążonej równomiernie do największej redukcji nośności doprowadziła imperfekcja osiowosymetryczna. Nie jest zatem uzasadnione rozpatrywanie imperfekcji w postaciach nieosiowosymetrycznych w obliczeniach inżynierskich dla powłoki o zadanej geometrii i warunkach brzegowych.

Przeprowadzona analiza pokazuje, że do największych redukcji nośności doprowadza imperfekcja pochodząca z osiowosymetrycznej formy własnej. Imperfekcja w tej postaci została wprowadzona do modelu bezpośrednio, jako wynik analitycznego rozwiązania zagadnienia własnego zgodnie z równaniem (4.6). Stosując takie podejście mamy pewność, że dla powłok o zadanej geometrii rozpatrujemy za każdym razem takie same kształty wyboczenia sprężystego. W wyniku analizy LBA może okazać się, że forma osiowosymetryczna nie występuje jako jeden z początkowych wyników. W niektórych przypadkach zdarza się, że

dopiero ekstrakcja blisko tysiąca form własnych w analizie LBA przyniesie oczekiwany wynik w postaci formy osiowosymetrycznej [96]. Pozostaje wtedy pytanie, co należy zrobić z wszystkimi postaciami wyboczenia sprężystego, które potencjalnie można wprowadzić do modelu jako imperfekcje. Zgodnie z zapisem normowym rozpatrzenie dostatecznej ilości imperfekcji wiązałoby się ze znacznym czasem obliczeń. Wszystkie rozpatrywane przypadki poprzedzające formę osiowosymetryczną mają rozkład nieosiowosymetryczny. Zgodnie z wynikami przeprowadzonych badań nie jest konieczne ich rozpatrywanie dla powłoki podpartej i obciążonej równomiernie, ponieważ nie doprowadzą one do tak znacznej redukcji nośności jak imperfekcja osiowosymetryczna. Zaleca się zatem zastosowanie imperfekcji osiowosymetrycznej leżącej na kole Koitera, której rozkład opisany jest równaniem (4.6).

W przeprowadzonych badaniach dokonano identyfikacji imperfekcji pochodzącej z formy własnej, która najbardziej obniża nośność powłoki. Wprowadzając do modelu numerycznego tak otrzymaną imperfekcję należy ją wyskalować, by otrzymać założoną amplitudę deformacji. Dla formy własnej osiowosymetrycznej wraz ze wzrostem amplitudy imperfekcji spada nośność powłoki, co najlepiej obrazuje krzywa wpływu imperfekcji przedstawiona na rysunku 4-32.



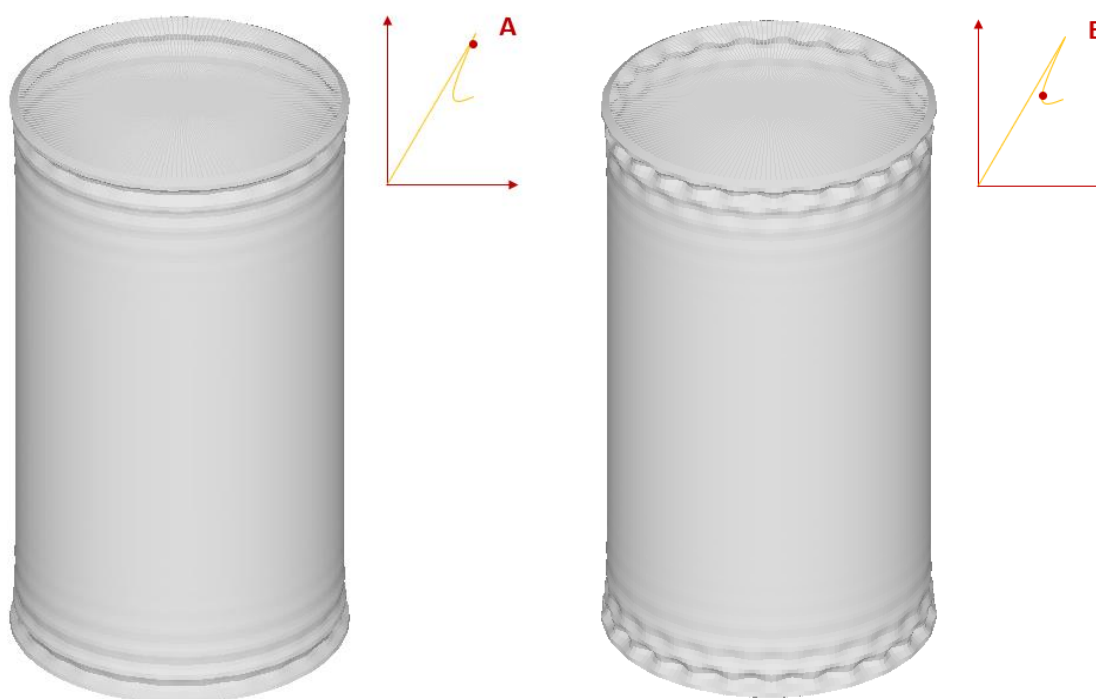
Rys. 4-32 Krzywa wpływu imperfekcji z osiowosymetrycznej formy własnej analizowanej powłoki

Krzywą wpływu imperfekcji otrzymano poprzez dodatkową analizę GMNIA modeli, w których zadane zostały deformacje w postaci osiowosymetrycznej formy własnej o amplitudach  $w_0/t \in \{0,1; 0,5; 1,0\}$ . Tę zależność zauważył już w swojej pracy Koiter [14]. Przepuszczalnie jest to forma imperfekcji, która powoduje największe obniżenie nośności powłoki po wprowadzeniu jej do modelu numerycznego. Regularne sinusoidalne fale są niespotykane w powłokach wykonanych z blachy płaskiej. Stosowane procedury technologiczne nie powodują deformacji zbliżonych swoim kształtem do tej formy własnej, dlatego trudno sobie wyobrazić taki kształt końcowy powłoki jako efekt niezamierzonego działania. W kontekście normy jest jednak uzasadnione jego rozpatrzenie w procesie projektowania, ponieważ spełnia warunki postawione w dwóch punktach. Pierwszy z nich mówi, że jeśli brakuje innych przesłanek to należy w modelu numerycznym rozpatrzyć imperfekcje pochodzące z LBA. Drugi z nich mówi, że poszukiwana jest deformacja, która spowoduje największe obniżenie nośności powłoki. Co do spełnienia drugiego warunku nigdy nie ma się pewności, dlatego poszukiwane są również inne formy imperfekcji, które potencjalnie mogą doprowadzić do większej redukcji nośności.

#### **4.8 Analiza GMNIA powłoki z imperfekcjami pochodzącymi z analizy GNA**

W poprzednim podrozdziale zaprezentowano imperfekcje, które są wynikiem liniowo-sprężystej analizy wybozeniowej. Można było zauważyć, że imperfekcje które wynikają z analizy form utraty stateczności powłoki idealnej prowadzą do znacznego obniżenia jej nośności. W procesie projektowania zgodnie z zapisem normowym należy rozważyć dostateczną ilość różnych form imperfekcji by zidentyfikować te, które powodują największe obniżenie jej nośności. W literaturze znajdują się wzmianki, które wskazują, że ścieżka pokrytyczna może dostarczyć wiele form imperfekcji, które warto rozważyć przy projektowaniu konstrukcji [66,104,149,150]. Uzyskanie ścieżki pokrytycznej nie jest łatwym zadaniem w modelowaniu numerycznym ze względu na dużą niestabilność konstrukcji. Niektóre z dostępnych algorytmów nie pozwalają na uzyskanie ścieżki równowagi statycznej po utracie stateczności powłoki, co zostało przedstawione w podrozdziale 4.5. W celu uzyskania głębokiej fazy pokrytycznej powłoki zalecane jest wykorzystanie analizy nieliniowej, która uwzględnia siły bezwładności w konstrukcji. Jednak ze względu na bardzo długi czas obliczeń nie jest uzasadnione wykorzystywanie analizy *implicit* do celów projektowych. Dostarcza ona wiele informacji na temat zniszczenia powłoki i można zaobserwować w niej jak powłoka przechodzi przez kolejne formy utraty stateczności na ścieżce pokrytycznej [19]. Uzyskanie takiego

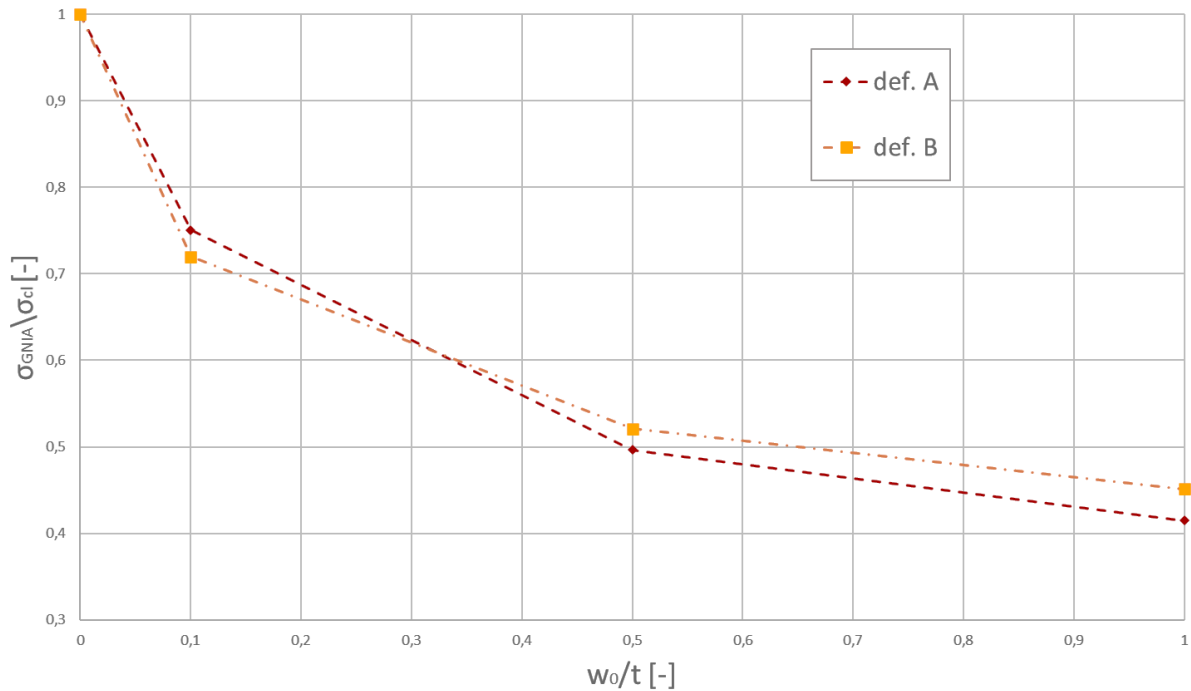
wyniku z wykorzystaniem algorytmu Riksa w analizie nieliniowej geometrycznej jest możliwe jedynie w teorii. W praktyce zastosowanie odpowiednio małej dyskretyzacji modelu i obciążenia powoduje, że przy dostępnej mocy obliczeniowej komputera taki wynik jest nieosiągalny. Można natomiast uzyskać w tej analizie pierwszą formę utraty stateczności i część ścieżki, która pozwala zaobserwować jej propagację. W efekcie na ścieżce pokrytycznej wynikającej z analizy GNA można również zaobserwować wiele punktów odpowiadających deformacjom, które potencjalnie mogą posłużyć jako formy imperfekcji. W tej części pracy rozpatrzono dwie deformacje odczytane na ścieżce równowagi statycznej, które przedstawiono na rysunku 4-33.



Rys. 4-33 Deformacje typu A i B odczytane na ścieżce pokrytycznej w analizie GNA

Na rysunku 4-33 zostały przedstawione deformacje powiększone trzykrotnie w stosunku do otrzymanego wyniku. W ocenie jakościowej można zaobserwować zasadnicze różnice w postaci tych odczytanych deformacji. Deformacja A przypomina w swojej postaci formę osiowosymetryczną zniszczenia powłoki w analizie liniowo-sprężystej. Przy bardziej wnikliwej analizie można zauważyć, że zaczynają się w niej pojawiać deformacje nieosiowosymetryczne. Deformacja B jest wyraźnie nieosiowosymetryczna. Wynika to z propagacji deformacji, które można było zaobserwować dla przypadku A. Obie deformacje rozpoczynają się przy brzegach powłoki. Jest to wynikiem lokalnego zaburzenia pracy błonowej, którego ostatecznym efektem jest utrata stateczności konstrukcji. Uzyskane

deformacje wyskalowano do trzech wymiarów imperfekcji  $w_0/t \in \{0,1; 0,5; 1,0\}$ , co pozwoli na wyrysowanie krzywej wpływu imperfekcji. Dla powłok z deformacjami wstępnymi przeprowadzono analizę nieliniową GMNIA zgodnie z parametrami ustalonymi w rozdziale 4.5. Wyniki analizy przedstawiono w postaci krzywych wpływu imperfekcji na rysunku 4-34.



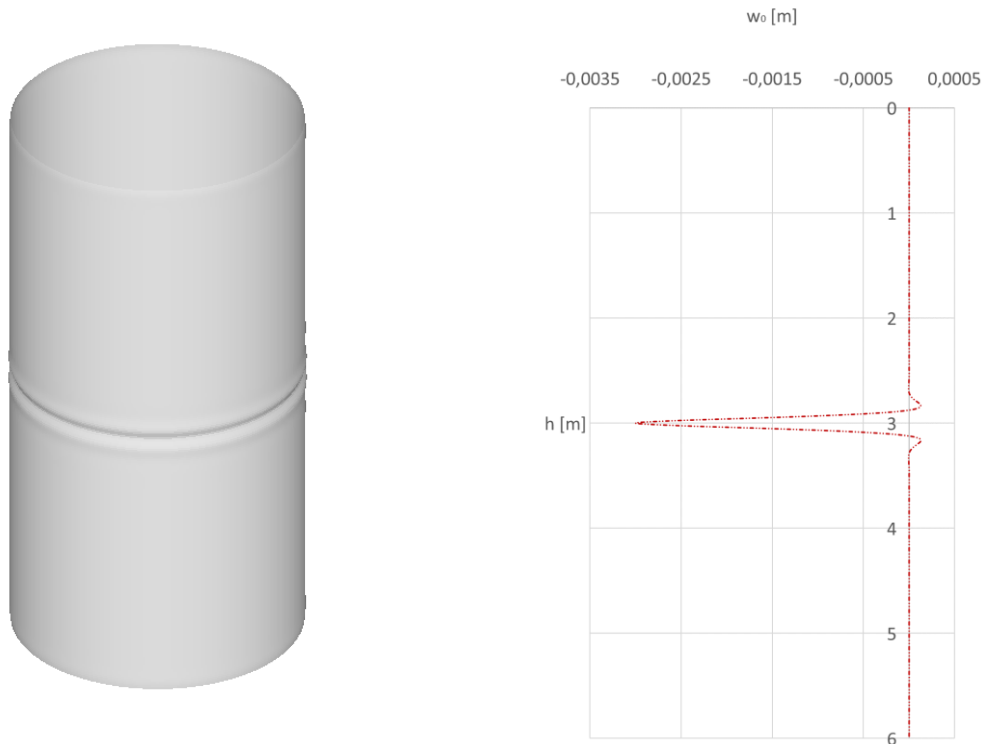
Rys. 4-34 Krzywe wpływu imperfekcji dla deformacji pochodzących z analizy GNA analizowanej powłoki

Krzywe wpływu imperfekcji pokazują, że nie można rozstrzygnąć, która z form imperfekcji bardziej obniża nośność powłoki. Przy niskich wartościach amplitudy imperfekcji większe obniżenie nośności powoduje deformacja B. W miarę zwiększania wartości  $w_0/t$  bardziej niekorzystny wpływ na nośność powłoki ma deformacja A. Zaobserwowane różnice pokazują zasadność rozpatrywania w modelach numerycznych większych ilości deformacji, które można zaobserwować na ścieżce pokrytycznej w analizie nieliniowej. Otrzymane wyniki nośności są większe niż wyniki przy rozważaniu imperfekcji osiowosymetrycznej pochodzącej z analizy liniowo-sprężystej. Należy jednak pamiętać, że rozpatrywana jest powłoka podparta równomiernie, a więc ten wniosek nie jest ogólny. Analiza nieliniowa może dostarczyć deformacji, które powodują znaczące obniżenie nośności powłoki, dlatego warto mieć je na uwadze w procesie projektowania.

#### **4.9 Analiza GMNIA powłoki z imperfekcjami Weld Type A**

W literaturze można znaleźć wiele odniesień dotyczących imperfekcji w powłokach cylindrycznych. Poszukiwania najbardziej niekorzystnej deformacji wstępnej można podzielić na dwie grupy. Do pierwszej z nich zaliczają się imperfekcje, które pochodzą z rozważań teoretycznych. Takimi imperfekcjami są przedstawione wcześniej deformacje pochodzące z analiz LBA i GNA. Powodują one znaczne obniżenie nośności powłoki, ale są raczej niespotykane w powłokach rzeczywistych. Mają one zazwyczaj regularny kształt, w którym można zaobserwować powtarzające się schematy. Jest mało prawdopodobne, by stosując znane metody wznoszenia konstrukcji powłokowych i nie działając przy tym celowo wprowadzić do powłoki takie odkształcenia. Do drugiej grupy należą rozważania imperfekcji, które można zauważyć w powłokach rzeczywistych. W kontekście praktyki inżynierskiej ta grupa budzi zdecydowanie większe zainteresowanie. Pomimo losowego charakteru ostatecznej geometrii wykonanej konstrukcji powłokowej, można zauważyć w niej pewne powtarzalne schematy. Są one podyktowane metodą wytwarzania konstrukcji poprzez spawanie ze sobą blach. Jak wcześniej wspomniano najbardziej zauważalną deformacją jest wgłębienie powstające lokalnie w okolicy spoiny obwodowej powłoki. Imperfekcje osiowosymetryczne powodują znaczną redukcję nośności, co również można zaobserwować w wynikach analiz przeprowadzonych w tej pracy. Rotter i Teng zastosowali w swoim modelu imperfekcji spawalniczej tę wiedzę, wykluczając jednocześnie zarzuty o braku możliwości powstania takiej deformacji w powłokach rzeczywistych. Powodują one znaczące obniżenie nośności powłoki i dlatego rozpatrywane są jako jedna z deformacji wstępnych w procesie projektowania.

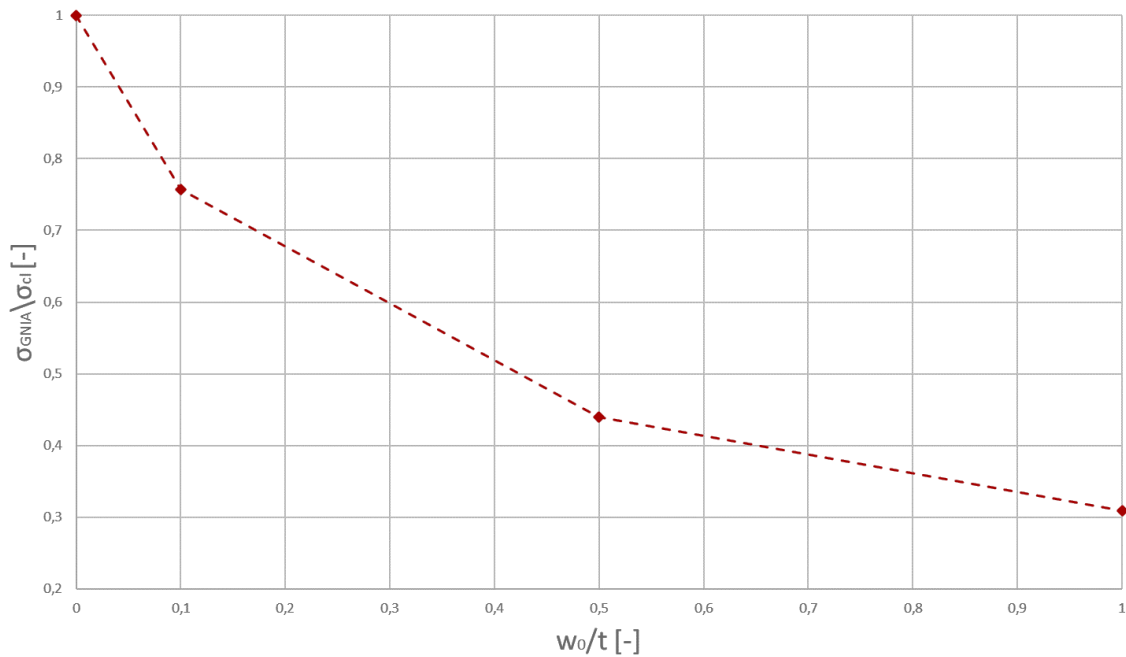
W swojej oryginalnej pracy z roku 1989 Rotter i Teng [20] przedstawili dwa modele deformacji spawalniczych typu A i B. W tym samym artykule udowodnili, że imperfekcja typu A powoduje większą redukcję nośności niż typ B. Chcąc sprawdzić jaki najbardziej niekorzystny wpływ na nośność powłoki mają imperfekcje opracowane przez Rottera i Tenga przeprowadzono analizy tylko dla *Weld Type A*, która opisana jest równaniem (4.3). Imperfekcje zostały wprowadzone do modelu poprzez modyfikację węzłów siatki elementów skończonych w programie Matlab. Imperfekcja została wprowadzona do modelu w środku wysokości powłoki zgodnie z rysunku 4-35. Na rysunku został również wyrysowany przekrój przez rozpatrywaną deformację wstępną.



Rys. 4-35 Imperfekcja *Weld Type A* wprowadzona do modelu numerycznego analizowanej powłoki

Przedstawiona po lewej stronie deformacja jest powiększona trzykrotnie w stosunku do zastosowanej w modelu amplitudy imperfekcji  $\frac{w_0}{t} = 1$ . Do oceny nośności powłoki z imperfekcjami zastosowano analogiczną procedurę postępowania jak w poprzednich podrozdziałach. Do modeli numerycznych wprowadzono kolejno trzy amplitudy imperfekcji względem płaszczyzny środkowej  $w_0/t \in \{0,1 ; 0,5 ; 1,0\}$ . Pozwoliło to na uzyskanie krzywej wpływu imperfekcji *Weld Type A*, która posłuży do późniejszych porównań. Krzywa wpływu imperfekcji została przedstawiona na rysunku 4-36. Można zaobserwować znaczny spadek nośności powłoki, do której została wprowadzona deformacja spawalnicza. Jest to oczekiwany wynik, ponieważ imperfekcje osiowosymetryczne zdecydowanie obniżają nośność w przypadku powłok cylindrycznych podpartych równomiernie. Ze względu na lokalne zaburzenie idealnej geometrii można zaobserwować w powłoce efekt zgięciowy, który ostatecznie prowadzi do jej utraty stateczności. Geometria imperfekcji zaproponowanych przez Rottera i Tenga najbardziej przypomina swoim kształtem rozpatrywane w tej pracy imperfekcje lokalne. Wynik rozważań nad *Weld Type A* pozwoli zatem na weryfikację otrzymanych wartości nośności dla modeli z imperfekcją lokalną.





Rys. 4-36 Krzywa wpływu imperfekcji *Weld Type A* w badanej powłoce

#### 4.10 Dyskusja

Na podstawie rozpoznanej literatury został zidentyfikowany model imperfekcji, który bierze swoje źródło w technologii wykonania stalowych konstrukcji powłokowych. Proces spawania ze sobą blach jest przyczyną powstania w powłoce lokalnych depresji, których systematyczny opis jako pierwsi zaproponowali Rotter i Teng w 1989 roku [20]. Na przestrzeni lat zaproponowany przez nich model imperfekcji był kalibrowany na podstawie badań nad geometrią powłok istniejących [23,77,127,154]. W niniejszej pracy na podstawie zgromadzonych informacji zaproponowany został autorski model deformacji spawalniczej, który opisany jest równaniem (4.6). Stosując przedstawiony model otrzymuje się imperfekcję lokalną, której rozkład jest dwuosiowy. Dzięki zastosowaniu parametru kształtu można dokonać modyfikacji rozkładu imperfekcji w celu jej kalibracji względem znanych wyników. Dodatkowo uniezależnienie wzajemnej relacji długości rozkładu osiowego i obwodowego deformacji wstępnej poprzez wprowadzenie parametrów długości, daje szerokie możliwości modyfikowania przekroju imperfekcji. Dzięki tym zabiegom możliwe było przeprowadzenie analiz wpływu poszczególnych parametrów deformacji na nośność powłoki walcowej. Analizie zostało poddanych 225 modeli powłok, w których występowały imperfekcje o zróżnicowanym kształcie, które zostały zestawione w tabeli 4-2. Głównym celem tej części badań było

sprawdzenie, jak zmiany parametrów kształtu pojedynczej imperfekcji wpływają na nośność powłoki walcowej.

Do oceny nośności powłoki, w której występuje imperfekcja o zadanym kształcie wykorzystano analizę nieliniową MES. Jest to procedura dopuszczona przez normę [N1] jako alternatywna do podejścia analitycznego. W przypadku wykorzystania metod numerycznych konieczne jest przemyślenie fizyki zjawiska, co pozwoli na zadanie odpowiednich parametrów modelu wprowadzanych do programu komputerowego. Programy wykorzystujące metodę elementów skończonych pozwalają na symulację bardzo szerokiego spektrum zjawisk wliczając w to utratę stateczności powłok. Przez to, że wykorzystywane w inżynierii oprogramowanie jest tak uniwersalne, należy zwrócić szczególną uwagę na parametry modelu, który ma posłużyć rozwiązaniu konkretnego zagadnienia. Przyjmowanie domyślnych parametrów bez wcześniejszej analizy może prowadzić do przekłamania wyników lub w ogóle uniemożliwić ich uzyskanie. Kalibrację modelu rozpoczęto od doboru odpowiedniego rodzaju elementów skończonych. Posiadając wiedzę o nieliniowym charakterze utraty stateczności w powłoce walcowej dobrano typ elementu skończonego kompatybilnego z analizą tego rodzaju. W badaniu ścieżki równowagi statycznej w fazie po utracie stateczności konieczne jest uwzględnienie nieliniowego zachowania materiału, co również uwzględniono w modelu. Badając tak złożone zjawisko jakim jest utrata stateczności powłoki walcowej konieczna jest kalibracja modelu w odniesieniu do rozwiązania znanego i potwierdzonego w literaturze. W rozważanym przypadku może to być rozwiązanie wynikające z klasycznej teorii wyboczenia cienkiej powłoki walcowej. Takie postępowanie przyjęto w podrozdziale 4.4.2 i pozwoliło ono sprawdzić, czy zadane w modelu warunki brzegowe są poprawne i posłużyło do zbadania zbieżności wyniku przy zagęszczaniu siatkowania. Wyboczeniowa analiza liniowo-sprężysta (LBA) pozwala jedynie na uzyskanie wyniku poglądowego, jednak nie może posłużyć do celu oceny nośności powłoki idealnej lub z imperfekcjami, ponieważ utrata stateczności powłoki ma charakter nieliniowy. W zależności od jej geometrii dominującym typem nieliniowości może być nieliniowość materiałowa lub geometryczna zgodnie z wykresem przedstawionym na rysunku 2-15. Dla rozpatrywanej powłoki, która należy do grupy powłok średniej smukłości utrata stateczności ma charakter pośredni, czyli łączy w sobie efekty nieliniowe materiałowe i geometryczne. W takim przypadku można również posłużyć się rozwiązaniami znanymi z literatury, które pozwalają stwierdzić jak silnie nieliniowe będzie zachowanie rozpatrywanej powłoki [19]. Chcąc uwzględnić te efekty w modelu numerycznym konieczne jest wprowadzenie dodatkowych zmiennych do równań równowagi w ujęciu metody elementów

skończonych. Rozwiązanie tych równań różniczkowych nie jest możliwe poprzez zastosowanie metody bezpośredniej. W programach posługujących się metodą elementów skończonych jest wiele algorytmów iteracyjnych, które umożliwiają rozwiązywanie zagadnień nieliniowych, jednak do celów badania wyboczenia cienkiej powłoki cylindrycznej nie mogą być zastosowane wszystkie z nich. Metody z grupy Newtonowskich sterowane obciążeniem nie dadzą oczekiwanego wyniku. Mają one tendencję do oscylacji wokół lokalnego ekstremum, więc nie jest możliwe uzyskanie przy ich pomocy ścieżki równowagi statycznej poza punktem utraty stateczności, co zostało przedstawione w przykładzie obliczeniowym 3. Analizując zachowanie powłoki pod obciążeniem i potencjalny wpływ imperfekcji na jej nośność konieczne jest uzyskanie pełniejszej informacji o utracie stateczności konstrukcji włączając w to fazę pokrytyczną. Do tego celu wykorzystywane są metody sterowane parametrem ścieżki, do których należy między innymi algorytm Riksa [32]. Jego poprawne działanie zostało sprawdzone przez środowisko naukowe przy wielu badaniach nad statecznością powłok [142–146]. Sam dobór algorytmu obliczeniowego nie świadczy jeszcze o poprawnym zdefiniowaniu zagadnienia. Konieczne jest dobranie odpowiednich parametrów sposobu rozwiązania równań równowagi wykorzystanych w procesie iteracyjnym. Podstawowym parametrem jest krok obciążenia. W miejscu na ścieżce równowagi statycznej, gdzie potencjalnie spodziewamy się punktu bifurkacji konieczne jest dobranie odpowiednio małego kroku obliczeniowego. Do tego momentu w większości zachowanie powłoki jest liniowe, więc nie ma konieczności przeprowadzania pełnej analizy z wysoką dokładnością. Jest to istotna informacja w kontekście czasu obliczeń. W fazie po utracie stateczności powłoki dominują w niej efekty nieliniowe, co może znacznie utrudnić uzyskanie zbieżności zagadnienia przy zadanej ilości iteracji. Chcąc zbadać głęboką fazę pokrytyczną pracy powłoki źródła literaturowe zalecają wykorzystanie analizy uwzględniającej efekty bezwładności. W tej pracy zastosowano analizę nieliniową materiałowo-geometryczną, dla której równania równowagi rozwiązywane są z wykorzystaniem algorytmu Riksa. Pozwoliło to na uzyskanie wartości nośności dla modeli z dostateczną dokładnością. W normie PN-EN 1993-1-6 [N1] tego typu analiza opisana jest skrótem GMNA dla modelu idealnego i GMNIA dla modelu z imperfekcjami.

Po ustaleniu metody, która posłużyła do określenia nośności powłoki zastosowano ją do modeli z wprowadzoną imperfekcją lokalną. W ten sposób uzyskano nośność graniczną dla wszystkich 225 modeli wstępnie zdeformowanych. Uzyskane wyniki zostały zestawione na rysunku 4-19. Zbadano przy tym jaki wpływ na nośność powłoki ma każdy z parametrów opisujących kształt imperfekcji. Zgodnie z oczekiwaniami największą korelację z nośnością wykazała amplituda

imperfekcji, rozumiana jako maksymalna wartość odchyłki mierzona względem powierzchni środkowej, co można zaobserwować w tabeli 4-5. Parametr kształtu przyjmujący wartości  $\gamma \in (0,1)$  pozwala na modyfikację przekroju imperfekcji. Jego wpływ na uzyskaną w analizach nośność rozpatrywanej powłoki przedstawiono na rysunku 4-18. Przy wartości  $\gamma = 1$  uzyskano największe obniżenie nośności, co jest wnioskiem analogicznym do obserwacji Rottera dla modeli imperfekcji typu A. Ostatnimi z analizowanych parametrów były parametry długości obwodowej i osiowej. Zmiany długości osiowej imperfekcji nie wykazywały silnej zależności z nośnością powłoki w liniowym teście korelacji z tabeli 4-5, w odróżnieniu do długości obwodowej. Wykazano istnienie związku nośności powłoki, która spada wraz ze wzrostem długości obwodowej imperfekcji. Po statystycznym przetestowaniu zależności zaproponowany został model regresji nieliniowej opisany równaniem (4.52). Uzależnia on nośność powłoki od amplitudy i parametru długości obwodowej imperfekcji lokalnej.

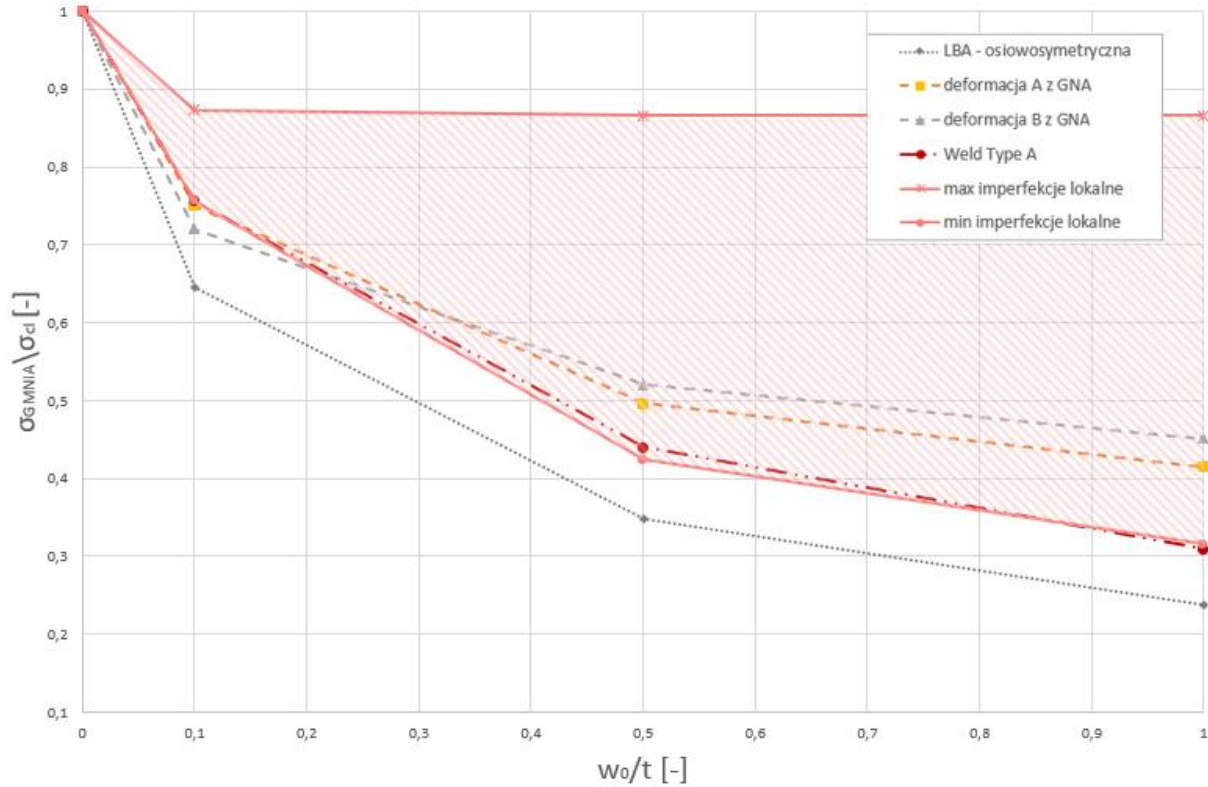
Otrzymane wyniki pozwoliły na weryfikację zależności, które wynikają z zapisów obowiązującej normy projektowej [N1]. Lokalny pomiar kształtu imperfekcji zaobserwowanej w powłoce powoduje przypisanie jej do określonej klasy jakości wykonania. Wynikający z klasyfikacji parametr jakości  $Q$  używany jest następnie przy analitycznym oszacowaniu nośności powłoki. Ma on wpływ na wartość amplitudy zastępczej imperfekcji  $\alpha_x$ , która wykorzystana jest do wyznaczenia współczynnika redukcyjnego  $\chi$ . Klasa jakości wykonania powłoki ustalana jest na podstawie lokalnych pomiarów z wykorzystaniem przymiarów geometrycznych różnej długości. W powłoce może znajdować się wiele miejsc, które w ocenie jakościowej mogą dawać ekstremalne wartości parametru jakości obliczanego ze wzoru (2.23). Klasyfikacja odbywa się jednak na podstawie jednego pomiaru, który w rezultacie dał wynik maksymalny parametru jakości, a co za tym idzie sklasyfikował powłokę do najniższej zaobserwowanej klasy. W nawiązaniu do tej procedury w podrozdziale 4.6.3 dokonano klasyfikacji wszystkich 225 rozpatrywanych imperfekcji korzystając z przymiarów geometrycznych o długości  $l_{gw}$  i  $l_{gx}$ . Dla zadanej geometrii powłoki obliczono następnie nośności charakterystyczne dla każdej z klas jakości wykonania i porównano je z wynikami uzyskanymi w analizie GMNIA. Test korelacji przedstawiony w tabeli 4-9 wykazał słabą zależność liniową pomiędzy nośnością powłoki a jej klasą jakości wykonania. Z przeprowadzonych badań wynika, że największy wpływ na nośność powłoki ma amplituda imperfekcji. Jedną z przyczyn braku poprawnej relacji pomiędzy nośnością a parametrem jakości powłoki jest metoda pomiaru imperfekcji. Ustalony przy jej pomocy parametr jakości wykonania nie prowadzi do odpowiedniej kategoryzacji powłoki pod względem jej nośności.

Wartość graniczna obciążenia wyznaczona w analitycznej procedurze normowej daje niższe wartości niż te wynikające z analizy GMNIA dla wszystkich rozpatrywanych imperfekcji. Tak duży zapas bezpieczeństwa może być nieuzasadniony ekonomicznie. Może to być podyktowane ekstrapolacją lokalnego pomiaru do oceny jakości wykonania całej powłoki.

Klasyfikacja imperfekcji wprowadzonych do modeli dokonana była na podstawie maksymalnej wartości parametru jakości. W 1/3 rozpatrywanych przypadków jego wartość przekraczała wartość maksymalną dla najgorszej jakości wykonania - klasy C. Nośności powłok niesklasyfikowanych wynikające z analiz GMNIA nie odbiegają znacząco od pozostałych wyników, co można zaobserwować na rysunku 4-23. Nie można było również zauważyć spadku nośności średniej pomiędzy obserwacjami z klasy C, a obserwacjami poza klasyfikacją. Zaproponowano zatem alternatywną metodę pomiarową i odpowiadający jej model regresji nieliniowej, który umożliwia oszacowanie nośności dla wszystkich badanych powłok z imperfekcjami. Przedstawiona metoda pomiarowa pozwala na ustalenie maksymalnej wartości amplitudy imperfekcji poprzez przeprowadzenie pomiaru osiowego. Pomiar obwodowy ma na celu ustalenie długości obwodowej zaobserwowanej imperfekcji. Komplet wyników pomiarów służy jako parametry wejściowe do modelu regresji przedstawionego we wzorze (4.55). Zaproponowany model regresji stanowi dolne oszacowanie wyników otrzymanych z analizy GMNIA.

Przeprowadzone analizy pozwalają stwierdzić jaki wpływ ma zbadana imperfekcja lokalna na nośność powłoki walcowej. W kolejnym etapie postanowiono sprawdzić, czy zadany model imperfekcji lokalnej może również posłużyć jako deformacja wstępna w procesie projektowania. Projektując powłokę poszukuje się imperfekcji, które spowodują największe obniżenie jej nośności. Na podstawie literatury dobrano dla porównania różne formy imperfekcji, które mogą spowodować maksymalne obniżenie nośności analizowanej powłoki. Pośród nich znajdują się deformacje odpowiadające formom własnym wynikającym z liniowo-sprężystej analizy wyboczeniowej. Po wstępnej analizie 241 form własnych do celów porównawczych wybrano formę osiowosymetryczną, która po wyskalowaniu do rozmiaru imperfekcji powodowała największe obniżenie nośności powłoki, co można zaobserwować na rysunku 4-30. Rozpatrywano również imperfekcje przyjmowane z deformacji zaobserwowanych na ścieżce równowagi statycznej w fazie po utracie stateczności w analizie GNA. W tym przypadku nie uzyskano jednoznacznej odpowiedzi, która z rozpatrywanych imperfekcji prowadzi do większego obniżenia nośności powłoki, ponieważ jest to zależne od przyjętej amplitudy deformacji, co widać na rysunku 4-34. Ostatnim modelem imperfekcji

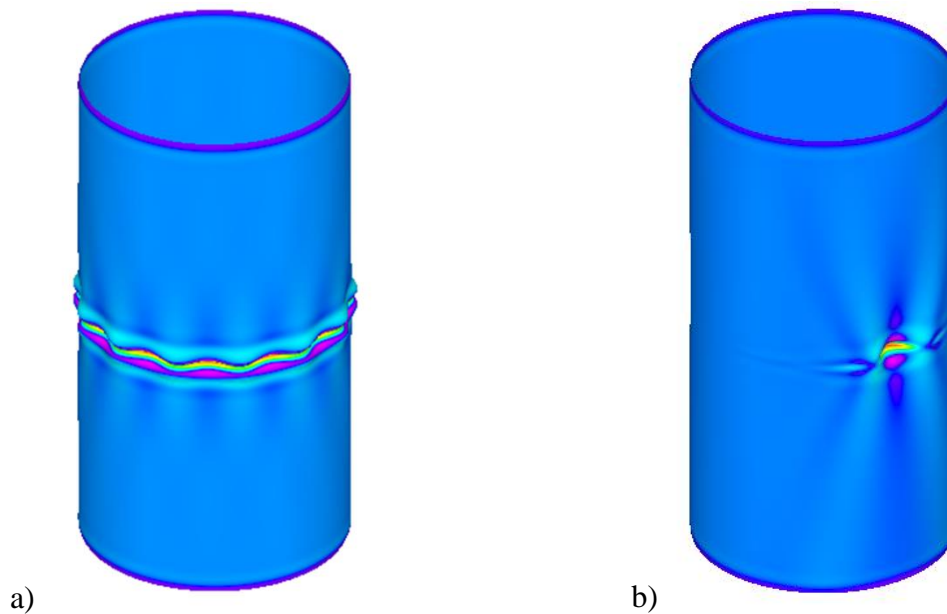
brany pod uwagę była deformacja spawalnicza typu A zaproponowana przez Rottera i Tenga [20]. Jest to model imperfekcji najbardziej zbliżony swoim kształtem i źródłem pochodzenia do imperfekcji lokalnych zaproponowanych w tej pracy. Stanowi on więc dobry wyznacznik w kontekście porównania wyników. Rozpatrywane modele imperfekcji zestawiono w formie krzywych wpływu imperfekcji na rysunku 4-37.



Rys. 4-37 Krzywe wpływu imperfekcji rozpatrywanych w badaniach numerycznych analizowanej powłoki

Krzywe wpływu imperfekcji na rysunku 4-37 pokazują w jakim stopniu zadana deformacja wstępna obniża nośność powłoki przy zwiększaniu jej amplitudy. Obszarem zakreślonym zaznaczono zbiór wyników analiz modeli z imperfekcją lokalną przy zmiennych parametrach kształtu. Górna granica obszaru wyznaczona jest przez imperfekcje, które posiadają niewielką długość obwodową odpowiadającą parametrowi długości  $\kappa_\varphi = 0,001$ . W tym przypadku zwiększenie amplitudy imperfekcji nie powoduje znacznego obniżenia nośności powłoki. Dolna granica wyznaczona jest przez imperfekcje posiadające maksymalną rozpatrywaną wartość parametru długości  $\kappa_\varphi = 4$ . Można przy tym zauważyć, że uzyskane dla niej wartości nośności są zbliżone do wyników dla modeli z wprowadzoną deformacją spawalniczą typu A Rottera i Tenga. Imperfekcja o parametrach  $\gamma = 1$ ;  $\kappa_\omega = 1$ ;  $\kappa_\varphi = 4$  opisana równaniem (4.6)

pomimo znacznej długości obwodowej w dalszym ciągu powoduje deformację lokalną powłoki w momencie jej zniszczenia. Mechanizm utraty stateczności modelu z imperfekcją *Weld Type A* przebiega na całym obwodzie powłoki w miejscu zlokalizowania deformacji. Deformacje zaobserwowane na ścieżce równowagi statycznej tuż po utracie stateczności dla obydwu modeli imperfekcji przedstawiono na rysunku 4-38. Otrzymane zbliżone wartości nośności po jakościowej ocenie deformacji towarzyszącej wyboczeniu powłoki wskazują na potrzebę wykonania dalszych badań numerycznych.



Rys. 4-38 Deformacje towarzyszące utracie stateczności analizowanej powłoki z: a) imperfekcją *Weld Type A*, b) lokalną imperfekcją opisaną równaniem (4.6)

Imperfekcje przyjęte z wyskalowanych deformacji odczytanych na ścieżce pokrytycznej w analizie GNA wykazały znaczne obniżenie nośności powłoki, jednak nie stanowią dolnego jej oszacowania dla całego przedziału rozpatrywanych amplitud. Przy niskich wartościach amplitudy deformacji mogą się one okazać miarodajne, jednak dla większości obszaru można znaleźć imperfekcje powodujące większe obniżenie nośności. Największe obniżenie nośności uzyskano przy rozpatrywaniu imperfekcji pochodzącej z osiowosymetrycznej liniowo-sprężystej formy utraty stateczności powłoki. Obniżenie nośności jest wyraźnie większe na całym obszarze rozpatrywanych amplitud imperfekcji. Stanowi ona więc najgorszy przypadek imperfekcji dla rozpatrywanej geometrii powłoki. Jak wcześniej wspomniano, ciężko jest uzasadnić możliwość ich powstania w konstrukcjach rzeczywistych.

Zaproponowany model imperfekcji lokalnej daje możliwość uzyskania znaczącego obniżenia nośności powłoki. Przy jego zastosowaniu dla zbadanej geometrii okazało się, że przy dużych wartościach amplitudy imperfekcji prowadzi on do większej redukcji nośności, niż niektóre z imperfekcji pochodzących z deformacji uzyskanych w analizach numerycznych. Dla największej rozpatrywanej wartości parametru długości  $\kappa_\varphi = 4$  otrzymano zbliżone wyniki do modelu deformacji spawalniczej typu A (rys. 4-19). Jest zatem uzasadnione rozpatrywanie tego typu imperfekcji lokalnych w procedurze numerycznej wymiarowania cienkiej powłoki cylindrycznej.

Procedura klasyfikacji powłoki względem jej jakości wykonania zakłada znalezienie imperfekcji o największej amplitudzie. Pojedynczy lokalny pomiar ekstrapolowany jest następnie w stosunku do oceny jakości całej powłoki. Z wykorzystaniem powiązanej procedury analitycznej jakość wykonania powłoki powinna przekładać się na jej odpowiednią szacowaną nośność, która powinna być coraz niższa wraz ze spadkiem klasy jakości. W przypadku procedury normowej nie można zaobserwować dostatecznie silnej zależności o takim charakterze, co widać w teście korelacji w tabeli 4-9. W zamian otrzymujemy bezpieczne oszacowanie nośności, które często bywa nieuzasadnione ekonomicznie. Przeprowadzone badania uwzględniały występowanie w powłoce pojedynczej imperfekcji wymiarującej. Nie jest zatem wykluczone, że gdy do modelu powłoki zostanie wprowadzona większa liczba imperfekcji, analityczna procedura normowa da wyniki bardziej zbliżone wartościom otrzymanym w analizie GMNIA. W dalszym ciągu nie jest jednak jasny powód ekstrapolacji pojedynczego pomiaru w stosunku do wszystkich imperfekcji występujących w powłoce. Zbytne uproszczenie procedury pomiarowej może prowadzić do dużej wariancji wyników. W następnym rozdziale zostaną przeprowadzone dodatkowe badania, które pozwolą na sprawdzenie opisanych zależności.



## **5. Badanie wpływu liczby imperfekcji lokalnych na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo**

---

### **5.1 Wprowadzenie**

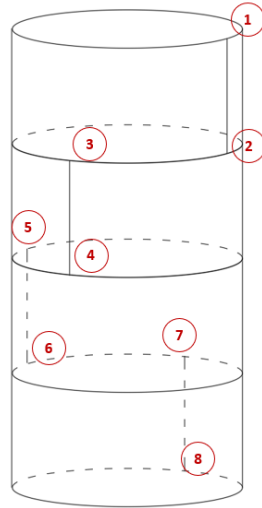
W poprzednim rozdziale przeprowadzone zostały rozważania nad wpływem pojedynczej imperfekcji lokalnej o różnej geometrii na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo. Sytuacja, w której w powłoce występuje pojedyncza imperfekcja nie występuje w rzeczywistości. Ostateczna geometria konstrukcji spawanej z cienkich blach stanowi pewnego rodzaju wypadkową założonego kształtu walcowego i występujących w niej wielu niedokładności wymiarowych. Obowiązująca norma projektowa [N1] zakłada znalezienie w powłoce deformacji o największej amplitudzie zmierzonej przy użyciu przymiaru geometrycznego. Ta amplituda pozwala na klasyfikację powłoki do jednej z trzech klas dokładności wykonania. Wiąże się z tym dobranie odpowiedniego parametru jakości wpływającego na wartość imperfekcji w procedurze analitycznej, co pozwala na ostateczne określenie redukcji nośności powłoki zdeformowanej w stosunku do powłoki idealnej. Takie podejście zakłada, że mierząc jedną imperfekcję jesteśmy w stanie oszacować nośność całej powłoki. W powłokach rzeczywistych miejsc podejrzanych o występowanie ekstremalnej deformacji może znajdować się znacznie więcej, a zmierzone w nich amplitudy są zbliżone, co utrudnia identyfikację wartości maksymalnej. Rozpatrując pojedynczą imperfekcję może okazać się, że dokonujemy uproszczenia, które powoduje zawyżenie szacowanej nośności powłoki. Geometrię powłoki wynikającą z procesu jej wytwarzania ciężko jest jednoznacznie scharakteryzować przy pomocy lokalnie zmierzonej imperfekcji. W tym rozdziale zostaną rozpatrzone modele powłok, do których wprowadzone zostaną lokalne imperfekcje w liczbie większej niż jeden, które zasymulują wypadkową geometrię powłoki wynikającą z procesu jej wytwarzania. Dla każdego modelu zostanie przeprowadzona analiza GMNIA, która pozwoli na sprawdzenie wpływu liczby imperfekcji lokalnych na nośność powłoki.

W rzeczywistych powłokach imperfekcje nie posiadają jednakowej geometrii. Sposób ich powstania najczęściej związany jest z metodami wznoszenia konstrukcji, czyli gięciem blach i ich spawaniem, co powoduje, że obserwowane imperfekcje są do siebie podobne w ocenie jakościowej. Zróżnicowane grubości blach, niejednorodność materiału, czy błędy ludzkie powodują jednak, że każda z imperfekcji występujących w powłoce jest inna. Zdarza się również, że imperfekcja powstała na skutek awarii lub uderzenia, co przyczynia się do dalszego

zróznicowania odchylek geometrycznych pod względem ich kształtu. W efekcie tych wszystkich działań otrzymujemy geometrię, która jest wypadkową założonej geometrii walcowej i losowych deformacji wstępnych. Imperfekcje prowadzą do powstania w powłoce efektów zgięciowych, które niekorzystnie wpływają na jej zdolność przenoszenia obciążenia, dlatego należy dokonać ich oceny, żeby ustalić jak znacząca jest wywołana przez nie redukcja nośności. Można zaobserwować, że pojedyncza imperfekcja wprowadzona do modelu zaburza stan błonowy w powłoce i prowadzi do określonego mechanizmu zniszczenia. W tym rozdziale zostanie dodatkowo sprawdzony wpływ liczby imperfekcji na nośność powłoki walcowej.

## **5.2 Wpływ liczby imperfekcji na nośność powłoki walcowej**

Istnieje wiele prac badawczych, które pokazują, że proces spawania ze sobą blach powoduje powstanie imperfekcji o amplitudach zbliżonych wymiarem do grubości blachy, z której wykonana jest powłoka [23,77,127,154]. W efekcie podejrzane o wartości ekstremalne amplitud deformacji są miejsca spawów obwodowych i osiowych. Nie można jednak wykluczyć innych losowych zdarzeń, które mogą spowodować lokalne wgniecenie w powłoce, z których każde przyjmie zbliżoną wartość. Ostateczna geometria powłoki jest nieznana, dlatego nie jest możliwe określenie liczby takich lokalnych efektów, które mogą w niej wystąpić. W związku z faktem, że każda z imperfekcji obniża nośność powłoki może dojść pomiędzy nimi do interakcji, która spowoduje większą redukcję nośności niż w wypadku rozpatrywania ich oddzielnie. W związku z nieustaloną liczbą imperfekcji w powłoce należy poczynić pewne założenia wstępne. Przyjęto, że deformacje wynikające z niecelowego działania w procesie wykonawczym zostaną pominięte, ponieważ powodują powstanie stosunkowo niewielkiej liczby imperfekcji w porównaniu z regularnie występującymi imperfekcjami spawalniczymi.

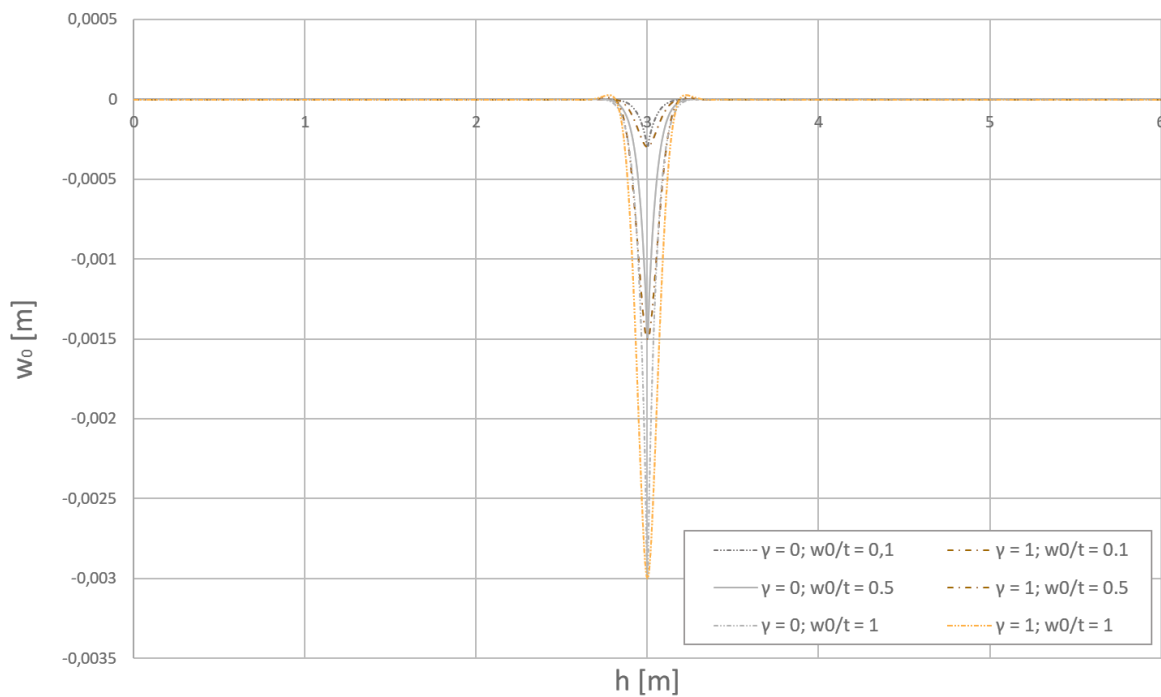
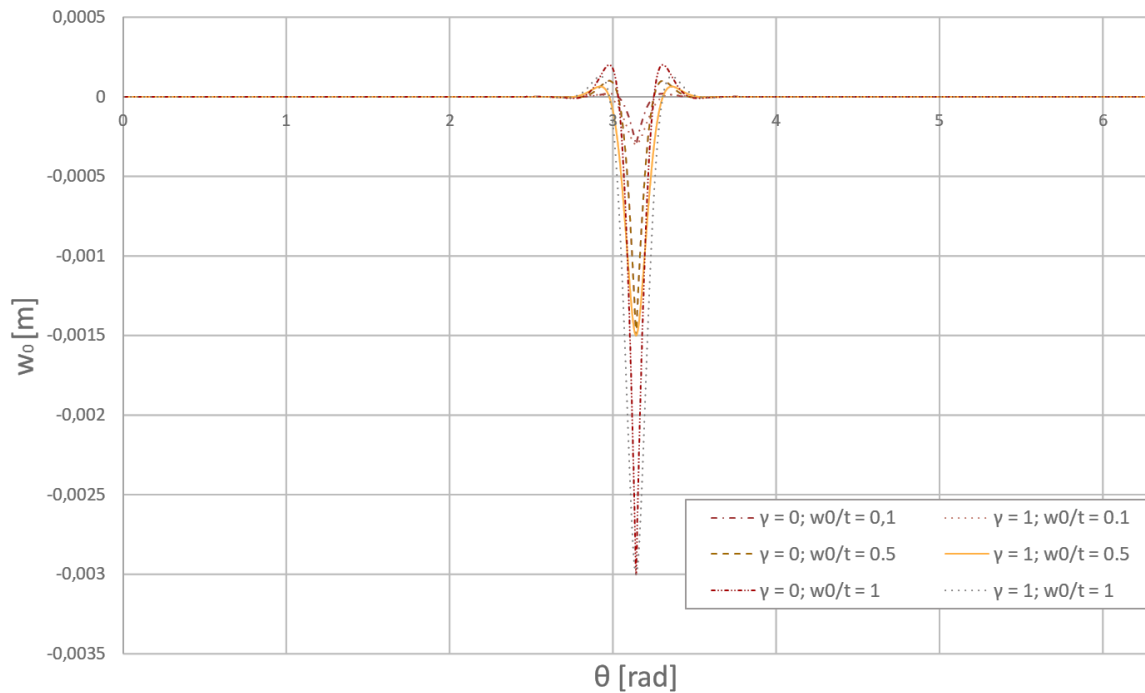


Rys. 5-1 Miejsca potencjalnego występowania maksymalnych wartości amplitudy imperfekcji

W celu oszacowania potencjalnej liczby imperfekcji rozpatrzono powłokę zaprezentowaną na rysunku 5-1, której wysokość wynosi 6 m, promień 1,5 m, a grubość 0,003 m. Ze względu na swoje stosunkowo niewielkie rozmiary, każdy z segmentów można wykonać z pojedynczego arkusza blachy. W rozpatrywanym przykładzie znajduje się osiem miejsc, w których potencjalnie może występować ekstremalna wartość deformacji. Oczywiście w miarę zwiększenia się wymiarów geometrycznych powłoki takich miejsc może być znacznie więcej, ale jesteśmy w stanie określić ich liczbę w zaprezentowany sposób.

Kształt imperfekcji wynikającej z procesu łączenia ze sobą blach można przybliżyć w analogiczny sposób jak zostało to zaprezentowane w rozdziale 4 niniejszej pracy. W celu sprawdzenia wpływu liczby imperfekcji na nośność powłoki walcowej zastosowano autorski model deformacji. Każda imperfekcja może mieć inny kształt jednak dla uproszczenia przyjęto dwa modele imperfekcji zróżnicowane poprzez zmianę parametru  $\gamma$  z równania (4.6). Przyjęto parametry ze zbioru  $\gamma \in \{0; 1\}$ . W celu zmniejszenia liczby modeli koniecznych do rozpatrzenia założono jednak, że każda z imperfekcji posiada taki sam parametr długości osiowej i obwodowej. W rozpatrywanym modelu imperfekcji przyjęto, że parametry długości imperfekcji w kierunku osiowym i obwodowym są takie same i wynoszą  $\kappa_\omega; \kappa_\varphi = 1\lambda_0$ . Celem badania jest uzyskanie krzywych wpływu imperfekcji dla zróżnicowanej liczby deformacji wprowadzonych do modelu, dlatego rozpatrzone zostaną zmienne wartości amplitudy imperfekcji. Założono trzy wartości amplitudy deformacji wstępnych wyrażone względem grubości ścianki powłoki  $w_0/t \in \{0,1; 0,1; 1,0\}$ . Kształty imperfekcji lokalnych, które posłużyły do zdeformowania geometrii modeli numerycznych zestawiono na rysunku 5-2.

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*



Rys. 5-2 Kształty deformacji miejscowej przyjęte w modelach obliczeniowych powłoki z losowymi imperfekcjami

Przedstawione imperfekcje wprowadzono następnie do modelu numerycznego poprzez modyfikację siatki elementów skończonych. Każdy kształt imperfekcji został wprowadzony w liczbie  $n \in \{1; 10; 20; 40\}$ . Należy zaznaczyć, że każdy z modeli posiada losowo

rozmieszczone imperfekcje o jednakowej geometrii. Deformacje wprowadzane były do modelu w losowych miejscach nie dopuszczając przy tym by ich rozkłady na siebie nachodziły lub by imperfekcje wykraczały poza brzegi powłoki. Do tego celu zastosowano algorytm, który dzielił powierzchnię na podobszary w liczbie równej założonej liczbie imperfekcji, a następnie wewnątrz każdego podobszaru wylosowane zostało miejsce występowania amplitudy imperfekcji. Szczegóły na temat autorskiego programu do losowania miejsc występowania imperfekcji w liczbie większej niż jeden i zadanych parametrach można znaleźć w Załączniku A. Aby otrzymać pewną próbę losową, każdą z procedur doboru imperfekcji, a następnie losowego ich rozmieszczenia na powierzchni powłoki powtórzono dziesięciokrotnie dla założonego zbioru liczby deformacji wstępnych. Otrzymano w ten sposób 240 modeli o zróżnicowanej geometrii, które poddano analizie GMNIA. Rozpatrywane parametry modeli zostały przedstawione w tabeli 5-1.

Tabela 5-1 Parametry przyjęte w analizach modeli z imperfekcjami

$n$	$w_0/t$	$\gamma$
[-]	[-]	[-]
1	0,1	0
1	0,5	0
1	1	0
10	0,1	0
10	0,5	0
10	1	0
20	0,1	0
20	0,5	0
20	1	0
40	0,1	0
40	0,5	0
40	1	0
1	0,1	1
1	0,5	1
1	1	1
10	0,1	1
10	0,5	1
10	1	1
20	0,1	1
20	0,5	1
20	1	1
40	0,1	1
40	0,5	1

Tabela 5-1 cd. Parametry przyjęte w analizach modeli z imperfekcjami

$n$	$w_0/t$	$\gamma$
[-]	[-]	[-]
40	1	1
1	0,1	0
1	0,5	0
1	1	0
10	0,1	0
10	0,5	0
10	1	0
20	0,1	0
20	0,5	0
20	1	0
40	0,1	0
40	0,5	0
40	1	0
1	0,1	1
1	0,5	1
1	1	1
10	0,1	1
10	0,5	1
10	1	1
20	0,1	1
20	0,5	1
20	1	1
40	0,1	1
40	0,5	1
40	1	1

Imperfekcje zostały wprowadzone do powłoki o następującej geometrii:

- Promień  $R = 1.5$  m, wysokość  $H = 6.0$  m i grubość ścianki  $t = 0.003$  m,
- $H/R = 4$ ,
- $t/R = 1:500$ .

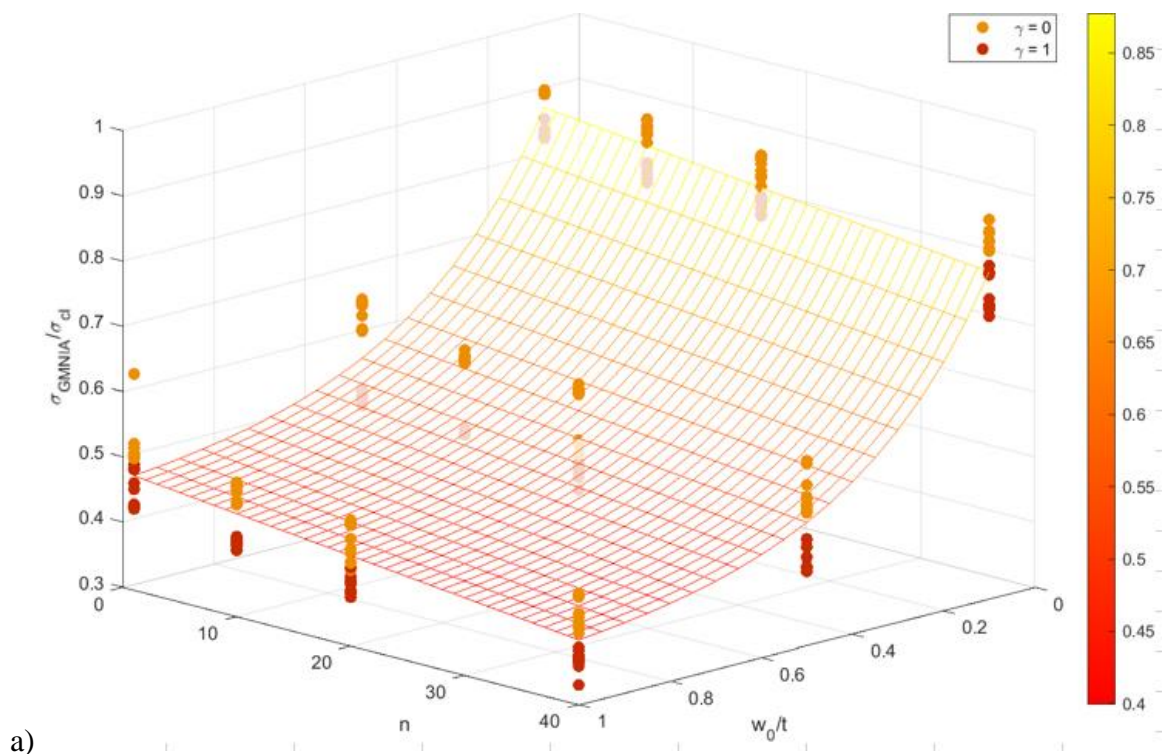
Powłoka została podparta zgodnie z warunkami oznaczonymi w PN-EN 1993-1-6 - BC2f [N1]. Referencyjna powłoka jest klasyfikowana jako średniej długości. Model materiału (stali) jest izotropowy, sprężysto-idealnie plastyczny o module Younga  $E = 210$  MPa, granicy plastyczności  $f_y = 235$  MPa i współczynnika Poissona 0,3. Dla ustalenia nośności wyboczeniowej powłoki z imperfekcjami została przeprowadzona analiza GMNIA. Parametry analizy GMNIA zostały przyjęte tak samo jak dla powłok analizowanych w rozdziale 4.

Uzyskane wyniki nośności powłok z imperfekcjami przedstawiono na rysunku 5-3. Można zauważyć, że występuje silna zależność pomiędzy nośnością powłoki, a amplitudą występujących w niej imperfekcji, która stanowi oczekiwany wynik. Świadczy o tym wysoka wartość współczynnika korelacji przedstawiona w tabeli 5-2. Oznacza to, że ta zależność pozostaje prawdziwa nawet, gdy w powłoce występują imperfekcje w liczbie większej niż jedna. W analizowanych modelach zastosowano zróżnicowane wartości parametru kształtu imperfekcji  $\gamma$ . Analogicznie do spostrzeżeń z punktu 4.6.1 niniejszej pracy, można zauważyć, że przy wartości  $\gamma = 1$  uzyskano niższe wartości nośności przy każdym zestawieniu parametrów  $\left\{n, \frac{w_0}{t}\right\}$ . Widoczny jest również związek pomiędzy nośnością powłoki a liczbą występujących do niej imperfekcji. Przy rozpatrywanych wartościach ma on w przybliżeniu liniową postać spadku nośności wraz ze wzrostem liczby imperfekcji wprowadzonych do modelu obliczeniowego. Dla otrzymanej próby przeprowadzono podstawowe badania statystyczne w celu ustalenia jak silna jest zależność pomiędzy zmiennymi parametrami modelu a nośnością powłoki. Dodatkowo zaproponowany zostanie model regresji nieliniowej stanowiący najlepsze dopasowanie do rozpatrywanej próby.

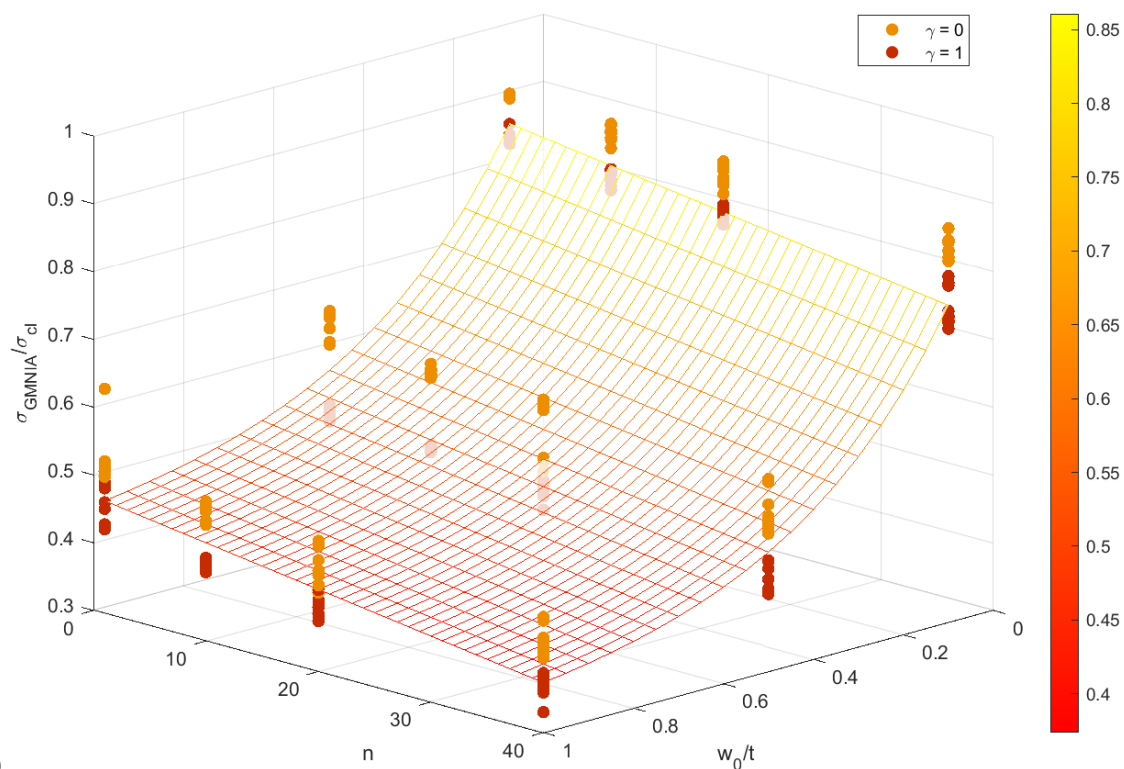
Tabela 5-2 Współczynniki korelacji zmiennych parametrów modelu

	$w_0/t$	$n$	$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$
$w_0/t$	1	0	-0,8866
$n$	0	1	-0,1562
$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$	-0,8866	-0,1562	1

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*



a)



b)

Rys. 5-3 Zestawienie nośności uzyskanych w analizie GMNIA dla modeli o parametrach z tabeli 5-1 z naniesioną powierzchnią a) regresji nieliniowej b) poziomem ufności 95%



Dla zbadanej próby modeli założono następującą postać funkcji regresji nieliniowej:

$$y = \beta_1 + \beta_2 \cdot e^{-\beta_3 \cdot x_1} + \beta_4 \cdot x_2, \quad (5.1)$$

gdzie wartość wynikową należy utożsamiać z  $y = \frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$ , natomiast argumenty wejściowe to:  $x_1 = w_0/t$ , a  $x_2 = n$ . Procedurę iteracyjną, która pozwoliła na uzyskanie współczynników  $\beta_i$  w równaniu (5.1) przeprowadzono w programie Matlab. Zastosowano przy tym algorytm Levenberg-Marquardta najmniejszych kwadratów [151]. W procesie iteracyjnym uzyskano następujące statystyki przedstawione w tabeli 5-3.

Tabela 5-3 Statystyki parametrów modelu regresji nieliniowej

$\beta_i$	Estymacja	SE	tStat	p-Value
$\beta_i$	[-]	[-]	[-]	[-]
$\beta_1$	0,45653	0,00991	46,066	6,03E-120
$\beta_2$	0,59113	0,011357	52,049	2,42E-131
$\beta_3$	3,3464	0,23185	14,433	2,84E-34
$\beta_4$	-0,00195	0,000214	-9,1039	3,78E-17

W tabeli 5-3 przedstawiono wartość błędu standardowego SE i statystykę testową tStat. Zakłada się, że statystyka testowa ma rozkład t-Studenta o stopniach swobody równym liczebność próby – 2, stąd można wyznaczyć wartość  $p$  (p – Value). W przypadku testowania istotności współczynników regresji nieliniowej założono standardową wartość współczynnika istotności  $\alpha_i = 0.05$ . Porównując go z otrzymanymi wartościami  $p$  w tabeli 5-3 można zauważyć, że każdy współczynnik regresji spełnia warunek istotności. Dla uzyskanych parametrów model przyjmuje postać:

$$\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}} = 0,46 + 0,59 \cdot e^{-3,35 \cdot w_0/t} - 0,00195 \cdot n, \quad (5.2)$$

w którym  $\frac{\sigma_{GMNIA}}{\sigma_{cl}}$  jest względną wartością nośności powłoki,  $w_0/t$  jest amplitudą imperfekcji względem grubości powłoki, liczoną w odniesieniu do powierzchni środkowej, a  $n$  jest liczbą imperfekcji lokalnych na powierzchni powłoki. Dla uzyskanego modelu współczynnik  $r^2 = 0.9305$ , natomiast wartość  $p = 2.69E - 136$ , co wskazuje, że przy założonym równaniu regresji ciężko będzie znaleźć lepsze dopasowanie modelu.

W kolejnym kroku na współczynniki  $\beta_i$  narzucono przedział ufności 95%,  $\alpha = 0.05$ . Dla uzyskania nowych wartości współczynników użyto ponownie programu Matlab, który wykorzystuje metodę Walda [153] pozyskiwania przedziałów ufności współczynników regresji

przy założonym współczynniku ufności. Dla zadanej wartości współczynnika ufności  $\alpha_i = 0.05$  uzyskano wyniki przedstawione w tabeli 5-4.

Tabela 5-4 Przedziały ufności parametrów regresji nieliniowej modelu

$\beta_i$	„dolny” przedział	„górnny” przedział
	[-]	[-]
$\beta_1$	0,4370	0,4761
$\beta_2$	0,5688	0,6135
$\beta_3$	2,8896	3,8031
$\beta_4$	-0,0024	-0,0015

Chcąc uzyskać założony poziom ufności posłużono się „dolną” wartością współczynników regresji nieliniowej z tabeli 5-4:

$$\frac{\sigma_{GNIA}}{\sigma_{cl}} = 0,437 + 0,569 \cdot e^{-2,89 \cdot \frac{w_0}{t}} - 0,0024 \cdot n. \quad (5.3)$$

W uzyskanym wzorze, można zauważyć następujące własności w interpretacji fizycznej:

- dla modeli z pojedynczą imperfekcją nośność względna powłoki asymptotycznie będzie zbiegać do wartości  $\frac{\sigma_{GNIA}}{\sigma_{cl}} = 0,434$  wraz ze wzrostem względnej amplitudy imperfekcji,
- przy wzroście liczby imperfekcji nośność względna powłoki spada liniowo ze współczynnikiem proporcjonalności  $-0,0024$ .

Uzyskany wzór może posłużyć jako oszacowanie wpływu liczby zaobserwowanych imperfekcji lokalnych na nośność powłoki walcowej podpartej równomiernie o współczynniku  $R/t = 1/500$ . W celu znalezienia ogólnych zależności należałoby przeprowadzić dalsze badania, które zweryfikują zadaną hipotezę dla innych wartości smukłości powłok. Na rysunku 5-3 można zauważyć, że dobór parametru kształtu  $\gamma$  ma znaczący wpływ na nośność powłoki. Zgodnie z zależnościami wynikającymi z badań przeprowadzonych w punkcie 4.6 tego opracowania należałoby przeprowadzić kolejne obliczenia, które pozwolą sprawdzić wpływ parametrów długości osiowej i obwodowej na nośność powłoki przy liczbie imperfekcji większej niż jedna. Świadczy o tym również stosunkowo niska redukcja nośności dla modeli z pojedynczą imperfekcją. W poprzednim rozdziale tej pracy można było zauważyć większy spadek nośności przy innych kształtach pojedynczej imperfekcji.

W przeprowadzonych analizach pomimo zastosowania wielu imperfekcji do modelu został wprowadzony jeden konkretny kształt replikowany w losowych miejscach zgodnie z tabeli 5-1. W rzeczywistości w wykonanych powłokach imperfekcje posiadają zróżnicowaną geometrię. Jak można zauważyć w tabeli 5-2 istnieje silny związek pomiędzy nośnością powłoki a amplitudą imperfekcji. W następnym podrozdziale zostaną, więc przeanalizowane modele w których zastosowane będą zróżnicowane amplitudy deformacji.

### **5.3 Wpływ zróżnicowania amplitudy imperfekcji na nośność powłoki walcowej**

W poprzednim podrozdziale przedstawiono wpływ liczby imperfekcji na nośność powłoki walcowej. Można zauważyć spadek nośności powłoki wraz ze wzrostem liczby imperfekcji wprowadzonych do modelu. Procedura oceny nośności powłoki walcowej w obowiązującej normie projektowej [N1] nie przewiduje uwzględnienia tego czynnika. Przy pomocy lokalnych pomiarów, z wykorzystaniem przymiarów geometrycznych dokonywana jest ocena jakości wykonania powłoki walcowej. Pomimo zaobserwowania w powłoce licznych deformacji decydująca o nośności całej powłoki jest jedna imperfekcja, która posiada największą wartość parametru jakości względem zastosowanego przymiaru geometrycznego, a więc sklasyfikuje powłokę do najniższej klasy jakości wykonania. Takie podejście wydaje się być konserwatywne, ponieważ cała powłoka może znajdować się w najwyższej klasie jakości wykonania, ale ze względu na lokalny defekt sklasyfikowana zostanie ostatecznie do najniższej klasy jakości „C”. W procedurze analitycznej może to prowadzić do obniżenia szacowanej nośności powłoki nawet o 50% (pkt. 2.4.3) w stosunku do nośności obliczonej dla klasy „A”. Dodatkowo budzi pewne zastrzeżenia ekstrapolacja lokalnego pomiaru w ocenie całej powierzchni powłoki. W tym punkcie pracy przeprowadzono szereg analiz nieliniowych, które pozwolą ocenić nośność powłok z uwzględnieniem liczby imperfekcji większej niż jedna, których amplituda jest zróżnicowana.

W analizach będą rozpatrywane imperfekcje, których rozkład wynika z zastosowania funkcji opisanej równaniem (4.6). Głównym celem badań jest sprawdzenie wpływu zróżnicowanej amplitudy imperfekcji przy ich większej liczbie, dlatego ograniczono pozostałe parametry do jednej wartości. Przyjęto parametr kształtu o wartości  $\gamma = 1$ , a parametry długości osiowej i obwodowej  $\kappa_\omega; \kappa_\varphi = 1\lambda_0$ . Tak otrzymany kształt pojedynczej imperfekcji został wprowadzony do modelu numerycznego powłoki różnicując przy tym wartość amplitudy. Rozpatrywano trzy liczebności imperfekcji w modelach  $n \in \{10; 20; 40\}$ . Ponownie zastosowano algorytm, który pozwala na losowe rozmieszczenie imperfekcji bez możliwości

ich wzajemnego nachodzenia na siebie. Chcąc otrzymać pewną próbę losową każdy z procesów losowania przeprowadzono dziesięciokrotnie, dla każdej z rozpatrywanych liczby imperfekcji. W badaniu weryfikowany jest wpływ zmiany amplitudy imperfekcji wyznaczonej w sposób normowy na nośność powłoki, do której wprowadzono wiele deformacji. W wyniku badań przeprowadzonych w poprzednim rozdziale można zauważyć, że amplituda imperfekcji wynikająca z pomiarów normowych nie jest w ścisłej relacji z amplitudą mierzona względem powierzchni środkowej powłoki. Przeanalizowano zatem dobrany kształt imperfekcji w celu określenia zależności amplitudy mierzonej względem powierzchni środkowej powłoki, a parametrem jakości wynikającym z pomiarów normowych. Jest to konieczna procedura, ponieważ założona imperfekcja jest wyskalowana względem powierzchni środkowej. Dokonano zatem pomiarów zadanej imperfekcji przy pomocy przymiarów normowych  $l_{gw}$  i  $l_{gx}$  względem współrzędnej osiowej i obwodowej. Dzięki tym pomiarom otrzymano wyniki w postaci parametrów jakości wykonania zestawionych w tabeli 5-5.

Tabela 5-5 Wartość amplitudy imperfekcji i odpowiadające jej parametry jakości mierzone przymiarami  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$  względem współrzędnej osiowej i obwodowej

$w_0/t$	$U_{0x}$ względem $H$	$U_{0x}$ względem $\theta$	$U_{0w}$ względem $H$	$U_{0w}$ względem $\theta$
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1,08234	0,009238	0,010519	0,006952	0,016
0,676463	0,000148	0,000177	0,000113	0,01
0,405878	0,00887	0,010348	0,0068	0,006

W tabeli zestawiono wartość amplitudy imperfekcji względem powierzchni środkowej powłoki  $w_0/t$ . Uzyskane pomiary zostały zapisane w postaci parametrów jakości  $U_{0x}$  i  $U_{0w}$  ustalanych odpowiednio poprzez pomiary powłoki przymiarami  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$ . Pomiarów dokonywano względem współrzędnej osiowej oznaczonej literą  $H$  i obwodowej oznaczonej literą  $\theta$ . Dla danego kształtu imperfekcji największą wartość parametru jakości otrzymano na podstawie pomiaru wykonanego przy pomocy przymiaru o długości  $l_{gw}$  względem współrzędnej obwodowej. Ostatecznie celem kalibracji jest uzyskanie wartości amplitudy imperfekcji liczonej względem powierzchni środkowej, która odpowiada granicznym wartościom parametru jakości dla każdej z klas normowych. W związku z tym, że pomiar przymiarem  $l_{gw}$  względem współrzędnej obwodowej decyduje o klasie powłoki przy danym kształcie

imperfekcji, docelowo dla niego uzyskano graniczne wartości parametru jakości odpowiadające każdej z klas.

Do modeli wprowadzono imperfekcje w liczbie  $n \in \{10; 20; 40\}$ . Oprócz ich losowego rozkładu na powierzchni powłoki, losowo została dobierana ich amplituda z zaznaczeniem, że docelowo mają zostać przeanalizowane powłoki w każdej klasie jakości wykonania. Wartość amplitudy liczona względem powierzchni środkowej została dobrana z wartości zestawionych w tabeli 5-5. Zatem by uzyskać powłokę w klasie C wartość amplitudy dobrana była losowo spośród wszystkich trzech znajdujących się w tabeli 5-5, z których przynajmniej jedna miała wartość  $\frac{w_0}{t} = 1,08234$ . Dla każdej z klas jakości przeanalizowano 10 powłok z losowo rozmieszczonymi imperfekcjami w trzech różnych liczbach, co ostatecznie daje 90 modeli powłok.

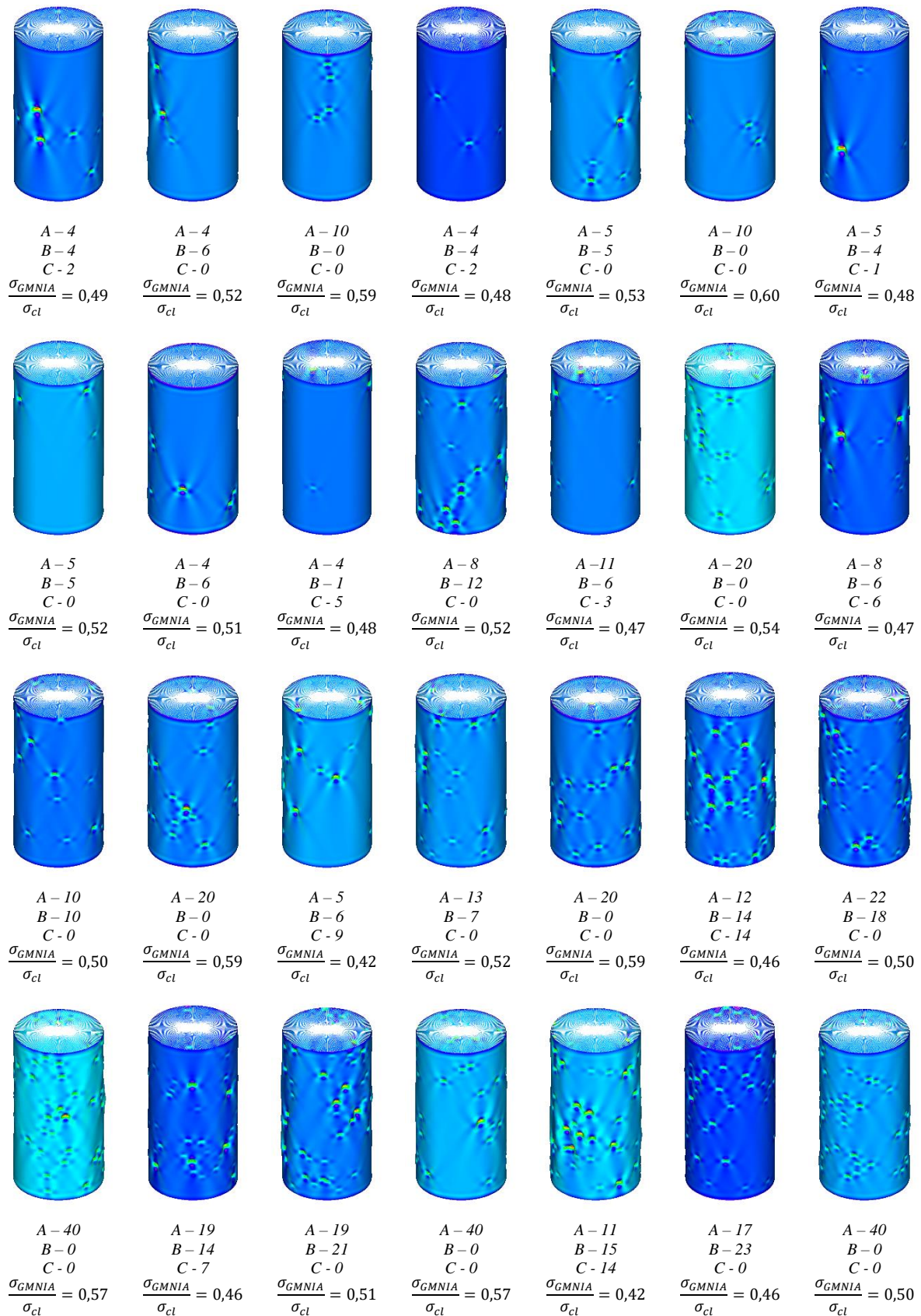
Podobnie jak w poprzednich badaniach imperfekcje zostały wprowadzone do powłoki o następującej geometrii:

- Promień  $R = 1.5$  m, wysokość  $H = 6.0$  m i grubość ścianki  $t = 0.003$  m,
- $H/R = 4$ ,
- $t/R = 1:500$ .

Powłoka została podparta zgodnie z warunkami oznaczonymi w PN-EN 1993-1-6 - BC2f. Referencyjna powłoka jest klasyfikowana jako średniej długości. Model materiału (stali) jest sprężysto-idealnie plastyczny o module Younga  $E = 210$  GPa i współczynniku Poissona 0,3. Dla ustalenia nośności wyboczeniowej powłoki z imperfekcją została przeprowadzona analiza GMNIA, dla której przyjęto parametry analogicznie jak w rozdziale 4.

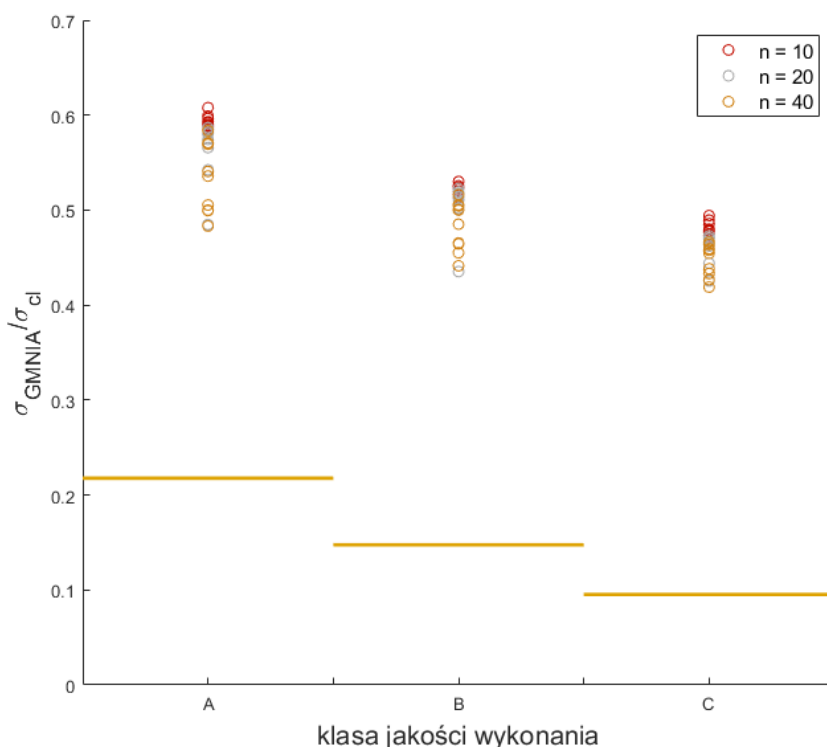
Dla każdej z powłok z imperfekcjami w analizie GMNIA otrzymano ścieżkę równowagi, na której można było odczytać wartość maksymalną obciążenia. Dla części wyników odkształcenia towarzyszące utracie stateczności przedstawiono na rysunku 5-4. W miarę przyrostu obciążenia miejsca występowania imperfekcji lokalnych stawały się coraz wyraźniejsze, co również można zaobserwować na przedstawionym rysunku. Gdy w modelu znajdowało się 10 imperfekcji w ocenie formy zniszczenia można było rozróżnić miejsca występowania imperfekcji o większej amplitudzie niż pozostałe. Wykazywały one większe wartości naprężeń Hubera-Missesasa i doznawały większych deformacji względem płaszczyzny środkowej. W miarę przyrostu liczby rozpatrywanych imperfekcji w modelu ten efekt stawał się coraz mniej wyraźny.

*Badanie stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych*



Rys. 5-4 Odształcenia towarzyszące utracie stateczności analizowanej powłoki z imperfekcjami powodującymi określoną klasyfikację

Wartości nośności otrzymane w wyniku analiz zestawione zostały na rysunku 5-5. Można zaobserwować spadek nośności wraz ze spadkiem jakości wykonania powłoki. Współczynnik korelacji tych cech przyjmuje wartość -0.8323, co tłumaczy dlaczego ten efekt jest tak wyraźny. Ta zależność jest bardziej zauważalna w porównaniu do wyników otrzymywanych dla pojedynczej imperfekcji o zróżnicowanym kształcie w punkcie 4.6.3 tej pracy. Należy jednak jeszcze raz zaznaczyć, że z wyłączeniem amplitudy wszystkie pozostałe parametry wpływające na geometrię imperfekcji pozostają niezmienione przy wprowadzaniu ich większej liczby do powłoki. Wśród zbadanej próby można zaobserwować, że liczba imperfekcji powoduje wysoką wariację wyników. Jest ona znacząca w kontekście klasyfikacji powłok, która powinna przekładać się na ich nośność. Pomimo zauważalnego spadku nośności wraz ze spadkiem klasy jakości, można znaleźć powłoki, które znajdują się w klasie A, do których wprowadzono imperfekcje w liczbie  $n = 40$ , ale cechują się mniejszą nośnością niż powłoki w klasie C z imperfekcjami w liczbie  $n = 10$ .

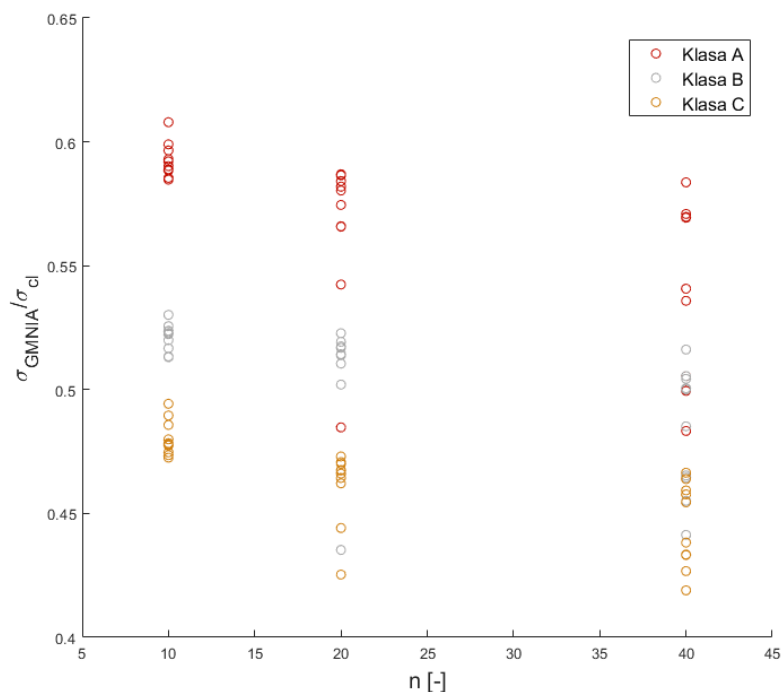


Rys. 5-5 Wartości nośności rozpatrywanej powłoki otrzymane w analizie GMNIA z imperfekcjami powodującymi określoną klasyfikację w porównaniu do nośności normowej [N1]

Na rysunku 5-5 zaprezentowano również nośności wynikające z procedury analitycznej, wynikającej z PN-EN 1993-1-6 [N1]. Rozbieżność pomiędzy otrzymanymi wynikami

a nośnością otrzymaną w procedurze normowej można tłumaczyć dużym zapasem bezpieczeństwa. Żaden z otrzymanych wyników niezależnie od klasyfikacji powłoki nie jest zbliżony swoją wartością do wyniku analitycznego. W związku zaobserwowaną zależnością spadku nośności powłoki wraz ze spadkiem jakości jej wykonania, oczekiwane jest odzwierciedlenie tego efektu w procedurze analitycznej, co ma miejsce w postępowaniu normowym. Pomiędzy klasami jakości wykonania jest jednak znaczna różnica w szacowanej nośności powłoki, która jest nieuzasadniona w kontekście wykonanych badań. Otrzymane wartości nośności średnie dla każdej z klas jakości wykonania wykazują różnice względne na poziomie 13%, natomiast w procedurze normowej 32%. Przyjęta metoda klasyfikacji i towarzysząca jej analityczna procedura oceny nośności dają w efekcie znacznie zaniżone wartości nośności powłoki.

Rozpatrując wyniki dla powłok w danej klasie można zauważyć spadek nośności wraz ze wzrostem liczby imperfekcji wprowadzonych do modelu. Otrzymane wyniki granicznej wartości nośności w zależności od liczby imperfekcji wprowadzonych do modelu przedstawiono na rysunku 5-6. Można na nim zauważyć, że występuje pewna zależność pomiędzy liczbą imperfekcji a nośnością powłoki, jednak nie jest ona tak silna jak zależność nośności od klasy jakości wykonania.



Rys. 5-6 Wartości nośności otrzymane w analizie GMNIA w zależności od liczby imperfekcji w modelu



Współczynnik korelacji pomiędzy nośnością powłoki a liczbą imperfekcji wynosi -0.3461, co wskazuje na słabą zależność liniową pomiędzy tymi zmiennymi. Na rysunku 5-6 można zauważyć, że w powłokach z imperfekcjami wprowadzonymi w liczbie  $n = 10$  wyraźna jest różnica pomiędzy nośnościami powłok. Zależność ta zanika w miarę wprowadzania do powłoki większej liczby imperfekcji. Jest to spowodowane większą wariancją wyników, gdy do powłoki wprowadzone są imperfekcje w liczbie  $n = 40$  w stosunku do  $n = 10$ .

W wyniku przeprowadzonych badań numerycznych otrzymano wartości nośności dla powłok o zróżnicowanej klasie jakości wykonania wynikającej z klasyfikacji normowej. Powłoka, która cechuje się daną jakością wykonania, powinna wykazywać określoną nośność w procedurze jej wymiarowania. Procedura normowa opiera się na lokalnym pomiarze, który ekstrapolowany jest do oceny jakości wykonania całej powłoki. Prawdopodobnie w wyniku tej ekstrapolacji otrzymana szacunkowa wartość nośności jest znacznie zaniżona w stosunku do wartości granicznej otrzymanej w analizie GMNIA. Dodatkowo lokalny pomiar z wykorzystaniem przymiarów geometrycznych o długości  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$  nie pozwala jednoznacznie określić kształtu rozpatrywanej imperfekcji. Ponieważ przymiary  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$  mają stałą długość nie jest łatwa interpretacja zmierzonej przy ich pomocy amplitudy imperfekcji. W większości przeprowadzonych badań, w których rozpatrywane były różne modele deformacji ich amplituda była skalowana względem powierzchni środkowej powłoki [20,81,82,155]. Takie podejście zaprezentowano również w tej pracy. Znalezienie powiązania pomiędzy amplitudą imperfekcji rozumianą w ten sposób, a parametrem jakości wykonania wynikających z pomiarów przymiarami  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$  nie jest oczywiste. Stanowi to dodatkowe utrudnienie, gdy do wymiarowania wykorzystywana jest analiza GMNIA. Zgodnie z normą wprowadzana do modelu numerycznego imperfekcja powinna umożliwić jej określoną klasyfikację zgodnie z rysunku 2-20. Przy zmianie rozkładu imperfekcji otrzymuje się zatem różne wartości pomierzonej amplitudy i parametrów jakości, pomimo iż pierwotnie mogły one być takie same względem powierzchni środkowej. Parametr jakości nie daje zatem informacji o kształcie rozpatrywanej powłoki, a więc jego stosowanie powoduje nieuwzględnienie wielu istotnych czynników wpływających na otrzymywane wartości nośności.

W klasyfikacji normowej nie uwzględnia się liczby zaobserwowanych w powłoce imperfekcji. Prowadzi to do dalszej rozbieżności pomiędzy jakością wykonania powłoki a jej nośnością. W przeprowadzonym badaniu do powłoki wprowadzone zostały imperfekcje o tej samej geometrii. Prawdopodobnie, gdyby losowo zmienne byłyby inne parametry kształtu

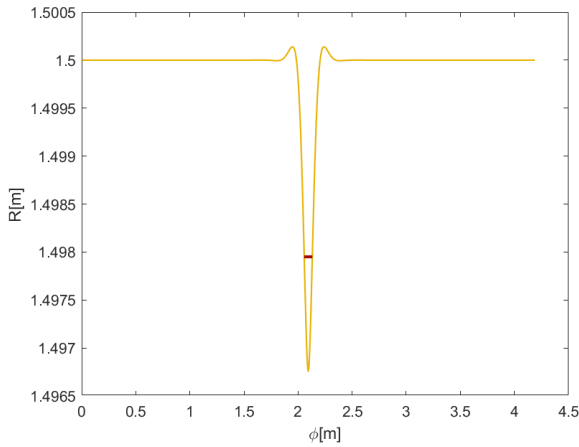
imperfekcji wynikającej z równania (4.6) uzyskane wyniki byłyby jeszcze bardziej zróżnicowane. Wykazanie takiej zależności wymaga jednak wykonania kolejnych badań. Klasyfikacja powłoki wynikająca z pomiarów normowych nie pozwala zatem w sposób jednoznaczny stwierdzić jaka jest rzeczywista jakość wykonania konstrukcji. Klasyfikacja powinna w sposób jednoznaczny świadczyć o określonych parametrach modelu, które ostatecznie prowadzą do oceny nośności. Trudno również przy jej pomocy określić geometrię uzyskaną w procesie wznoszenia konstrukcji. Należy zaznaczyć, że uzyskane wyniki otrzymano w analizie GMNIA, która jest dopuszczona jako alternatywa do procedury analitycznej. Przeprowadzone badania uwzględniały jedynie w powłoce imperfekcje lokalne. Powłoki rzeczywiste posiadają bardzo zróżnicowane imperfekcje i nie ograniczają się one do lokalnych wgłębień. Norma [N1] zaleca również rozpatrzenie owalności przekroju i mimośrodków wynikających ze wzajemnego niedopasowania blach. Nie jest zatem wykluczone, że uwzględniając w modelach również te efekty spowodują one znaczne obniżenie nośności powłoki, czego wynikiem może być zbliżenie się do wyników procedury analitycznej proponowanej w normie [N1]. Zasadne jest zatem wykonanie kolejnych badań, które pozwolą na sprawdzenie, czy taka zależność występuje. Rozpatrując jednak tylko lokalne wgniecenia analityczna procedura normowa daje znacznie zaniżone wyniki w stosunku do analizy GMNIA. Alternatywnie można zatem skorzystać z procedury określenia nośności powłoki z wieloma imperfekcjami zaprezentowanej w podrozdziale (5.2).

### **Przykład obliczeniowy 5**

W powłoce zaobserwowano imperfekcje, z których 10 poddano dokładniejszej obserwacji w celu ustalenia klasy jakości wykonania powłoki. Po dokonaniu klasyfikacji konieczne jest wyznaczenie nośności powłoki, by zweryfikować jej zdolność do bezpiecznego przenoszenia obciążeń. Powłoka posiada następujące parametry:

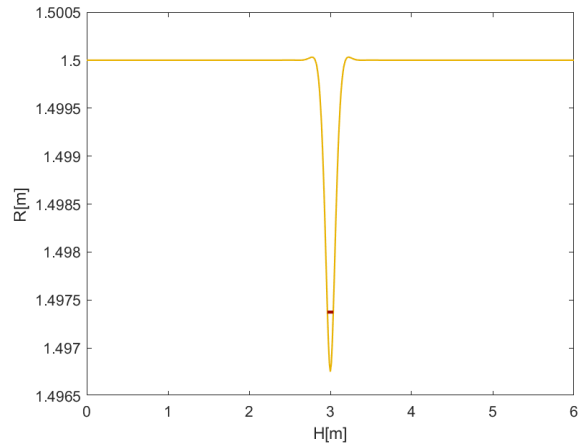
- $R = 1,5$  m – promień powłoki,
- $t = 0,003$  m – grubość powłoki,
- $H = 6$  m – wysokość powłoki,
- $E = 210$  GPa,  $\nu = 0,3$ ,  $f_y = 235$  MPa,
- Warunki podparcia na obydwu końcach powłoki są określone jako BC2f wg Eurokodu [N1].

Ze względu na charakter wyężenia powłoki każda imperfekcja została zmierzona przymiarami o długości  $l_{gx}$  i  $l_{gw}$ . Dla zadanej geometrii powłoki długości przymiarów wynoszą odpowiednio  $l_{gx} = 0,268$  m i  $l_{gw} = 0,075$  m. Przykładowy pomiar imperfekcji względem współrzędnej osiowej i obwodowej przedstawiono na rysunku 5-7.



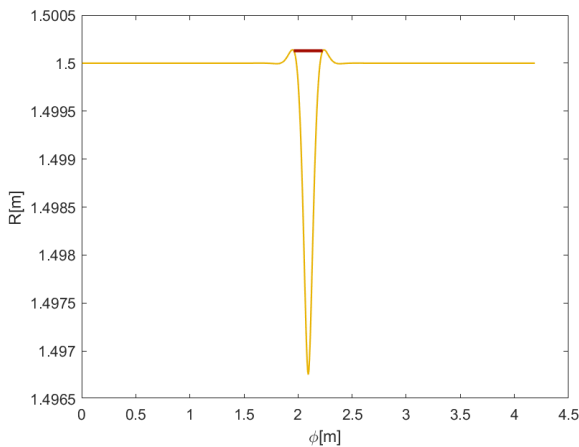
Pomiar  $l_{gw}$  względem  $\phi$

$$U_{w0} = 0,016$$



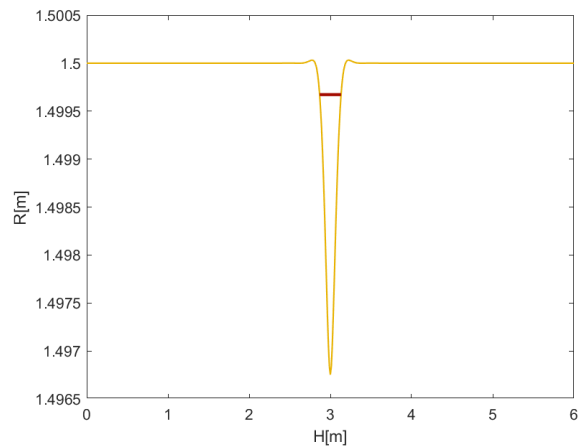
Pomiar  $l_{gw}$  względem  $H$

$$U_{w0} = 0,0083$$



Pomiar  $l_{gx}$  względem  $\phi$

$$U_{x0} = 0,0126$$



Pomiar  $l_{gx}$  względem  $H$

$$U_{w0} = 0,0109$$

Rys. 5-7 Schemat pomiaru imperfekcji w przykładzie obliczeniowym 5

W wyniku przeprowadzonych pomiarów dla wszystkich imperfekcji maksymalna wartość parametru jakości wyniosła  $U_{w0} = 0,016$ , co pozwoliło sklasyfikować powłokę do klasy „C”. Wykonano następnie normową procedurę analityczną analogiczną do procedury przedstawionej w przykładzie 1 otrzymując wartość granicznych naprężeń charakterystycznych równą wg [N1]:

$$\sigma_{x,Rk} = 24,23 \text{ MPa.}$$

Zaprezentowana w przykładzie geometria imperfekcji odpowiada wcześniej już rozpatrywanej deformacji opisanej wzorem (4.6) o następujących parametrach rozkładu: parametr kształtu  $\gamma = 1$ , parametry długości osiowej i obwodowej  $\kappa_\omega$ ;  $\kappa_\varphi = 1\lambda_0$  i amplituda imperfekcji liczona względem powierzchni środkowej  $\frac{w_0}{t} = 1,08234$ . Zakładając, że wszystkie imperfekcje posiadają taką samą geometrię oszacowano wartość nośności powłoki z wykorzystaniem autorskiego wzoru (5.2):

$$\frac{\sigma_{gr.}}{\sigma_{cl}} = 0,437 + 0,569 \cdot e^{-2,89 \cdot 1,08234} - 0,0024 \cdot 10 = 0,438.$$

Aby otrzymać wartość naprężeń granicznych należy przemnożyć otrzymaną wartość przez naprężenia krytyczne obliczane na podstawie wzoru (2.1)  $\sigma_{cl} \approx 0.605 \frac{Et}{R} = 254.1 \text{ kPa}$ , stąd wartość naprężeń granicznych wynosi:

$$\sigma_{gr.} = 111,30 \text{ MPa}.$$

W analizie GMNIA dla zadanej geometrii powłoki z imperfekcjami otrzymano graniczną wartość naprężeń równą:

$$\sigma_{GMNIA} = 121,46 \text{ MPa},$$

która jest zbliżona do wartości otrzymanej z autorskiego wzoru. Obie te wartości są znacznie większe niż nośność wyznaczona z wykorzystaniem metody normowej [N1].

## **5.4 Dyskusja**

W tym rozdziale został zbadany wpływ liczby imperfekcji wprowadzonych do modelu obliczeniowego na nośność powłoki walcowej. Do tego celu wykorzystano analizę uwzględniającą nieliniowość geometryczną i materiałową modelu MES, która stanowi wyznacznik w projektowaniu i innych pracach badawczych. W poprzedniej części pracy przeprowadzono badania uwzględniając pojedynczą imperfekcję w modelu numerycznym powłoki. Takie podejście wynikało z metody klasyfikacji powłoki w oparciu o lokalny pomiar deformacji, która będzie skutkowała uzyskaniem największej wartości parametru jakości. Geometria otrzymana w procesie wznoszenia konstrukcji zawiera w sobie wiele deformacji o zróżnicowanym charakterze i trudno jest ją scharakteryzować pojedynczą imperfekcją reprezentatywną. W wyniku tej obserwacji zdecydowano się wprowadzić do modelu powłoki imperfekcje w ilości większej niż jedna. W powłokach rzeczywistych, pomimo losowego charakteru zjawiska imperfekcji, można zaobserwować miejsca, gdzie deformacje mogą

przyjmować swoje ekstrema. Są nimi obszary spotykania się spoiny obwodowej z osiową, które pozwalają zarazem na oszacowanie liczby potencjalnych maksymalnych imperfekcji, co pokazano na rysunku 5-1. Pozwoliło to ustalić jaki jest rząd wielkości imperfekcji lokalnych znajdujących się w powłoce.

W pierwszej części badań do powłoki wprowadzone zostały imperfekcje lokalne o zmiennych parametrach w losowych miejscach. Do tego celu ponownie wykorzystano kształt imperfekcji opisanej równaniem (4.6), który pozwala na wprowadzenie do modelu numerycznego lokalnej deformacji. Dokonano przy tym pewnego założenia, że parametry długości obwodowej i osiowej są stałe dla wszystkich wprowadzanych imperfekcji, przy zmienności parametru kształtu i amplitudy imperfekcji. W rzeczywistości imperfekcje geometryczne są bardzo zróżnicowane i nie można ich uprościć do jednej geometrii, jednak taki zabieg miał na celu wyodrębnienie wpływu liczby imperfekcji na nośność powłoki. W wyniku przeprowadzonych analiz zauważono silną zależność pomiędzy amplitudą imperfekcji, której towarzyszy słaby wpływ liczby wprowadzonych do modelu deformacji, co wykazał test korelacji zestawiony w tabeli 5-2. Nie jest on jednak pomijany, więc postanowiono dokonać dokładniejszych analiz tego zjawiska. W tym celu dokonano podstawowej analizy statystycznej pomiarów, czego wynikiem był uzyskany model regresji nieliniowej oparty na zmiennej amplitudzie i liczbie imperfekcji opisany równaniem (5.3). Pozwala on na określenie wpływu tych czynników na nośność powłoki walcowej o zadanej geometrii. Chcąc uzyskać dalsze uogólnienie zaproponowanej metody, należałoby przeprowadzić analizy dla zróżnicowanych smukłości powłok. Nie jest wykluczone, że dla powłok o odmiennej geometrii postać zależności byłaby inna. Należy również zaznaczyć, że nie podlegały analizie wszystkie zmienne parametry wpływające na geometrię imperfekcji. W nawiązaniu do wyników badań z rozdziału 4 tej pracy, parametr długości obwodowej deformacji może mieć znaczący wpływ na nośność powłoki. Obydwie te kwestie wymagają wykonania kolejnych badań, podlegających analogicznej metodologii do zaprezentowanych w tej pracy. Pomimo wprowadzenia większej liczby imperfekcji do modelu w dalszym ciągu wyraźna jest zależność nośności od amplitudy deformacji wstępnych, co widać na rysunku 5-3. Można zatem przypuszczać, że procedury wymiarowania które pozwalają określić nośność powłoki za pomocą pomiaru amplitudy będą w dalszym ciągu sprawdzać się w dostatecznym stopniu. W tym rozdziale zostały przeprowadzone badania, w których rozpatrywano imperfekcje poddane klasyfikacji normowej w celu sprawdzenia słuszności tego założenia.

Głównym celem wykonania pomiarów konstrukcji rzeczywistej jest określenie jej klasy jakości wykonania. Przymiary geometryczne pozwalają na sprawdzenie pojedynczej imperfekcji, dla której uzyskano największą wartość parametru jakości wykonania. Największa wartość tego parametru powoduje klasyfikację powłoki do najniższej zaobserwowanej klasy jakości wykonania. W procesie projektowania ta procedura zostaje odwrócona i na podstawie założonej klasy ustala się jaki parametr jakości powinien wykazać pomiar imperfekcji reprezentatywnej. Zgodnie z zapisem, który można znaleźć w normie [N1] amplitudę przyjętej zastępczej imperfekcji geometrycznej interpretuje się zgodnie z zasadami pomiaru wgłębień podanymi na rysunku 2-20. W modelach numerycznych stosuje się zróżnicowane modele imperfekcji geometrycznych w celu znalezienia deformacji wstępnej powodującej największe obniżenie nośności powłoki. Stosując taką interpretację amplitudy zastępczej imperfekcji nie jesteśmy w stanie dokonać właściwego porównania pomiędzy różnymi formami deformacji wprowadzanymi do modelu. W szeregach badań mających na celu poszukiwanie najbardziej niekorzystnej formy imperfekcji, a także w tej pracy amplituda jest rozumiana jako maksymalna wartość odchyłki liczona względem powierzchni środkowej. Daje to możliwość jasnego porównania wyników w procedurze projektowania poprzez wyrysowanie krzywych wpływu imperfekcji. Stosując jednak takie podejście brakuje jednolitej interpretacji wyników pomiarów imperfekcji w konstrukcji rzeczywistej z procedurą projektowania, ponieważ ustalenie powierzchni środkowej w wykonanej powłoce jest niezwykle trudne. Prawdopodobnie istnieje procedura pomiarowa, w której uwzględniona zostanie odpowiednia relacja pomiędzy wpływem zmiany amplitudy imperfekcji różnego kształtu na nośność powłoki, jednak wymaga to wykonania dalszych badań.

Normowa procedura pomiarowa pozwala jednoznacznie określić klasę jakości wykonania powłoki. Stosując następnie analityczną procedurę normową otrzymuje się szacowaną nośność powłoki, na którą klasa jakości ma decydujący wpływ. Stosując taką samą interpretację amplitudy imperfekcji przy ocenie nośności w analizie GMNIA otrzymano wyniki o znacznie większej wartości. Ponadto znacząca część wartości nośności dla powłok z wieloma imperfekcjami powodującymi klasyfikację „C” była większa niż dla klasy „A”, co widać na rysunku 5-5. Poddaje to pod wątpliwość model klasyfikacji zaproponowany w normie projektowej. W jego miejsce w tej pracy zaproponowano model regresji, ponieważ dokładniej opisuje on zależność pomiędzy imperfekcjami a nośnością powłoki. Postępowanie normowe nie uwzględnia wpływu liczby imperfekcji na jakość wykonania powłoki i jest to jeden z powodów, dlaczego nie ma odpowiedniej relacji pomiędzy nośnością a klasą jakości

wykonania. Lokalny pomiar ekstrapolowany jest w stosunku do całej powłoki, co powoduje dalszą rozbieżność wyników. Ostatecznie stosując analityczną procedurę normową otrzymujemy bardzo bezpieczne oszacowanie nośności powłoki. W niniejszej pracy poddano analizie ponad 500 modeli numerycznych powłok i niezależnie od rozpatrywanej amplitudy w analizie GMNIA nie udało się uzyskać wartości nośności zbliżonej do nośności wyznaczonej w procedurze analitycznej dla klasy „C”. Postuluje się, że istnieje model regresji wielu zmiennych, który pozwoli w dokładniejszy sposób oszacować nośność powłoki poprzez obserwację imperfekcji geometrycznych w powłokach. Można to stwierdzić na podstawie przykładów obliczeniowych zaprezentowanych w tej pracy.

## **6. Podsumowanie, wnioski i uwagi końcowe**

---

### **6.1 Podsumowanie wyników pracy**

W pracy przedstawiono zagadnienia związane z właściwą oceną wpływu liczby i kształtu imperfekcji geometrycznych w postaci lokalnych wgnieceń na stateczność równomiernie ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych. W wyniku przeglądu literatury i przepisów normowych zwrócono uwagę, że w ocenie nośności wyboczeniowej takich powłok przyjmowane są na ogół regularne formy wstępnych deformacji wykonawczych o jednakowych amplitudach promieniowych wgnieceń. Jest to podejście, w którym poszukiwane są imperfekcje reprezentatywne i są one niezależne od realnych form tych deformacji. W ten sposób można uzyskać bezpieczną ocenę nośności, ale w wielu wypadkach prowadzić może to do znacznie zaniżonego oszacowania realnych naprężeń granicznych, a więc do nieekonomicznego projektowania.

Nawet w bardzo dobrych technologicznych warunkach wykonawczych nieuniknione jest wystąpienie co najmniej jednej lokalnej promieniowej deformacji stalowej powłoki walcowej (np. płaszcza silosu) w miejscach spoin obwodowych i na ich skrzyżowaniach ze spoinami pionowymi. Pomierzone w tych miejscach wartości promieniowych wgłębień  $w_0$  decydują arbitralnie o klasie jakości powłoki. Natomiast numeryczna lub naprężeniowa analiza jej nośności jest dyktowana przez pojedynczy pomiar, który wskazał największą wartość parametru jakości wykonania.

W rozdziale 5. przedstawiono wyniki własnych analiz GMNIA wybranej stalowej powłoki walcowej ściskanej równomiernie osiowo z lokalnie występującymi wgłębieniami promieniowymi  $w_0$  (rys. 5-1), w których te wgłębienia mogły wystąpić losowo w liczbie: 1, 10, 20 lub 40. Imperfekcje te miały zróżnicowaną geometrię przy tej samej wartości wgłębienia, kształt tych deformacji określał parametr  $\gamma$  równy 0 lub 1, występujący w równaniu (4.6). Wyniki analiz numerycznych, przedstawione na rys. 5-3, pokazują wyraźnie, że przy tej samej wartości względnej amplitudy wgłębienia  $w_0/t$  i tym samym parametrze kształtu  $\gamma$  (0 lub 1) wraz z liczbą wgłębień  $n$  (1, 10, 20, 40) spada względna nośność krytyczna powłoki  $\sigma_{GMNIA}/\sigma_{cl}$ . Zrealizowano przy tym zadanie naukowe nr 1 wymienione w rozdziale 3. tej pracy oraz wykazano słuszność tezy 1. i 2. rozprawy. Niezależnie od przyjętej liczby imperfekcji w modelu numerycznym nie udało się uzyskać wartości nośności tak niskich, jak te wynikające



z postępowania normowego. Przeprowadzone analizy dotyczą wprawdzie tylko jednej geometrii powłoki, ale wpływ kształtu i liczby imperfekcji na nośność graniczną powłoki jest wyraźnie widoczny i można sądzić, że będzie również zauważalny w powłokach o innych geometriach.

Wpływ kształtu obwodowej imperfekcji spawalniczej, reprezentowanego przez parametr  $\gamma$  (0, 0.5, 1), na nośność krytyczną wybranej powłoki został przeanalizowany w podrozdziale 4.6. Wyniki tych badań numerycznych zostały przedstawione na rysunku 4-18 i pokazują one, że zmiana parametru kształtu imperfekcji jest czynnikiem wpływającym na nośność rozpatrywanej powłoki. Jest to więc kolejne potwierdzenie słuszności tezy 3. rozprawy.

W przypadku występowania pojedynczej imperfekcji w postaci promieniowego wgłębienia obwodowego w powłoce (szczególnie w miejscu spoiny) zmierzona amplituda nie zawsze jest miarodajnym parametrem decydującym o jej nośności w rozumieniu wytycznych normowych i literaturowych. Liczba takich imperfekcji ma istotny wpływ na nośność graniczną ściskanej osiowo stalowej powłoki walcowej. Liczba wgłębień to parametr, który nie jest uwzględniany w normach i w literaturze, ma on jednak wpływ na nośność powłoki, co wykazano w rozdz. 5.2 (rys. 5-3). Ta obserwacja jest potwierdzeniem słuszności tezy 3. rozprawy, która postuluje potrzebę opracowania nowych zasad klasyfikacji jakości wykonania powłok oraz uwzględniania liczby i kształtu imperfekcji w analizach nośności stalowych powłok ściskanych osiowo. Tę tezę dodatkowo uzasadniają porównania wyników własnych analiz GMNIA z wynikami nośności uzyskanymi na podstawie wymagań normy [N1] wybranej ściskanej osiowo powłoki walcowej z pojedynczą imperfekcją o zróżnicowanej wartości wgłębienia  $w_0$  (rys. 4-23). W rozpatrywanych powłokach klasyfikacja normowa nie jest wyznacznikiem, który pozwala rozróżnić powłoki pod względem ich nośności. Przez udowodnienie braków w stosowanych procedurach literaturowych i normowych w zakresie właściwego klasyfikowania jakości wykonania i oceny nośności zrealizowano zadanie naukowe numer 2. Wystąpienie pojedynczej imperfekcji o wartości większej niż dopuszczalna w najniższej klasie C nie oznacza wyraźnego spadku nośności powłoki nawet w stosunku do powłoki o najwyższej normowej klasie jakości wykonania A. Jest to też kolejny dowód na słuszność tezy 1 rozprawy.

Wykorzystywane w analizach numerycznych modele numeryczne MES podlegały procesowi kalibracji, a autorskie modelowanie kształtów imperfekcji lokalnych analizowanych powłok było wieloparametrowe, mające swoje źródło w literaturowych opisach deformacji powłok w rejonie spoin obwodowych *Weld Type A* i *Weld Type B* [20].

## **6.2 Wnioski**

Przeprowadzony przegląd stanu wiedzy w zakresie nośności granicznej ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych oraz wyniki własnych analiz numerycznych powłok o wybranej geometrii z lokalnymi imperfekcjami geometrycznymi w postaci promieniowych wgłębień pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- 6.2.1. W walcowych powłokach stalowych występują odstępstwa od idealnej geometrii w postaci promieniowych wgłębień o wartości  $w_0$ , które są zlokalizowane najczęściej w rejonach spoin obwodowych i podłużnych z uwagi na skurcz spawalniczy lub złe dopasowanie arkuszy blach w procesie wytwarzania powłok. W tych miejscach wartości wgłębień  $w_0$  są na ogół zdecydowanie większe niż w innych miejscach.
- 6.2.2. Uzyskana w procedurze normowej nośność jest uzależniona od pojedynczej imperfekcji zidentyfikowanej w powłoce, która cechuje się największą wartością parametru jakości. Ustalenie klasy jakości wykonania poprzez prosty inżynierski pomiar prowadzi do pominięcia wielu czynników, które w istotny sposób wpływają na utratę stateczności powłoki. Ze względu na konieczność zapewnienia odpowiedniego poziomu bezpieczeństwa, a zarazem uwzględnienia wszystkich potencjalnie możliwych kształtów imperfekcji mogących wystąpić w powłoce, procedura normowa prowadzi do nieekonomicznych wyników. Alternatywę mogą stanowić bardziej złożone modele uwzględniające wpływ innych parametrów imperfekcji poza dominującą amplitudą.
- 6.2.3. W przeanalizowanym zakresie literatury przedmiotu i wytycznych normowych nie ma jasnych wytycznych co do opisu geometrii wynikającej ze standardowego procesu technologicznego wytwarzania powłoki spawanej i możliwości oceny jej nośności. Dominujące jest podejście wykorzystujące pojedynczą imperfekcję zastępczą lub reprezentatywną, która stanowi model teoretyczny wynikający z badań na powłokach rzeczywistych. W procesie projektowania takie podejście może być dostateczne, jednak poczynione przy tym założenia co do klasy jakości wykonania mogą odbiegać od realnej geometrii. Nie jest możliwe przy tym określenie kształtu powłoki rzeczywistej poprzez wykorzystanie pojedynczej odchyłki modelowej, ponieważ geometria wynikowa jest efektem interakcji wielu form i kształtów imperfekcji.
- 6.2.4. Własne badania numeryczne, których wyniki przedstawiono w rozdziale 4 i 5 wykazują, że gdy w powłoce zostanie zaobserwowana imperfekcja, która powoduje dyskwalifikację

powłoki przy ocenie jej jakości wykonania, może ona w dalszym ciągu wykazywać nośność dostateczną do przenoszenia obciążeń. Zaproponowane modele imperfekcji wskazują, że pomimo dominującego wpływu amplitudy deformacji na nośność powłoki występują inne czynniki, które nie są pomijalne. Zauważono przy tym, że powłoka z dużą liczbą lokalnych deformacji o małej amplitudzie może cechować się mniejszą nośnością niż powłoka z mniejszą liczbą imperfekcji o większej amplitudzie.

6.2.5. Przeprowadzone badania numeryczne wykazały wyraźny wpływ liczby i geometrii lokalnych wgłębień na nośność walcowych powłok stalowych ściskanych osiowo, co nie było do tej pory uwzględniane w procedurach normowych i w literaturze.

6.2.6. Biorąc pod uwagę wnioski 6.2.4 można stwierdzić, że normowa metoda klasyfikacji jakości wykonania stalowych powłok walcowych w celu określenia ich nośności jest zbyt konserwatywna i wymaga modyfikacji w celu ich optymalnego projektowania. Wymaga to jednak kolejnych analiz, obszerniejszych niż te, które udało się przeprowadzić w niniejszej pracy.

6.2.7. Istnieje potrzeba stworzenia dostępnej ogólnie bazy pomiarów realnych wartości i rozkładu imperfekcji geometrycznych stalowych powłok walcowych, na podstawie których byłaby możliwa wieloparametrowa analiza nośności granicznej takich ściskanych powłok, skutkująca opracowaniem zmodyfikowanych wytycznych klasyfikacji jakości wykonania i metod wyznaczania ich nośności.

6.2.8. Zaprezentowane w pracy analizy numeryczne i uzyskane wyniki mogą być pomocne w sytuacjach, w których w realnej powłoce wystąpią pojedyncze lokalne imperfekcje przekraczające wartości dopuszczalne przepisami normowymi. Wykonanie indywidualnej numerycznej analizy nośności modelu powłoki, uwzględniającej realne wartości i liczbę stwierdzonych imperfekcji może prowadzić w wielu przypadkach do uzyskania poprawnej nośności granicznej.

### **6.3 Kierunki dalszych badań**

Przeprowadzone rozpoznanie literatury i własne analizy poczynione na potrzeby niniejszej rozprawy doktorskiej pozwoliły zidentyfikować następujące kierunki dalszych badań:

6.3.1. Do analiz przyjęto model imperfekcji wynikający z wieloletnich badań nad geometrią powłok spawanych z blach. Przyjęty kształt imperfekcji może posłużyć do opisu

- deformacji, które zaobserwować można w powłokach rzeczywistych. Posiada on jednak wiele parametrów zmiennych, które wymagają weryfikacji poprzez pomiary polowe.
- 6.3.2. W analizach numerycznych skupiono głównie uwagę na imperfekcjach w postaci lokalnych wgnieceń, jednak geometria powłok rzeczywistych jest wynikiem interakcji wielu rodzajów i kształtów imperfekcji. Zasadne jest przeprowadzenie analiz, w których zbadane zostaną powłoki, w których wystąpią nie tylko lokalne wgniecenia, ale także inne znane formy imperfekcji, jak na przykład mimośrody czy owalizacje przekrojów. Dzięki takiemu zabiegowi geometria modeli numerycznych będzie bliższa geometrii powłok rzeczywistych.
- 6.3.3. W niniejszej pracy analizie podlegała pojedyncza, określona geometria powłoki, co uniemożliwiło stworzenie zasad ogólnych służących celom projektowym. Dzięki przeprowadzaniu analiz dla szerszego zakresu geometrii (smukłości) powłok można stworzyć krzywe wyboczeniowe i dokonać rewizji podejścia analitycznego przedstawionego w normie projektowej [N1].
- 6.3.4. Rozpatrywana geometria powłoki o zadanych warunkach brzegowych stanowi pewnego rodzaju przykład elementarny. W rzeczywistych konstrukcjach rzadko mamy do czynienia z powłokami równomiernie podpartymi i obciążonymi osiowo. Zasadne jest zatem rozpatrzenie innych warunków podparcia i obciążenia, co znacząco skomplikuje występujący w powłoce stan naprężenia. Tego typu badania pozwolą na znalezienie zależności pomiędzy nośnością powłoki o zmiennych warunkach brzegowych a występującymi w niej imperfekcjami.
- 6.3.5. Zaproponowany w niniejszej rozprawie model imperfekcji wykonawczej ma charakter lokalny. W powłokach rzeczywistych mamy do czynienia ze spoinami poziomymi, które występują na całym obwodzie powłoki, jednak taki przypadek nie był rozpatrywany w tej pracy. W celu zdobycia pełnej informacji na temat wpływu imperfekcji obwodowej na nośność powłoki należałoby poszerzyć zakres analiz o ten przypadek.
- 6.3.6. W niniejszej pracy zbadano wpływ wielu parametrów związanych z kształtem imperfekcji na nośność powłoki walcowej. Nie jest możliwe ich właściwe zmierzenie i uwzględnienie w procedurze normowej z wykorzystaniem przymiarów geometrycznych. Opracowanie metody, która pozwoli na właściwy pomiar i ocenę jakości wykonania powłoki jest tematem wciąż nierozwiązanym. Procedura analityczna

powiązana z takimi pomiarami powinna prowadzić do właściwego oszacowania nośności powłoki.

6.3.7. Aktualnie wykorzystywane systemy pomiarowe pozwalają na wykonanie dokładnego skanu wykonanej powłoki. Posiadając taki zbiór punktów można zmodyfikować siatkę elementów skończonych modelu numerycznego i dokonać jego analizy pod zadaniem obciążeniem. Tego rodzaju podejście nie jest jednak potwierdzone jako dające właściwe oszacowanie nośności powłoki o zaobserwowanej geometrii.

6.3.8. Zalecenia, które można znaleźć w obowiązującej normie projektowej stanowią pewnego rodzaju kompromis pomiędzy teorią a praktyką i zaproponowanie metody wymiarowania powłoki równie prostej i jednocześnie skutecznej jest zadaniem niezwykle trudnym. Przez lata powstawało wiele modeli pozwalających oszacować nośność powłoki [88,90–92,94]. Problem z ich zastosowaniem wynika z braku możliwości ich kalibracji. Jest to możliwe poprzez zgromadzenie odpowiedniego zasobu wiedzy na temat rzeczywistych geometrii powłok. Pomysł powstania banku danych dotyczących geometrii powłok sięga lat 70. ubiegłego stulecia [83]. Przy tamtej okazji udało się zgromadzić odpowiedni zasób wiedzy, który pozwolił na skalibrowanie wielu modeli teoretycznych stosowanych przez lata. Ze względu na różnice w technologii wykonania powłok badanych w Delft nie można zastosować tych wyników do bieżących modeli wymiarowania. Profesor Michael Rotter w swoich pracach wielokrotnie zaznacza konieczność mierzenia powłok rzeczywistych [11].

## Bibliografia

---

- [1] Lin X. Buckling of Extensively Welded Steel Cylindrical Shells Under Axial Compression. Hong Kong Polytechnic University, 2004.
- [2] Weare F. Silo design and construction. *Silos Des Constr Repair Inst Civ Eng* 1989;15:9–11.
- [3] Gaylord EH, Gaylord CN. Design of Steel Bins for Storage of Bulk Solids. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall; 1984.
- [4] Lorenz Z. Achsensymmetrische Verzerrungen in dunwandigen Hohlzylinder. *Zeitschrift Des Vereines Dtsch Ingenieure* 1908;52:1766–1793.
- [5] Timoshenko SP. Einige stabiats Probleme der Elastizitatstheorie. *Zeitschrift Für Angew Math Und Phys* 1910;58:337–57.
- [6] Southwell RV. On the general theory of elastic stability. *Philos Trans R Soc* 1914;213:187–202.
- [7] Robertson A. The strength of tubular struts. *ARC Rep Memo* 1929;1185.
- [8] Flügge W. Die Stabilitat der Kreiszyinderschale. *Ing- Arch* 1932;3:463–506.
- [9] Lundquist EE. Strength test of thin-walled duralumin cylinders in compression. *NACA Tech Note* 1933;473.
- [10] Wilson WM, Newmark NM. The strength of thin cylindrical shells as columns. *Bull Eng Exp Station* 1933;255.
- [11] Teng JG, Rotter JM. Buckling of Thin Metal Shells. London: Spon Press; 2004.
- [12] Donnell LH. Stability of Thin-Walled Tubes under Torsion. *NACA Tech Note* 1933;479.
- [13] Donnell LH. New Theory for the Buckling of Thin Cylinders under Axial Compression and Bending. *Trans ASME* 1934;56:795–806.
- [14] Koiter WT. On the Stability of Elastic Equilibrium (in Dutch). Delft University, 1945.
- [15] Donnell LH, Wan CC. Effect of Imperfections on Buckling of Thin Cylinders and Columns under Axial Compression. *J Appl Mech Trans ASME* 1950;17:73–83.
- [16] Arbocz J, Babcock CD. The Effect of General Imperfections on the Buckling Load of Cylindrical Shells. *J Appl* 1969;36:28–38.
- [17] Koiter WT. The effect of axisymmetric imperfections on the buckling of cylindrical shells under axial compression. *Int J Solids Struct* 1963;B66:265–79.
- [18] Pederson PT. On the collapse load of cylindrical shells. *Buckling Struct.*, New York: Springer; 1974.
- [19] Yamaki N. Elastic stability of circular cylindrical shells. *Appl Math Mech* 1984;27.
- [20] Rotter JM, Teng JG. Elastic Stability of Cylindrical Shells with Weld Depressions. *J Struct Eng* 1989;115:1244–63.
- [21] Bornscheuer FW, Hafner L. The influence of an imperfect circumferential weld on the buckling strength of axially loaded circular cylindrical shells. *3rd Int. Colloq. Stab.*

- Met. Struct., Paris: 1983, p. 407–14.
- [22] Clarke MJ, Rotter JM. A Technique for the Measurement of Imperfections in Prototype Silos and Tanks. 1988.
- [23] Ding XL, Coleman RD, Rotter JM. Technique for precise measurement of large-scale silos and tanks. *J Surv Eng ASCE Am Soc Civ Eng* 1996;122:14–25.
- [24] Rotter JM. Elastic plastic buckling and collapse in internally pressurised axially compressed silo cylinders with measured axisymmetric imperfections: interactions between imperfections, residual stresses and collapse. *Int. Work. Imperfections Met. Silos Meas. Characterisation Strength Anal. CA-Silo, Lyon, France: 1996, p. 119–40.*
- [25] Fritschi H. Formabweichungen im Bereich von Rundnähten an stehenden zylindrischen Schalentragwerken aus Stahl. *Vertieferarbeit, Lehrstuhl für Stahl und Leichtmetallbau, Universität Karlsruhe: 1995.*
- [26] Maślak M, Pazdanowski M, Siudut J, Tarsa K. Corrosion durability estimation for steel shell of a tank used to store liquid fuels. *Mod Build Mater Struct Tech MBMST* 2016;172:723–30.
- [27] Bodarski Z, Hotała E, Pasternak H. Zur Beurteilung tier Tragfaehigkeit von Metallsilos. *Der Bauingenieur* 1985;60.
- [28] Knoedel P, Ummerhofer T, Rotter JM. Rethinking imperfections in tanks and silos. *EUROSTEEL 2017, Copenhagen, Denmark: 2017.*
- [29] Holst JM, Rotter JM, Calladine CR. Imperfections and buckling in cylindrical shells with consistent residual stresses. *J Constr Steel Rese* 2000;54:265–82.
- [30] Ramm E. Strategies for tracing nonlinear response near limit points. In: Wunderlich W, Stein E, Bathe KJ, editors. *Nonlinear Finite Elem. Anal. Struct. Mech.*, New York: Springer-Verlag; 1981, p. 63–89.
- [31] Crisfield MA. A fast incremental/iterative solution procedure that handles “snap-through.” *Comput Struct* 1981;13:55–62.
- [32] Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *Int J Solids Struct* 1979;15:529–51.
- [33] Wempner GA. Discrete approximations related to non-linear theories of solids. *Int J Solids Struct* 1971;7:1581–99.
- [34] Wagner W, Wriggers W. A simple method for the calculation of post-critical branches. *Eng Comput* 1988;5:103–9.
- [35] Fujii F, Choong KK. Branch-switching in bifurcation of structures. *J Eng Mech* 1992;118:1578–95.
- [36] Wriggers P, Wagger W, Miehe C. A quadratically convergent procedure for calculation of stability points in finite element analysis. *Comput Methods Appl Mech Eng* 1987;70:329–47.
- [37] Calladine CR. *Theory of Shell Structures*. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1983.
- [38] Fischer G. *Über die berechnung der kritischen axiallasten gelenkig gelagerter*

- kreiszyinderschalen mit hilfe des mehrstellenverfahrens. Zeitschrift Für Angew Math Und Mech 1962;42.
- [39] Fischer G. Ueber den Einfluss der gelenkigen Lagerung auf die Stabilität dünnwandiger Kreiszyinderschalen unter Axiallast und Innendruck. Zeitschrift Für Flugwissenschaften 1963;11:111–9.
- [40] Stein M. The effect on the buckling of perfect cylinders of prebuckling deformations and stresses induced by edge support. Collect Pap Instab Shell Struct NASA Tech Note, 1962;D-1510:217–226.
- [41] Stein M. The influence of prebuckling deformations and stresses on the buckling of perfect cylinders. NASA Tech Rep 1964;TR R-190.
- [42] Hoff NJ. The effect of the edge conditions on the buckling of thin-walled circular cylindrical shells in axial compression. Appl Mech 1966:326–31.
- [43] Hoff NJ. Buckling of Thin Shells. Proc. an Aerosp. Symp. Disting. Lect. Honor Dr. Theodore von Karman his 80th Anniv., New York: The Institute of the Aarospace Sciences; 1961, p. 11.
- [44] Nachbar W, Hoff NJ. On Edge Buckling of Axially Compressed Circular Cylindrical Shells. Q Appl Math 1962;20:267.
- [45] Hoff NJ, Rehfield LW. Buckling of Axially Compressed Circular Cylindrical Shells at Stresses Smaller than the Classical Critical Value. Stanford Univ Dep Aeronaut Astronaut Rap SUDAER 1964;191.
- [46] Hoff NJ, Soong T-C. Buckling of Circular Cylindrical Shells in Axial Compression. Stanford Univ Dep Aeronaut Astronaut Rap SUDAER 1964;204.
- [47] Flüge W. Stress in Shells. Springer-Verlag 1973.
- [48] Hutchinson JW. Axial buckling of pressurised imperfect cylindrical shells. AIAA Jul, 1965;3:1461–6.
- [49] Hutchinson JW, Koiter WT. Postbuckling theory. Appl Mech Rev 1970;23:1353–66.
- [50] Tennyson RC, Muggeridge DB. Buckling of axisymmetric imperfect circular cylindrical shells under axial compression. AIAA Jul, 1969;7:2127–31.
- [51] Babcock CD, Sechler EE. The effect of initial imperfections on the buckling stress of cylindrical shells. NASA Tech Rep 1963;TN D-2005.
- [52] Hutchinson JW, Tennyson RC, Muggeridge DB. Effect of a local axisymmetric imperfection on the buckling behavior of a circular cylindrical shell under axial compression. AIAA Jnl 1971;9:48–53.
- [53] Amazigo JC, Budiansky B. Asymptotic formulas for the buckling stresses of axially compressed cylinders with localized or random axisymmetric imperfections. J Appl Mech Trans ASME 1972;E-39:179–84.
- [54] Amazigo JC. Buckling under axial compression of long cylindrical shells with random axisymmetric imperfections. Q Appl Math 1969;26:537–66.
- [55] Amazigo JC. Buckling of stochastically imperfect structures. In: Budiansky B, editor. Buckling Struct., New York: Springer; 1974, p. 172–82.



- [56] Arbocz J. The effect of initial imperfections on shell stability. In: Fung YC, Sechler EE, editors. *Thin shell Struct.*, New York: Englewood Cliffs; 1974, p. 205–46.
- [57] Fersht RS. Buckling of cylindrical shells with random imperfections. In: Fung YC, Sechler EE, editors. *Thin shell Struct.*, New York: Englewood Cliffs; 1974, p. 325–41.
- [58] Elishakoff I. How to introduce the imperfection sensitivity concept into design. In: Thompson JMT, Hunt GW, editors. *Collapse*, Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1983, p. 345–58.
- [59] Odland J. Buckling resistance of unstiffened and stiffened circular cylindrical shell structures. *Nor Marit Res* 1978;6:2–20.
- [60] Rotter JM. Buckling of ground-supported cylindrical steel bins under vertical compressive wall loads. *Met. Struct. Conf.*, Melbourne: Inst. Engrs. Aust.; 1985, p. 112–27.
- [61] Fischer G. Influence of boundary conditions on stability of thin-walled cylindrical shells under axial load and initial pressure. *AIAA Jnl* 1965;3:736–8.
- [62] Almoth BO. Influence of edge conditions on the stability of axially compressed cylindrical shells. *AIAA Jnl* 1966;4:134–40.
- [63] Cohen AG. Buckling of axially compressed cylindrical shells with ring-stiffened edges. *AIAA Jnl* 1966;4:1859–962.
- [64] Gorman DJ, Evan-Iwanowski RM. An analytical and experimental investigation of the effects of large prebuckling deformations on the buckling of clamped thin-walled circular cylindrical shells subjected to axial loading and internal pressure. *Dev Theor Appl Mech* 1970;4:415–26.
- [65] Yamaki N, Kodama S. Buckling of circular cylindrical shells under axial compression-report 3. vol. 25. Tohoku: 1972.
- [66] Schneider W, Höhn K, Timmel I, Thiele R. Quasi-collapse-affine imperfections at slender wind-loaded cylindrical steel shells. *Second Eur. Conf. Comput. Mech.*, Kraków: 2001, p. 1000–1.
- [67] Holst JM, Rotter JM, Calladine CR. Imperfections in Cylindrical Shells Resulting from Fabrication Misfits. *J Eng Mech* 1999;4:410–8.
- [68] Theimer SP, Martens P. *Siloschaeden. Silo-Handbuch*, Berlin: Wilhelm Ernst and Sohn; 1988, p. 465–81.
- [69] Singer J, Muggeridge DB, Babcock CD. Buckling of imperfect stiffened cylindrical shells under axial compression. *AIAA Jnl* 1971;9:68–75.
- [70] Arbocz J. The imperfection data bank: a means to obtain realistic buckling loads. In: Ramm E, editor. *Buckling of shells*, Berlin: Springer-Verlag; 1982, p. 535–67.
- [71] Arbocz J. Shell stability analysis: theory and practice. In: Thompson JMT, Hunt GW, editors. *Collapse*, Cambridge, UK: Cambridge University Press; 1983, p. 43–74.
- [72] Bodarski Z, Hotała E, Pasternak H. Zum Einfluss der Biegedrillsteifigkeit des Fussrings auf den Stoerungsbereich im Mantel von Metallsilos. *Der Bauingenieur* 1982;57.

- [73] Berry PA, Rotter JM, Bridge RQ. Compression Tests on Cylinders with Circumferential Weld Depressions. *J Eng Mech* 2000;126:405–13.
- [74] Bornscheuer FW, Hafner L, Ramm E. Zur Stabilität eines Kreiszyinders mit einer Rundschweissnaht unter Axialbelastung. *Der Stahlbau* 1983;52:313.
- [75] White JD, Dwight JB. Weld shrinkage in large stiffened tubulars. *Proc. Conf. Residual Stress. Welded Constr.*, London: 1977, p. 337.
- [76] Steinhardt O, Schulz U. Zur Beulstabilität von Kreiszyinderschalen. Bericht der Versuchsanstalt fuer Stahl, Holz, Steine, Karlsruhe: Universita't Karlsruhe; 1970.
- [77] Pircher M, Berry PA, Ding XL, Bridge RQ. The shape of circumferential weld-induced imperfections in thin-walled steel silos and tanks. *Thin-Walled Struct* 2001;39:999–1014.
- [78] Holst JM, Rotter JM, Calladine CR. Geometric imperfections and consistent residual stress fields in elastic cylinder buckling under axial compression. *Work. Imperfections Met. Silos Meas. Characterisation, Strength Anal.*, 1996, p. 199–216.
- [79] Häfner L. Einfluss einer Rundschweissnaht auf die Stabilität und Traglast des axialbelasteten Kreiszyinders. Universita't Stuttgart, Stuttgart, Germany, 1982.
- [80] Rotter JM. Buckling and collapse in internally pressurised axially compressed silo cylinders with measured axisymmetric imperfections: Imperfections, residual stresses and local collapse. *Imperfections Met. Silos Work. BRITE/EURAM Concert. Action CA-Silos, Work. Gr. 3 Met. Silo Struct.*, 1996, p. 119–39.
- [81] Bridge R, Pircher M. The influence of circumferential weld-induced imperfections on the buckling of silos and tanks. *J Constr Steel Res* 2001;57:569–80.
- [82] Bridge R, Pircher M. Buckling of Thin-Walled Silos and Tanks under Axial Load—Some New Aspects. *J Struct Eng* 2001;10:1129–36.
- [83] Arbocz J, Abramovich H. The Initial Imperfection Data Bank at the Delft University of Technology - part I. Netherlands: 1979.
- [84] Singer J, Abramovich H, Yaffe R. Initial imperfection measurements of integrally stringer-stiffened shells. Haifa, Israel: 1978.
- [85] Lin X, Teng JG. Iterative Fourier decomposition of imperfection measurements at non-uniformly distributed sampling points. *Thin-Walled Struct Struct* 2003;41:901–24.
- [86] Elishakoff I, Arbocz J. Reliability of axially compressed cylindrical shells with general nonsymmetric imperfections. *J Appl Mech Trans ASME* 1985;52:122–8.
- [87] Bielewicz E, Górski J. Shells with random geometric imperfections: simulation-based approach. *Int J Non Linear Mech* 2002;37:777–84.
- [88] Gołota M, Winkelmann K, Górski J, Mikulski T. Wpływ wstępnych imperfekcji geometrycznych o losowych wymiarach i lokalizacji na nośność silosu obciążonego podciśnieniem i wiatrem. *Inżynier i Bud* 2011;2:113–7.
- [89] Shenk CA, Schuëller GI. Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections. *Int J Non Linear Mech* 2003;38:1119–32.
- [90] Papadopoulos, V Papadrakakis M. Finite element analysis of cylindrical panels with

- random initial imperfections. *J Eng Mech* 2004;130:867–76.
- [91] Papadopoulos V, Papadrakakis M. The effect of material and thickness variability on the buckling load of shells with random initial imperfections. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2005;194:1405–26.
- [92] Papadopoulos V, Igleis P. The effect of non-uniformity of axial loading on the buckling behavior of shells with random imperfections. *Int J Solids Struct* 2007;44:6299–317.
- [93] Shenk CA, Schuëller GI. Buckling analysis of cylindrical shells with cutouts including random boundary and geometric imperfections. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2007;196:3424–34.
- [94] Papadopoulos V, Papadrakakis M, Stefanou G. Buckling analysis of imperfect shells with stochastic non-Gaussian material and thickness properties. *Int J Solids Struct* 2009;46:2800–8.
- [95] Speicher G, Saal H. Numerical calculation of limit loads for shells of revolution with particular regard to the applying equivalent initial imperfections. *Buckling Shell Struct. Land, Sea Air., London: Elsevier Applied Science; 1991, p. 466–475.*
- [96] Sadvský Z, Kriváček J. Influential geometric imperfections in buckling of axially compressed cylindrical shells – A novel approach. *Eng Struct* 2020;223.
- [97] Yamada S, Croll J. Buckling and Post-buckling Characteristics of Pressure-Loaded Cylinders. *ASME J Appl Mech* 1993;60:290–299.
- [98] Yamada S, Croll J. Contributions to Understanding the Behavior of Axially Compressed Cylinders. *ASME J Appl Mech* 1999;66:299–309.
- [99] Yamada S, Yano K, Croll J. Nonlinear buckling behavior of fiber reinforced polymeric cylinders under compression. *Proc. IASS-2001, Nagoya: Hosei University; 2001.*
- [100] Wagner HNR, Huhne C, Rohwer K, Niemann S, Wiedemann M. Stimulating the realistic worst case buckling scenario of axially compressed unstiffened cylindrical composite shells. *Compos Struct* 2017;160:1095–104.
- [101] Schmidt H. Stability of steel shell structures – general report. *J Constr Steel Res* 2000;55:159–81.
- [102] Castro S, Zimmermann R, Arbelo M, Khakimova R, Hilburger M, Degenhardt R. Geometric imperfections and lower-bound methods used to calculate knock-down factors for axially compressed composite cylindrical shells. *Thin-Walled Struct* 2014;74:118–32.
- [103] Sadowski A, Rotter JM. On the relationship between mesh and stress field orientations in linear stability analyses of thin plates and shells. *Finite Elem Anal Des* 2013;1:42–54.
- [104] Schneider W, Timmel I, Hohn K. The conception of quasi-collapse-affine imperfections: A new approach to unfavourable imperfections of thin-walled shell structures. *Thin-Walled Struct* 2005;43:1202–1224.
- [105] Rotter JM. Shell Buckling and Collapse Analysis for Structural Design: The New Framework of the European Standard. In: Drew HR, Pellegrino S, editors. *New Approaches to Struct. Mech. Shells Biol. Structs*, London: Kluwer Academic; 2002.

- [106] Bridge RQ, Pircher M. The influence of weld-induced residual stresses on the buckling of cylindrical thin-walled shells. Proc. Thin-Walled Struct. Conf., Singapore: 1998, p. 671.
- [107] Ignatenko VM. Failures of structural steel bins and critical design consideration. Met. Struct. Conf., Perth, Australi: 1978.
- [108] Wood JGM. Thin-walled silo structures, failure, testing and design. In: Rhodes J, Walker AC, editors. Thin-Walled Struct. Recent Tech. Adv. Trends Des. Res. Constr., New York: 1980, p. 339–50.
- [109] Wood JGM. Silos: evolution by failure. Struct Eng Int 1997;7:116–7.
- [110] Bushnell D. Buckling of shells- pitfall for designers. AIAA Jnl 1981;19:1183–226.
- [111] Ravenet J. Silo problems. Bulk Solid Handl 1981;1:667–79.
- [112] Ravenet J. The development of industrial silos through the world during the last 100 years. Bulk Solid Handl 1983;3:127–40.
- [113] Jenkyn RT, Goodwill DJ. Silo Failures: Lesson to be learned. Eng Dig 1987;September:17–22.
- [114] Allen MF. Testing, evaluation, and repair for structural stability of coal silos. 51st Am. Power Conf., 1989, p. 788–97.
- [115] Guggenberger W. Collapse, failure analysis and repair of high-tensile steel digester tank. In: Krupka V, Schneider P, editors. Int. Conf. Carr. Capacit. Steel Shell Struct., Brno, Czechy: 1997, p. 324–32.
- [116] Pavlovic P. The testing and repair of steel silo. Constr Build Mater 1997;11:353–63.
- [117] Rotter JM. Elephant's foot buckling in pressurised cylindrical shells. Stahlbau 2006;75:742–7.
- [118] Rotter JM. The Elastic-Plastic Imperfection Sensitivity of Axially Compressed Cylinders with Weld Depressions. Eurosteel 2008 Conf., Graz, Austria: 2008, p. 1497–502.
- [119] Pflüger A. Stabilitätsprobleme der Elastostatik. 2nd ed. Springer, Berlin, Heidelberg; 1964.
- [120] Libai A, Durban D. A method for approximate stability analysis and its application to circular cylindrical shells under circumferentially-varying loads. J Appl Mech Trans ASME 1973;40:971–6.
- [121] Libai A, Durban D. Buckling of Cylindrical Shells Subjected to Nonuniform Axial Loads. J Appl Mech Trans ASME 1977;44:714–20.
- [122] Walker P, Wilson DR. Buckling of cylinders with local loads normal to the shell. University of Edinburgh, 2001.
- [123] Weingarten VI, Morgan EJ, Seide P. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under combined internal pressure and axial compression. AIAA J 1965;3:1118–25.
- [124] Samuelson L, Eggwertz S. Shell Stability Handbook. II. London & New York: Elsevier Applied Science; 1990.

- [125] Rotter JM, Teng JG. Elastic stability of cylindrical shells with weld depressions. *J Struct Eng* 2006;115:1244–63. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1989\)115:5\(1244\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1989)115:5(1244)).
- [126] Kozikowski D, Hotała E. Problemy z oceną jakości wykonania walcowych powłok stalowych. *Builder* 2022;297:32–5.
- [127] Teng JG, Lin X, Rotter JM, Ding XL. Analysis of geometric imperfections in full-scale welded steel silos. *Eng Struct* 2005;27:938–50.
- [128] Timoshenko SP, Woinowsky-Krieger S. *Theory of plates and shells*. 2nd ed. New York: McGraw- Hill Book Company; 1959.
- [129] Susan M. NASA Releases Classic Software To Public Domain. *Newsbytes* 2001.
- [130] Ojalvo IU, Newman M. Vibration Modes of Large Structures by an Automatic Matrix-Reduction Method. *AIAA Jnl* 1970;8:1234–9.
- [131] Lanczos C. An Iteration Method for the Solution of the Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators. *J Res Natl Bur Stand (1934)* 1950;45.
- [132] Wilkinson JH. The Algebraic Eigenvalue Problem. *SIAM Rev* 1965;8:543–5.
- [133] Francis JGF. The QR Transformation, a Unitary Analogue to the LR Transformation. *Comput J* 1961;4.
- [134] Cook RD, Malkus DS, Plesha ME, Witt RJ. *Concepts and applications of finite element analysis*. 4th editio. John-Wiley & Sons; 2002.
- [135] Zienkiewicz OC. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 6th editio. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann; 2000.
- [136] Pennington RH. *Introductory Computer Methods and Numerical Analysis, Second Edition*. Macmillan; 1970.
- [137] Blum EK. *Numerical Analysis and Computation: Theory and Practice*. Addison-Wesley; 1972.
- [138] Bathe K-J. *Finite Element Procedures*. Uniwersytet Michigan: Prentice Hall International; 1996.
- [139] Bathe KJ, Dvorkin EN. On Automatic Solution of Nonlinear Finite Element Equations. *Comput Struct* 1983;17:871–9.
- [140] Batoz JL, Dhatt G. Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems. *Int J Numer Methods Eng* 1979;14:1262–7.
- [141] Lee SH, Herting DN, Wallerstein D V., Allahabadi RA, Raiten A, Hsieh SS, et al. *NX Nastran: Hnadbook of Nonlinear Analysis (solutions 106 and 129)*. 2nd ed. Tel-Aviv: TAUCS; 2001.
- [142] Sadowski A, Rotter JM. Steel silos with different aspect ratios: II — behaviour under eccentric discharge. *J Constr Steel Res* 2011;67:1545–53.
- [143] Teng JG, Song CY. Numerical models for nonlinear analysis of elastic shells with eigenmode-affine imperfections. *Int J Solids Struct* 2001;38:3263–80.
- [144] Kobayashi T, Mihara Y, Fuji F. Path-tracing analysis for post-buckling process of

- elastic cylindrical shells under axial compression. *Thin-Walled Struct* 2012;61:180–7.
- [145] Sadowski A, Rotter JM. Modelling and behaviour of cylindrical shell structures with helical features. *Comput Struct* 2014;133:90–102.
- [146] Sadowski A, Rotter JM. Buckling of very slender metal silos under eccentric discharge. *Eng Struct* 2011;33:1187–94.
- [147] Sadowski A, Fajuyitan OK, Wang J. A computational strategy to establish algebraic parameters for the Reference Resistance Design of metal shell structures. *Adv Eng Softw* 2017;109:15–30.
- [148] Karman T, Tsien HS. Buckling of thin cylindrical shells under axial compression. *J Aeronaut Sci* 1941;8:302–12.
- [149] Schneider W. Kollapsanalyse quasistatisch belasteter staehlerner Schalentragerwerke (Collapse analysis of quasi-static loaded steel shell structures). Aachen: Shaker; 2002.
- [150] Schneider W. Modelling of the collapse process of quasi-static loaded shell structures. Proceedings of fifth world congress on computational mechanics. WCCM V, Vienna, Austria: 2002.
- [151] Seber GAF, Wild CJ. *Nonlinear Regression*. New York: Wiley-Interscience; 2003.
- [152] Neter J, Kutner MH, Nachtsheim CJ, Wasserman W. *Applied Linear Statistical Models*. Fourth Edi. Chicago: McGraw-Hill Irwin; 1996.
- [153] Brown LD, Cai TT, DasGupta A. Interval Estimation for a Binomial Proportion. *Stat Sci* 2001;16:101–33.
- [154] Rotter JM, Coleman RD, Ding XL, Teng JG. The measurement of imperfections in cylindrical silos for buckling strength assessment. *Proc. Fourth Int. Conf. Bulk Mater. Storage Handl. Transp., Australia, Wollongong: Institution of Engineers; 1992, p. 473–479.*
- [155] Teng JG. Buckling of Thin Shells: Recent Advances and Trends. *Appl Mech Rev* 1996;49:263. <https://doi.org/10.1115/1.3101927>.

## **Cytowane normy**

---

- [N1] PN-EN 1993-1-6 2009: Eurokod 3 Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych
- [N2] PN-EN 1993-4-1 2009: Eurokod 3 - Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 4-1: Silosy
- [N3] DIN 18800-4:2008-11 - Stahlbauten - Teil 4: Stabilitätsfälle – Schalenbeulen
- [N4] PN-B-03202:1996 - Konstrukcje stalowe - Silosy na materiały sypkie - Obliczenia statyczne i projektowanie

## Załącznik A: Programy stworzone na potrzeby badań

---

### A.1 Programy napisane w języku VBA

Femap Nastran posiada interfejs programistyczny (API), który pozwala odwołać się do wewnętrznych obiektów programu Femap. Daje to szerokie możliwości automatyzacji i tworzenia dodatkowej funkcjonalności w tym programie przez automatyczne tworzenie geometrii, zadawanie obciążeń po definicję i przeprowadzanie analizy. Interfejs programistyczny napisany jest w języku VBA, który jest kompatybilny z różnymi rozwiązaniami dostępnymi na platformę .NET włączając w to popularny program Microsoft Excel. Na potrzeby tej pracy stworzono wiele skryptów, które stanowią dość uniwersalne rozwiązania, które można zastosować na potrzeby innych badań.

Zaprezentowany poniżej skrypt pozwala na odczytanie siatki elementów skończonych i wprowadzenie jej geometrii do arkusza programu Excel. Następnie taki model może zostać zmodyfikowany w celu wprowadzenia inicjalnych imperfekcji.

```
Sub pobierz_model()  
  
    ' Przyspieszenie obliczeń  
    Application.ScreenUpdating = False  
    Application.Calculation = xlManual  
  
    ' Odwołanie do obiektu Femap  
    Dim App As Object  
    Set App = GetObject(, "femap.model")  
  
    Dim wbkReport As Excel.Workbook  
    Dim wksReport As Excel.Worksheet  
  
    Set wbkReport = ThisWorkbook  
    Set wksReport = wbkReport.Worksheets("baza2")  
  
    Dim outSet As femap.OutputSet  
    Set outSet = App.feOutputSet  
  
    Dim outSetID As Long  
  
    Dim ndSet As femap.Set  
    Set ndSet = App.feSet  
  
    Dim nd As Object  
    Set nd = App.feNode
```



```

Dim colIndex As Long
Dim rowIndex As Long

Dim ndID As Long

Dim feOutput As femap.output
Set feOutput = App.feOutput

' Wywołaj okno w programie Femap by wybrać siatkę do modyfikacji
rc = ndSet.Select(FT_NODE, True, "Select node(s) to send data to Excel")
counter = ndSet.Count
' Jeśli wybrane wykonaj akcje
If ndSet.Count > 0 Then
    rowIndex = 1
    wksReport.Cells(rowIndex, 1) = "Node ID"

    rowIndex = rowIndex + 1

    ndID = ndSet.First()
    ' Wprowadz dane modelu do zadanego arkusza dla wszystkich wybranych
    While ndID > 0
        wksReport.Cells(rowIndex, 1) = ndID
        nd.Get (ndID)
        wksReport.Cells(rowIndex, 2) = nd.x
        wksReport.Cells(rowIndex, 3) = nd.y
        wksReport.Cells(rowIndex, 4) = nd.Z

        rowIndex = rowIndex + 1
        ndID = ndSet.Next()
    Wend
End If

Application.Calculation = xlAutomatic
Application.ScreenUpdating = True
MsgBox "DONE"

End Sub

```

Pobrany model po modyfikacjach można następnie wprowadzić z powrotem do programu Femap używając skryptu zaprezentowanego poniżej.

```

Sub wprowadz_imperfekcje()

' Przyspieszenie obliczeń
Application.ScreenUpdating = False
Application.Calculation = xlManual

```

```

' Odwołanie do obiektu Femap
Dim App As Object
Set App = GetObject(, "femap.model")

Dim wbkReport As Excel.Workbook
Dim wksReport As Excel.Worksheet

Set wbkReport = ThisWorkbook
Set wksReport = wbkReport.Worksheets("model_bazowy")

Dim outSet As femap.OutputSet
Set outSet = App.feOutputSet

Dim outSetID As Long

Dim ndSet As femap.Set
Set ndSet = App.feSet

Dim nd As Object
Set nd = App.feNode

Dim colIndex As Long
Dim rowIndex As Long

Dim ndID As Long
Dim feOutput As femap.output
Set feOutput = App.feOutput

' Wywołaj okno w programie Femap by wybrać siatkę do modyfikacji
rc = ndSet.Select(FT_NODE, True, "Select node(s) to send data to Excel")
counter = ndSet.Count
' Jeśli wybrane wykonaj akcje
If ndSet.Count > 0 Then
    rowIndex = 1
    wksReport.Cells(rowIndex, 1) = "Node ID"

    rowIndex = rowIndex + 1

    ndID = ndSet.First()
    ' przejdź przez wszystkie węzły i zaktualizuj współrzędne
    While ndID > 0
        wksReport.Cells(rowIndex, 1) = ndID
        nd.Get (ndID)
        wksReport.Cells(rowIndex, 2) = nd.x
        wksReport.Cells(rowIndex, 3) = nd.y
        wksReport.Cells(rowIndex, 4) = nd.Z

        rowIndex = rowIndex + 1
        ndID = ndSet.Next()
    End While
End If

```

```

    Wend
End If

Application.Calculation = xlAutomatic
Application.ScreenUpdating = True

MsgBox "DONE"

End Sub

```

## A.2 Programy napisane w języku Matlab

Środowisko programistyczne Matlab daje ogromne możliwości tworzenia skryptów pozwalających rozwiązywać bardzo zróżnicowane zagadnienia. Dzięki niezliczonej ilości wbudowanych klas jego zastosowanie może być bardzo szerokie. Matlab nie ma sobie równych jeśli chodzi o wykonanie operacji na wektorach, macierzach i tablicach. Posiadając dość rozbudowane tabele z danymi dotyczącymi modelu numerycznego środowisko, Matlab pozwala wykonywać na nich operacje w czasie znacznie krótszym niż w przypadku innych języków programowania m.in. VBA. W celu wprowadzenia imperfekcji do modelu geometrii uzyskanego przy użyciu VBA wykorzystano program zaprezentowany poniżej.

```

clf;
% Read mesh geometry
filename = './modelBazowy.xlsx';
meshGrid = xlsread(filename, 'A:D');
meshIndexes = meshGrid(:,1);
meshX = meshGrid(:,2);
meshY = meshGrid(:,3);
meshZ = meshGrid(:,4);

% Cylinder geometry
R = max(meshX);           % Cylinder Radius [m]
H = max(meshZ);           % Cylinder Hight [m]
t = 0.003;                 % Cylinder Thickness [m]

% Material properties
E = 210e9;                 %Young Modulus [Pa]
nu = 0.3;                  %Poisson Ration [-]

% Buckling halfwave length
lambda = (pi()*(R*t)^0.5)/(3*(1-nu^2))^0.25;

alpha_xi = 1;
alpha_eta = 1;

```

```

kappa_xi = lambda * alpha_xi;
kappa_eta = lambda * alpha_eta;

% Imperfection Amplitude parameters
delta_amp_mult = 0.1;
delta_amp_0 = delta_amp_mult * t;
alpha = 100000000;

% Transition to cylindric
[Etha,r,h] = cart2pol(meshX,meshY,meshZ);

% Transition to relative values
Xi = h / kappa_xi;
Etha = Etha + pi();
%Eta = R * Etha / lambda;
Eta = R * Etha / kappa_eta;

% Imperfection function
xi0 = 1*max(Xi)/2;
eta0 = 1*max(Eta)/2;
r = CreateImperfections(Xi, Eta, r, delta_amp_0, alpha, xi0,
eta0);
function outputVector = CreateImperfections(Xi, Eta, r,
delta_amp_0, alpha, xi0, eta0)

    delta = zeros(size(Xi));
    for i = 1 : size(Xi)
        xi = Xi(i);
        eta = Eta(i);
        delta(i) = delta_amp_0*exp(-pi()* (abs(eta-
eta0)/2+abs(xi-xi0))) .* ...
            (cos(pi()* (abs(eta-eta0))/2-abs(xi-
xi0)))+(alpha/(1+alpha)) .* ...
            sin(pi()* (abs(eta-eta0)/2+abs(xi-xi0))));
    end
    outputVector = -delta + r;
end

```

W przeprowadzonych badaniach konieczne było sprawdzenie dla każdej z rozpatrywanych imperfekcji lokalnych wyznaczenie parametru jakości wykonania. Pomiaru obejmowały 225 modeli imperfekcji, z czego każdy musiał być czterokrotnie: dwoma przymiarami, względem dwóch współrzędnych głównych. W sumie należało wykonać 900 pomiarów, co poprzez pojedyncze sprawdzanie zajęłoby sporo czasu. Zaprezentowana poniżej funkcja pozwala uzyskać pomiar przez wprowadzenie na wejściu przekroju imperfekcji i długości przymiaru geometrycznego. Algorytm analizuje cały przekrój w celu znalezienia pomiaru, który da największą wartość parametru jakości, można zatem przy jego użyciu badać imperfekcje o dowolnym przekroju.

```

function measurements = measureImper(sectionData, ruler)
    myMeasurement = [];
    for i = 1 : length(sectionData(:,1))
        x0 = sectionData(i,1);
        y0 = sectionData(i,2);
        r = ruler;
        x1 = x0-r:0.001:x0+r-0.001;
        y1 = y0-(r^2-(-x1+x0).^2).^0.5;
        x2 = x0-r+0.001:0.001:x0+r;
        y2 = y0+(r^2-(-x2+x0).^2).^0.5;
        x = [x1,flip(x2)];
        y = [y1,flip(y2)];
        %check if in the circle of the ruler
        xq = sectionData(:,1);
        yq = sectionData(:,2);
        in = inpolygon(xq,yq,x,y);
        temp_x = xq(in);
        temp_y = yq(in);
        x_forward = temp_x(temp_x > x0);
        y_forward = temp_y(temp_x > x0);

        if x_forward > x0
            [maxVal,I] = max( sqrt((x0-x_forward).^2 +
            (y0-y_forward).^2));
            measurePoint = [x_forward(I),y_forward(I)];
            a_line_eq = (y0-measurePoint(2))/(x0-
            measurePoint(1));
            b_line_eq = -1;
            c_line_eq = y0 - a_line_eq*x0;
            tempMeasurements = [];
            for k = 1 : length(x_forward)
                thisMeasurement = abs(a_line_eq*
                    x_forward(k)+...
                    b_line_eq*y_forward(k)+
                    c_line_eq)/...

                    sqrt(a_line_eq^2+b_line_eq^
                    2);
                tempMeasurements = [tempMeasurements,
                    thisMeasurement];
            end
            addMyMeasuredData = [max(tempMeasurements),x0,y0,
                measurePoint(1),measurePoint(2)];
            myMeasurement = [myMeasurement;addMyMeasuredData];
        end
    end
    measurements = myMeasurement;
end

```

## Streszczenie

---

Niniejsza rozprawa doktorska dotyczy badania stateczności ściskanych osiowo walcowych powłok stalowych z uwzględnieniem kształtu i liczby imperfekcji geometrycznych. Przeprowadzono w niej rozpoznanie literatury w zakresie geometrii rzeczywistych powłok stalowych i najczęściej spotykanych w nich imperfekcji. Dokonano podsumowania aktualnej wiedzy na temat wyboczenia powłoki walcowej ściskanej osiowo i wpływu odchyłek geometrycznych na jej utratę stateczności. Przedstawiono również sposoby wyznaczania nośności powłoki walcowej zaprezentowane w źródłach literaturowych i normach projektowych.

W niniejszej pracy zaprezentowano autorski model imperfekcji biorącej swoje źródło w sposobach wykonywania powłok spawanych. Przedstawiony opis deformacji posiada zmienne parametry, które pozwoliły na symulację wielu geometrii. Zaprezentowany model został następnie wykorzystany w analizach numerycznych, które miały na celu zbadanie wpływu parametrów modyfikujących kształt imperfekcji na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo. Uzyskane wyniki posłużyły do stworzenia autorskiej metody szacowania nośności powłok uwzględniającej zmienne parametry zastosowane w modelu imperfekcji. Rezultaty zostały porównane ze znanymi praktykami wykorzystywanymi w projektowaniu. Dzięki przeprowadzonym badaniom zaproponowano metodę pomiarową pozwalającą na oszacowanie nośności wykonanej powłoki o określonej smukłości.

Zbadano wpływ liczby imperfekcji na nośność powłoki walcowej ściskanej osiowo. Badania te miały na celu weryfikację zaprezentowanego w normie projektowej podejścia opartego na pomiarze pojedynczej imperfekcji, który służy do oceny jakości wykonania powłoki. Dodatkowo przeprowadzono analizy powłok z imperfekcjami w liczbie większej niż jedna różnicując przy tym wartości ich amplitud. W wyniku tych analiz wykazano braki w aktualnych wytycznych służących ocenie jakości wykonania powłok walcowych i powiązanych z nimi sposobami wyznaczania ich nośności wyboczeniowej. W niniejszej pracy zaprezentowano metodę oceny wpływu liczby imperfekcji na nośność powłoki walcowej.

Zaprezentowane wyniki badań mogą zostać wykorzystane do oceny nośności powłoki walcowej z uwzględnieniem występujących w niej imperfekcji geometrycznych. Zwrócono również uwagę na konieczność rewizji obowiązujących w tym zakresie przepisów normowych.

### **Słowa kluczowe:**

konstrukcja stalowa, imperfekcje geometryczne, stateczność powłok

## **Abstract**

---

This dissertation investigates the stability of axially compressed cylindrical steel shells with respect to the shape and number of geometric imperfections. A literature survey on the geometry of real steel shells and the most common imperfections in them was carried out. The current knowledge on buckling of axially compressed cylindrical shells and the effect of geometric imperfections on their loss of stability is summarized. The methods of determining the load capacity of cylindrical shells presented in literature sources and design standards are also presented.

In this thesis, the author's model of imperfection originating in the ways of making welded shells is presented. The presented deformation description has variable parameters, which allowed simulation of many geometries. The presented model was then used in numerical analyses which aimed at investigating the influence of imperfection shape modifying parameters on the load capacity of axially compressed cylindrical shell. The obtained results were used to develop the author's method of estimating the load capacity of shells taking into account the variable parameters used in the imperfection model. The results were compared with known practices used in design. Thanks to the conducted research, a measurement method was proposed that would make it possible to estimate the load capacity of a shell with a specified slenderness.

The influence of the number of imperfections on the load capacity of an axially compressed cylindrical shells was investigated. The research was aimed at verifying the approach presented in the design standard, based on the measurement of a single imperfection, which is used to assess the quality of shell craftsmanship. Additionally, analyses of shells with more than one imperfection were carried out, differentiating the values of their amplitudes. As a result of these analyses, deficiencies in the current guidelines for evaluating the workmanship of cylindrical shells and related methods for determining their buckling capacity were demonstrated. This paper presents a method for evaluating the influence of the number of imperfections on the load capacity of cylindrical shells.

The presented test results can be used to assess the load capacity of cylindrical shell taking into account the geometric imperfections occurring in it. Attention was also drawn to the necessity of revising the existing standard regulations in this field.

### **Keywords:**

steel structure, geometric imperfections, stability of shells